

秘籍在手，数学无忧



中考数学考前最后一课

----爱智康初数团队



中考寄语

亲爱的同学们：你们即将走进考场，初中三年的学习积累将在这一刻展示，考前几天我们要调整好作息，调整心态，保持斗志，在此同时，我们该如何利用考前这几天的时间来有效的复习呢？

爱智康的全体初中数学老师根据 2017 年中考考试说明和北京市各城区一二模真题，梳理了试卷中 29 道题目的常考知识点及精心总结每道题目对应的解题技巧和易错点，希望在最后几天我们能为孩子的中考助力，一起加油~

一. 考试前几天的安排：

- 明确常见题型，浏览以往试卷中出错的题目和重点题型，尤其是今年一模、二模题以及各校老师发的专题等；
- 适当进行套题训练，但是不要做特别难的题，目的是即保持手感，又保证信心；
- 定理内容要求原句背诵，应对作图依据类的新兴题型.
- 考试这几天，注意饮食，家常即可，不要过于油腻和追求花样.
- 考前休息很重要，和平时作息基本保持一致.

二. 准备用具：

手表、圆规、一副三角板、量角器（特殊值法或许有用），书写用笔（多支），2B 铅笔（画图最好用此，防止扫描看不清），橡皮，水杯，准考证；



考点总结

一、选择题：1-10

【例1】实数类

【考点梳理】

1. ①. 相反数：

- 几何定义：在数轴上位于原点的两侧，离开原点距离相等的点所表示的数，叫做互为相反数。
- 代数定义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数。
- 一个数 a 的相反数是 $-a$
- 正数的相反数是负数，负数的相反数是正数，0 的相反数是 0。
- 相反数等于本身的数只有零。
- 互为相反数的两数相加和为 0。若 a 与 b 互为相反数，则 $a + b = 0$ ；反之也成立。

②. 绝对值:

(1) 几何定义: 在数轴上, 表示一个数的点与原点的距离, 就是这个数的绝对值.

(2) 代数定义: 正数的绝对值是它本身; 如果 $a > 0$, 那么 $|a| = a$;

负数的绝对值是它的相反数; 如果 $a < 0$, 那么 $|a| = -a$;

0 的绝对值是 0. 如果 $a = 0$, 那么 $|a| = 0$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

③. 倒数: 乘积为 1 的两个数互为倒数, 负数的倒数还是负数, 0 没有倒数.

④. 数轴: 规定了原点、正方向、单位长度的直线叫数轴. 每一个有理数都可以用数轴上的一个点表示出来, 但是数轴上的每一个点不都表示有理数; 在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大. 通过数轴上的相反数确定原点.



. 注: 会通过数轴比较大小.

eg. 2016 北京中考第 3 题, 2017 朝阳二模第 2 题, 2017 石景山二模第 1 题

2. 科学计数法: 把一个绝对值小于 1 或大于等于 10 的实数记为 $a \times 10^n$ 的 n 次方形式. 一般地, 把一个大于 10 的数记为 $a \times 10^n$ (其中 $1 \leq a < 10$, n 是整数的形式), 这种记数的方法叫科学记数法.

注: 数清 0

【考试技巧】实数概念要清晰, 科学计数法小数点左移或右移

【易错点】注意 (1) a 的取值范围

(2) 小数的计法, 负数的计法

(3) 注意审题, 注意单位

(4) 注意概念辨析, 数轴类, 注意看图

【例2】 视图

【考点梳理】三视图: 正视、左视、俯视

长方体: 各个面都是长方形

正方体: 各条棱长都相等, 各面都是正方形

圆柱: 上下两个底面是半径相等的圆

圆锥: 有一个底面是圆, 侧面展开是扇形

棱柱: 上下两个面是全等的多边形, 为棱柱的底面, 其他各面为棱柱的侧面, 侧面是长方形

【考试技巧】三视图: 长对正, 高平齐, 宽相等

【易错点】区分三视图画图位置, 各图形名称, 注意虚线

Eg. 2017 丰台二模第 3 题, 2017 昌平二模第 3 题, 2017 海淀二模第 2 题

【例3】 轴对称图形与中心对称图形

【考点梳理】

(1) 轴对称图形 定义：把一个图形沿某一条直线折叠，如果直线两旁的部分能够互相重合，则这个图形就叫做轴对称图形。

例如：几何：线段、角、等腰三角形、矩形、菱形、等。

函数：反比例函数、二次函数

图标、车标、中国结等

(2) 中心对称图形：

定义：在平面内，一个图形绕着某一个定点旋转 180 度，旋转前后的图形完全重合，则这个图形叫做中心对称图形。

例如：几何：线段、矩形、菱形、平行四边形、正偶多边形等。

函数：反比例函数

【考试技巧】轴对称图形：上下左右对角线是否一致，翻折可否重合。

中心对称图形：将试卷旋转 180 度后和原图形一样。

【易错点】1、审题：是都是轴对称和中心，还是是轴对称不是中心对称，是中心对称不是轴对称

2、五角星、三角形等奇数边图形不是中心对称图形、

Eg2017 通州二模第 3 题，2017 昌平二模第 4 题，2017 房山二模第 2 题

【例4】 概率

【考点梳理】(1) $0 \leq p(a) \leq 1$ ，必然事件概率为 1，不可能事件概率为 0

(2) 乘法原理：(m 个步骤)： $p=p_1 \times p_2 \times p_3 \cdots$

加法原理：(m 种方法)： $p=p_1+p_2+\cdots$

(3) 列表法、树状图、频率、估算、概率

求概率的方法：

- 1、列表
- 2、画树状图
- 3、用频率估计概率

列举法求概率	如果在一次试验中，有 n 种可能的结果，并且它们发生的可能性都相等，事件 A 包含其中 m 种结果，那么事件 A 发生的概率为 $\frac{m}{n}$ 。
用树状图法求概率	当一次试验涉及 3 个或更多因素（例如从 3 个口袋中取球）时，列举法就不方便了，可采用树状图法表示出所有可能的结果，再根据 $P(A) = \frac{m}{n}$ 计算概率。
利用频率估计概率	一般地，在大量重复试验中，如果事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ 稳定于某个常数 p ，那么这个常数 p 就叫做事件 A 的概率，记作 $P(A) = p (0 \leq P(A) \leq 1)$

【考试技巧】（1）当有多个对象时，常用列表法或树状图

（2）可能性不等式难算时，可从反面求解

（3）在用列举法求概率的时候，要注意不重不漏

概率常考的题型

抛硬币、掷骰子、摸球、抽卡片、转转盘等。

【易错点】（1）是否有放回的，拿取

（2）答题时注意步骤，计算认真

（3）可以通过大量的重复试验，用一个随机事件发生的频率去估计它的概率，即概率近似等于频率。

注意：1、小数点位数的保留没有要求时要与题目已知数据一致

2、注意何时取最大实验次数对应的值，何时取平均值。

Eg. 2016 中考 13 题，2017 房山二模 15 题，

2017 丰台二模 12 题，2017 通州二模 14 题

【例5】 **基础几何的考察**

【考点梳理】1、相交线、平行线性质及判定

2、三角形及其角平分线、中线、高线、垂直平分线；等腰三角形、等边三角形，直角三角形
eg2017 昌平二模第 5 题

3、多边形：内角和、外角和、边数求法

4、四边形：主要对平行四、矩形、菱形、正方形的性质的考察 eg2017 海淀二模第 4 题

5、圆：主要对垂径定理的应用，利用勾股定理求线段长；圆心角、圆周角；切线的性质
eg2017 丰台二模第 7 题，2017 石景山二模第 6 题

6、相似：主要对相似基础模型的考察，如：8 字形、A 字形，双垂直等

【考试技巧】熟悉基础几何的性质和判定，看清角

【易错点】基础模型

【例6】一元二次方程或二次函数基础

【考点梳理】①二次函数

1、二次函数定义：

2、顶点坐标：

3 二次函数配方、最值与平移：

4、数形结合、比较大小：

配方法解一元二次方程的基本步骤：①把方程化成一元二次方程的一般形式；

②将二次项系数化成 1；

③把常数项移到方程的右边；

④两边加上一次项系数的一半的平方；

⑤把方程转化成 $(x + m)^2 = 0$ 的形式；

⑥两边开方求其根。

二次函数顶点式参考配方法

②一元二次方程

1、定义

2、解法：直接开平方、配方法、公式法、因式分解法

3、根与系数关系

【考试技巧】1、掌握二次函数基本概念 2、基本解析式 3、带入特殊值

【易错点】1、二次项系数不等于 0

2、平移：左加右减，上加下减。

3、数形结合

Eg. 2017 石景山二模 14 题，2017 西城二模 12 题

【例7】数据分析

【考点梳理】主要考察数据统计的知识，重点考察数据的描述，包括平均数、中位数、众数、方差的意义和计算。

平均数：一般的，对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，我们把 $\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 叫做这 n 个数的算术平均数。

$$\text{平均数} = \frac{\text{所有数的总和}}{\text{数的个数}}, \text{即 } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

【注意】① 平均数是描述一组数据的一种常用指标，反映了这组数据中各数据的平均大小或者集中趋势。一组数据的平均数只有一个。

② 平均数的大小与一组数据里的每个数据均有关系，其中任一数据的变动都会引起平均数的变动，平均数容易受个别极端值的影响。

【方法】总体中所有个体的平均数叫做总体的平均数，样本中所有个体的平均数叫做样本平均数，通常用样本平均数去估计总体平均数。

中位数：一般地， n 个数按大小顺序排列，处于最中间位置的一个数据（或最中间两个数据的平均数）叫做这组数据的中位数。注意总数量是奇数还是偶数。

众数：一组数据中出现次数最多的那个数据叫做这组数据的众数。

众数着眼于对各数据出现次数的考察，中位数首先要将数据按大小顺序排列，而且要注意当数据个数为奇数时，中间的那个数据就是中位数；当数据个数为偶数时，居于中间的两个数据的平均数才是中位数，特别要注意一组数据的平均数和中位数是唯一的，但众数则不一定是唯一的。

方差：在一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中，各数据与它们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差。通常用 “ s^2 ” 表示，即：

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$

【注意】

① 由于极差是所有数据中的两个极端值所决定的，当个别极端值远离其他数据时，极差往往不能反映全体数据的实际波动情况。

② 极差小，各个数据的波动也就小，它们的平均数对这组数据的一般水平的代表性也就大；

极差大，它们的平均数对这组数据的一般水平的代表性也就小。

eg: 2017 朝阳二模选择第 10 题

【考试技巧】首先，审清题意，明确考察的对象，是平均数还是稳定程度；其次，中位数的计算一定要先排序；方差越小表示越稳定。

【易错点】第一，注意审题；第二，中位数计算先排序，还要注意奇偶；第三，方差越小越稳定。

【例8】与圆相关的计算

【考点梳理】扇形弧长、扇形面积、圆心角、圆周角、弦长、半径长等

圆周角定理： 在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

圆周角定理的推论： (1) 同弧或等弧所对的圆周角相等，在同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧相等

(2) 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径;

(3) (补充): 如果三角形一边上的中线等于这边的一半, 那么这个三角形是直角三角形.

圆内接四边形性质定理： 圆内接四边形的对角互补。

③ 弧长公式: $l = \frac{n\pi R}{180}$,

④ 扇形面积公式: $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$, $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$

【考试技巧】熟练使用圆的相关定义定理及公式

1. 在同圆或等圆中，同弧所对的圆心角相等，同弧所对的圆周角等于圆心角的一般
2. 垂径定理（过圆心、垂直于弦、平分弦、平分弦所对的优弧、平分弦所对的劣弧），配合勾股方程求弦长、半径
3. 熟练使用扇形弧长公式、扇形面积公式；圆锥底面周长=展开图（扇形）弧长公式

【易错点】公式使用错误，变形错误；计算；勾股方程变形易错
求阴影面积注意局部转移

eg. 2017 东城二模 15 题, 2017 丰台二模 15 题

【例9】一次函数与实际问题结合

【考点梳理】一次函数与实际问题结合

【考试技巧】审题时，注意提取关键有效信息，正确提取自变量和因变量，先用文字表示量与量之间的关系，再转化成数学语言，若有图像，可根据点坐标求解析式。

【易错点】1、关注横轴、纵轴的实际意义（注意单位），明确其中直线斜率的意义（比如速度、单价）

- 2、题目可能会出现分段函数，注意临界点是否可取，所得结果，一定要符合实际要求，并且要重新代入检验。
- 3、一次函数可能会和不等式结合比较大小，注意临界点.

Eg. 2015 中考第 9 题, 2016 中考第 8 题, 2017 海淀二模 14 题

【例10】 动点问题（11-15 年考试类型）

【考点梳理】考察动点与函数图象的关系，三角形或四边形的面积与函数图象的关系，点在图形上的运动轨迹，体积面积等实际函数图像问题等

【考试技巧】排除法、取特殊值、特殊位置（起点、终点、拐点、中点等）、求解析式

【动点与轨迹问题常考题型】①已知动点，运动路径，选择函数图象

②已知动点，函数图象，选择运动路径

③已知运动路径，函数图象，选择动点

【易错点】此题较难，之前多考需要二次函数、一次函数与几何知识的综合应用。近两年考察图形或点的运动轨迹较多，和实际结合偏多，题型变容易。

综述：出现一个半个不常见的题型不要慌，你一定能做的出来。

选择题中其他补充知识点：

（一）整式运算：

1. 整式加减：合并同类项：把多项式中的同类项合并成一项的运算叫做合并同类项；合并同类项后，所得项的系数是合并前各同类项的系数的和，且字母不变。

整式乘除：

同底数幂的乘法法则： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 是正整数). 同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

幂的乘方法则： $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ (m, n 是正整数). 幂的乘方，底数不变，指数相乘.

积的乘方的法则： $(ab)^n = a^n b^n$ (n 正整数). 积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

【考试技巧】对公式要掌握扎实，注意灵活运用

【易错点】对公式要掌握扎实

（二）平行线与相交线

【考点梳理】

1. 垂线：当两条直线相交所成的四个角中，有一个角为直角，就说这两条直线垂直，其中一条直线叫另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足。
2. 平行线的性质：①两条直线平行，同位角相等。②两条直线平行，内错角相等。③两条直线平行，同旁内角互补。

【考试技巧】注意图中平行涉及的角

【易错点】计算要准确

（三）利用常见的数学工具解决问题

量角器：会使用量角器测量角度

一副三角板：一副三角板可以通过组合求角度，需知三角板上特殊角是已知的。

圆规：以谁为圆心，谁为半径画弧，需知半径处处都相等。Eg2017 海淀二模 1 题

【考试点拨】2016 年中考第一题，2017 朝阳二模第 3 题考查了量角器的使用方法。

2017 东城二模第 7 题考查一副三角板所形成角度。

2017 海淀二模第 10 题（用量角器估计三角函数）

（四）数据的收集、整理和描述，数据的分析（16 年选择压轴最新变化）

最近中考压轴题及其常见的模拟题目中，选择压轴对统计图的考查逐步加强，可适当引起重视。

2017 年模拟题目中选择压轴题目对统计的考查很多。房山，西城，朝阳，通州，丰台二模考试中第 10 题都涉及到了统计。

Eg2016 北京中考选择压轴题，

Eg2016 北京中考解答题 22 题（首次考查数据的整理）

Eg2017 朝阳二模 15 题

（五）用坐标系表示地理位置

Eg2017 朝阳二模第 7 题，2017 房山二模第 8 题，2017 昌平二模第 8 题

（六）展开图：

【考点梳理】

正方体平面展开图的识别方法：“一线不过四；田凹应弃之”。

1. “一线不过四”指的是一条线上的正方形不能超过四个。
2. “田凹应弃之”指的是含有“田”“凹”的图不是。

正方体平面展开图对立面及邻面的找法：“相间、Z 端是对面；间二、拐角邻面知”。

1. “相间”指的是一条线上中间隔着一个正方形的两个正方形合成正方体时是对面。
2. “Z 端”指的是图形中“Z”字形的两个端点的正方形合成正方体时是对面。
3. “间二”指的是一条线上中间隔着两个正方形的两个正方形合成正方体时是对面。
4. “拐角”指的是图形中两个正方形与同一个正方形相连，但是并不在一条线上。

二、填空题：11-16

【例11】 **分解因式，二次根式范围，分式的意义**

【考点梳理】因式分解 1、提公因式法。2、公式法。

分式、根式，值为（或不为）0、1、-1、值为正、值为负。

因式分解：有公因式先提公因式，再因式分解（公式法，十字相乘，分组分解），分解要彻底。

分式分母不为零，根式根号下 ≥ 0 ，分母为根式则根号下 > 0 ；

注意事项：①若不特别说明，分解因式的结果必须是每个因式在有理数范围内不能再分解为止；

②结果一定是乘积的形式；

③每一个因式都是整式；

④相同的因式的积要写成幂的形式。

在分解因式时，结果的形式要求：

①没有大括号和中括号；

②每个因式中不能含有同类项，如果有需要合并的同类项，合并后要注意能否再分解；

③单项式因式写在多项式因式的前面；

④每个因式第一项系数一般不为负数；

⑤形式相同的因式写成幂的形式。

提取公因式：如果多项式的各项有公因式，一般要将公因式提到括号外面。

确定公因式的方法：

系数——取多项式各项系数的最大公约数；

字母（或多项式因式）——取各项都含有的字母（或多项式因式）的最低次幂。

公式法

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

完全平方公式： $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

【考试技巧】1、观察是否有公因式，用提公因式法。

2、考虑项数。

两项：平方差公式。

三项：完全平方公式或十字相乘法。

【易错点】因式分解：①1 先提公因式再分解，未分解到底：但初中若未说明实数范围内，都默认是有理数范围内因式分解，比如 $x^2 - 3$ 视为不可再分解；

②每个因式第一项系数一般不为负数；

【例12】相似三角形的应用

【考点梳理】A 字形，8 字形等模型的实际应用

【考试技巧】通过找到相似三角形列式对应边成比例，即可求解.

【考试题型】eg. 2014 北京中考 10 题，2016 北京中考 16 题

2017 海淀二模 15 题，2017 朝阳二模 14 题，2017 昌平二模 14 题

【例13】古文阅读：列方程解应用题

【考点梳理】审、找、设、列、解、答

【考试技巧】相似应用题或古文应用题，**注意译文**。

【易错点】找准对应关系 注意单位，列式注意原始数据

Eg2017 昌平二模 13 题

【例14】函数开放性题目

1、在下列函数① $y = 2x + 1$ ；② $y = x^2 + 2x$ ；③ $y = \frac{3}{x}$ ；④ $y = -3x$ 中，与众不同的一个是个是_____（填序号），你的理由是_____.

Eg. 2014 北京中考第 11 题，2017 朝阳二模 13 题，2017 房山二模 12 题

2、用等式表示几何图形的特点

【考点梳理】利用面积得公式

【考试技巧】整体面积等于各部分小面积之和。

【易错点】该题也属于开放性试题，可利用整式乘法、乘法公式进行检验，也可以利用因式分解的思路表达面积

Eg2016 北京中考 12 题，2017 昌平二模 11 题

2017 丰台二模 14 题，2017 西城二模 15 题，2017 通州二模 13 题

【考点梳理】开放函数：①留意题目要求：经过某点/（在某一象限） y 随 x 增大而增大/要求二次函数等；

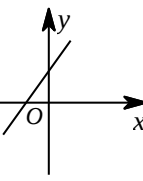
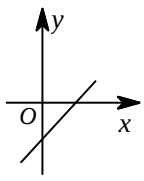
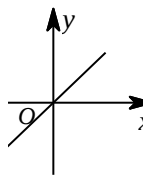
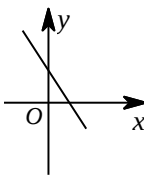
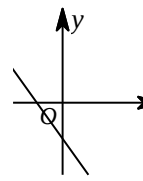
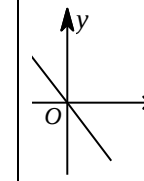
②熟悉各类函数特点：如反比例函数在每个象限递增/递减等；

1. 正比例函数和一次函数的概念：一般地，如果 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$)，那么 y 叫做 x 的一次函数。特别地，当一次函数 $y = kx + b$ 中的 b 为 0 时， $y = kx$ (k 为常数, $k \neq 0$)。这时， y 叫做 x 的正比例函数。

2. 图像的主要特征：一次函数 $y = kx + b$ 的图像是经过点 $(0, b)$ 的直线；正比例函数 $y = kx$ 的图像

是经过原点 $(0, 0)$ 的直线。

3. 一次函数的性质

一次函数	$y = kx + b (k \neq 0)$					
k, b 符号	$k > 0$			$k < 0$		
	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
图象						
性质	y 随 x 的增大而增大			y 随 x 的增大而减小		

反之，由一次函数 $y = kx + b$ 的图象的位置也可以确定其系数 k, b 的符号。

4. 一次函数图象的增减性

在一次函数 $y = kx + b$ 中，当 $k > 0$ 时，一次函数 $y = kx + b$ 的图象从左到右上升， y 随 x 的增大而增大；

当 $k < 0$ 时，一次函数 $y = kx + b$ 的图象从左到右下降， y 随 x 的增大而减小。

5. 正比例函数和一次函数解析式的确定

确定一个正比例函数，就是要确定正比例函数定义式 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中的常数 k 。确定一个一次函数，需要确定一次函数定义式 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中的常数 k 和 b 。解这类问题的一般方法是待定系数法。

反比例函数

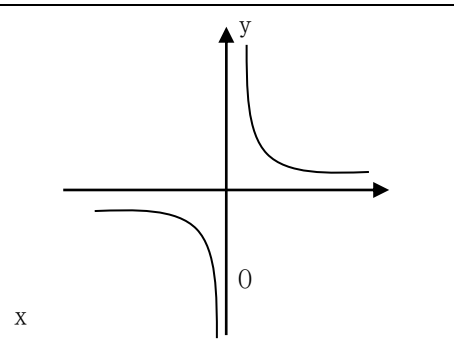
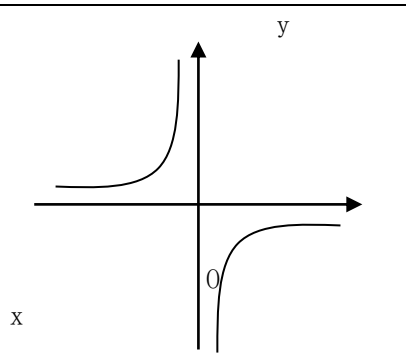
1. 反比例函数的概念：一般地，函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数， $k \neq 0$) 叫做反比例函数。反比例函数的解析式也可以写成 $y = kx^{-1}$ 的形式。自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的一切实数，函数的取值范围也是一切非零实数。

2. 反比例函数的图像

反比例函数的图像是双曲线，它有两个分支，这两个分支分别位于第一、三象限，或第二、四象限，它们关于原点对称。由于反比例函数中自变量 $x \neq 0$ ，函数 $y \neq 0$ ，所以，它的图像与 x 轴、 y 轴都没有交点，即双曲线的两个分支无限接近坐标轴，但永远达不到坐标轴。

3. 反比例函数的性质

反比例函数	$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$

图像		
性质	①x 的取值范围是 $x \neq 0$, y 的取值范围是 $y \neq 0$; ②当 $k > 0$ 时, 函数图像的两个分支分别 在第一、三象限。在每个象限内, y 随 x 的增大而减小。	①x 的取值范围是 $x \neq 0$, y 的取值范围是 $y \neq 0$; ②当 $k < 0$ 时, 函数图像的两个分支分别 在第二、四象限。在每个象限内, y 随 x 的增大而增大。

4. 反比例函数解析式的确定

仍是待定系数法。由于在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, 只有一个待定系数, 因此只需要一对对应值或图像上的一个点的坐标, 即可求出 k 的值, 从而确定其解析式。

【考试技巧】一次函数、二次函数和反比例函数掌握图像和性质。反比例函数偏多。

写完函数之后记得检验是否满足已知所有的条件。

【易错点】①审题认真, 看清每个条件; 三大函数特点: 图象和性质检验内容: 开口方向、增减性、对称性、过定点、与 x 轴 y 轴有无交点、自变量取值范围。

【例15】统计与概率预估类题目

【考点梳理】频率概率, 根据图形趋势, 预估后面的形式, 并说明理由
 预估理由包括:

- 图形题目做题方法:
 - 观察图形的整体变化趋势进行描述
 - 计算数值时运用所有数据的平均值进行预估
- 表格题目做题方法:
 - 多数取平均进行预估
 - 充分理解统计中的知识并可以解释步骤

写理由注意:

- ①用到已知条件的数据, 但不需要都用上,
- ②言之有理, 自圆其说
- ③注意单位、精确度 (切记!)

【考试技巧】1、统计预估: 情况一: 最近几年的变化趋势。

情况二: 平均增长量。Eg2015 年北京中考 15 题

2、理由选择: 平均数与方差

3、书写案例 除颜色外完全一样的 n 个小球, 有红黄蓝..... 各一个, 摸到....

【例16】理论依据

【考点梳理】作图依据：性质与判定的区分。

找规律：周期类、等差等比类、坐标系找点类。Eg2017 东城二模 16 题

新题型：注意审题、模仿比对。Eg2017 房山二模 16 题, 2017 西城二模 16 题

逻辑推理类：注意不等式、等式的性质，非负性、变号。

注意：2015. 2016 北京中考都考查了作图依据的书写，2014 年北京中考考查了找规律. 2016 年考查了一个幻方的新题型，重在审题. 所以每种题型尽量都要复习到.

常见定理：

一、线相关

1. 两个基本事实：
2. 两点确定一条直线；两点之间线段最短.
3. 垂直平分线：（轴对称章节）
 - ①性质：线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等；
 - ②判定：与一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上；
4. 角平分线：（全等三角形章节）
 - ①性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等；
 - ②判定：角的内部到角的两边的距离相等的点角的平分线上。

二、三角形

全等三角形的性质：

- ①全等三角形的对应边相等；
- ②全等三角形的对应角相等；

全等三角形的判定方法：

- ① 边角边定理 (SAS)：两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等.
- ② 角边角定理 (ASA)：两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等.
- ③ 边边边定理 (SSS)：三边分别相等的两个三角形全等.
- ④ 角角边定理 (AAS)：两角和其中一个角的对边分别相等的两个三角形全等.
- ⑤ 斜边、直角边定理 (HL)：斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等.

等腰三角形性质：

性质：两腰相等，两底角相等，三线合一

等边三角形性质及判定：

三边相等，三个角都等于 60°

直角三角形性质：

两锐角互余；直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

三、四边形

平行四边形的性质：

- 1、边：平行四边形的对边平行且相等。
- 2、角：平行四边形的对角相等，邻角互补。
- 3、对角线：平行四边形的对角线互相平分。

平行四边形的判定：

- 1、两组对边分别平行的四边形是平行四边形
- 2、两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- 3、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- 4、角：两组对角分别相等的四边形是平行四边形
- 5、对角线：对角线互相平分的四边形是平行四边形

矩形的性质：

- 1、对边平行且相等。
- 2、四个角都是直角。
- 3、对角线互相平分且相等。

矩形的判定：

- 1、有一个角是直角的平行四边形是矩形。
- 2、对角线相等的平行四边形是矩形。
- 3、有三个角是直角的四边形是矩形。

菱形的性质：

- 1、对边平行且四边相等。
- 2、角的性质：邻角互补，对角相等。
- 3、对角线互相垂直且平分，每条对角线平分一组对角。

菱形的判定：

- 1、一组邻边相等的平行四边形是菱形。
- 2、对角线互相垂直的平行四边形是菱形。
- 3、四边相等的四边形是菱形。

四、圆

垂径定理：

垂直于弦的直径平分弦并且平分弦所对的弧

推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦并且平分弦所对的弧

圆周角定理：

一条弧所对圆周角等于它所对圆心角的一半

推论：① 在同圆和等圆中，同弧或等弧所对圆周角相等

② 直径所对圆周角是直角

切线：①性质：圆的切线垂直于过切点的半径

② 判定：经过半径外端并垂直于这条半径的直线是圆的切线

③切线长：经过圆外一点做圆的两条切线，切线长相等，且圆心与该点的连线垂直平分两切点所连线段

【考试技巧】

- a) 准确背诵性质定理
- b) 考场上遇到生疏的内容，可以将题目作为一道证明题，自己先证明一下，之后在后面括号中填写理由，如海淀二模
- c) 注意，若题目中要求写文字理由，有考生写证明过程就不能给分。
- d) 在此，复习常见的尺规作图：

三、解答题：17-23

【例17】简单计算求值

【考点梳理】绝对值、二次根式的化简、特殊角的三角函数、幂；

【考试技巧】绝对值、二次根式的化简、特殊角的三角函数、幂；

- 1) 绝对值： $|\sqrt{3}-1|=\sqrt{3}-1$ ， $-|3-\pi|=-(\pi-3)=3-\pi$ 等；
- 2) 二次根式化简： $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ， $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ， $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ 分母有理化等
- 3) 特殊三角函数：

三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

- 4) 幂：

- ① 0 次幂：任何不为零的数的 0 次幂都为 1；如： $(\sqrt{3}-2)^0=1$ ；
- ② -1 次幂：就是取倒数；如： $(-\frac{1}{3})^{-1}=-3$ ；

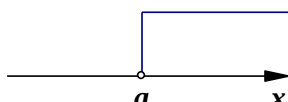
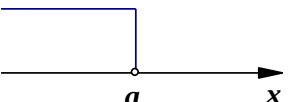
- ③ 其他负整数幂： $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

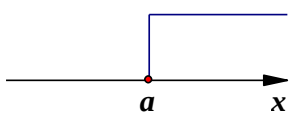
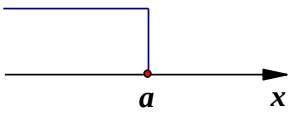
【易错点】注意运算顺序，注意符号，注意比较大小，注意特殊角三角函数不要弄混，记不准可以推导一下。去绝对值时注意前面的符号

【例18】解不等式与不等式组

【考点梳理】解不等式、在数轴上表示不等式的解集

【考试技巧】在数轴上表示不等式的解集(示意图)：

不等式的解集	在数轴上表示的示意图
$x > a$	
$x < a$	

$x \geq a$	
$x \leq a$	

【易错点】不等式两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变.在计算的时候符号方向容易忘记改变.

如果 $a > b$, 并且 $c < 0$, 那么 $ac < bc$ (或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$)

如果 $a < b$, 并且 $c < 0$, 那么 $ac > bc$ (或 $ax > b$)

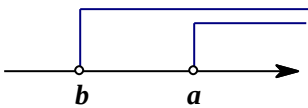
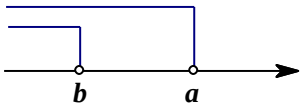
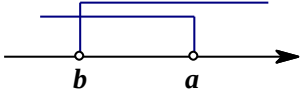
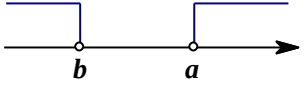
【考点梳理】解不等式(组)、不等式的整数解

【考试技巧】解一元一次不等式组的步骤:

(1)求出这个不等式组中各个不等式的解集;

(2)利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分,即求出这个不等式组的解集.

由两个一元一次不等式组成的不等式组,经过整理可以归结为下述四种基本类型:(表中 $a > b$)

不等式	图示	解集
$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$		$x > a$ (同大取大数)
$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$		$x < b$ (同小取小数)
$\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$		$b < x < a$ (大小交叉中间找)
$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$		无解 (大大小小没有解)

【易错点】两个解集同大或者同小时注意取舍.边界值是否取等.注意审题,看清要求,非负整数,整数,正整数,负数,有没有要求在数轴上表示等等细节.画完数轴一定要写解集.

【例19】化简求值

【考点梳理】乘法公式、整式的加减乘除运算、分式的混合运算、分解因式的四种方法、降次整体代入思想。

【考试技巧】

代数式化简求值属于中考中的高频考点，需要的知识储备有

- ① 乘法公式；
- ② 整式的加减乘除运算；
- ③ 分式的混合运算；（额外重视通分和约分）
- ④ 分解因式的四种方法：提取公因式、公式法、分组分解、十字相乘法；

其中乘法公式有平方差： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，完全平方和： $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ ，完全平方差： $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$ ，除了知识外，本类题型主要考察的数学思想是整体思想，基本上都需要进行整体构造，本类型从展现形式上还有其他的几类变化需要注意，有化简后直接代入的，有的还需要用到代数式变形的一些技巧：如见比设参等；

【易错点】注意：一定是先化简再代值，这个最简结果有采分点，若没有化成最简，要扣分；分式计算是“通分”，而不是去分母，不要与解分式方程混淆；整式运算的最简结果不能有括号；代入求值时，要写“当 $a=2$ 时，原式=”，而不能写“ $\because a=2$ ”，

【例20】简单三角形相关证明

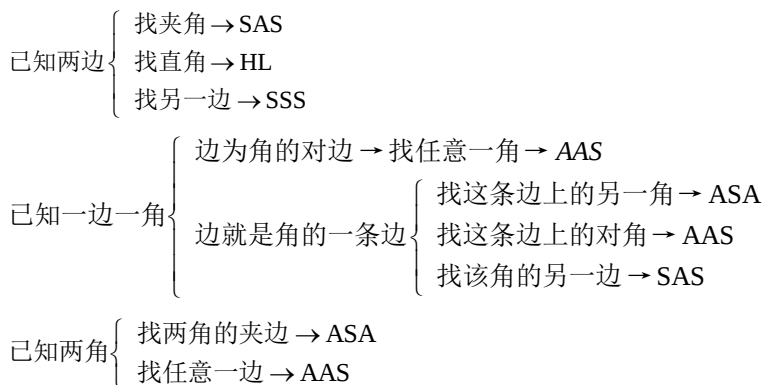
【考点梳理】三角形的全等判定，全等三角形的性质

【考试技巧】全等三角形的判定方法：

- ① 边角边定理 (SAS)：两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等。
- ② 角边角定理 (ASA)：两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等。
- ③ 边边边定理 (SSS)：三边对应相等的两个三角形全等。
- ④ 角角边定理 (AAS)：两个角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等。
- ⑤ 斜边、直角边定理 (HL)：斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等。

全等三角形的应用：运用三角形全等可以证明线段相等、角相等、两直线垂直等问题，在证明的过程中，注意有时会添加辅助线。

判定三角形全等的基本思路：



由全等可得到的相关定理：

- (1) 角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等.
- (2) 到一个角的两边的距离相同的点, 在这个角的平分线上.
- (3) 等腰三角形的性质定理: 等腰三角形的两个底角相等 (即等边对等角).
- (4) 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线和底边上的高互相重合.
- (5) 等腰三角形的判定定理 如果一个三角形有两个角相等, 那么这两个角所对的边也相等 (等角对等边).
- (6) 线段垂直平分线上的点和这条线段两个端点的距离相等.
- (7) 和一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上.

【易错点】请注意严格写过程, 不能跳步:

【例21】列方程(组)解应用题(2016年没考)

【考点梳理】列方程(组)解应用题, 多是分式方程, 也有二元一次或者一元二次方程等

1. 解分式方程的一般步骤:

- ①在方程的两边都乘最简公分母, 约去分母, 化成整式方程;
- ②解这个整式方程;
- ③把整式方程的根代入最简公分母, 看结果是不是零, 使最简公母为零的根是原方程的增根, 必须舍去.

2. 列分式方程解应用题的一般步骤:

- a. 审清题意;
- b. 设未知数;
- c. 根据题意找相等关系, 列出(分式)方程;
- d. 解方程, 并验根;一定要验根
- e. 写出答案.

【考试技巧】

设未知数的三种方法

①直接设未知数

直接设未知数指题目问什么就设什么, 它多适用于要求的未知数只有一个的情况.

②间接设未知数

设间接未知数, 是指所设的不是所求的, 而解得的间接未知数对确定所求的量起中介作用.

③引入辅助未知数

设辅助未知数, 就是为了使题目中的数量关系更加明确, 可以引进辅助未知数帮助建立方程. 辅助未知数往往不要求出, 可以在解题时消去.

注意: 解应用题的方法多种多样, 除此之外, 还有运用逆推法解应用题、运用整体思想解应用题、运用图形图表法解应用题等等, 以此题为例, 画表分析:

	原料甲	原料乙	
纪念章	4	3	x
冬奥印	5	10	y
	20000	30000	

列方程解应用题的步骤

1. 审: 分析好问题中的已知量和未知量, 明确各数量之间的关系, 从中找出能够表示实际问题全部含义的相等关系. 要注意题中的相等关系有些是明显的, 有些是不明显的, 需要结合生活实际来发现:

2. 设：设未知数，一般求什么，就设什么为 x ，若有几个未知数，应恰当地选择其中的一个，用字母 x 表示出来。有时直接设不容易设得话，可采用间接设；
3. 找：找出能够表示应用题全部意义的一个相等关系；
4. 列：根据这个相等关系列出方程；
5. 解：解所列出的方程，求出未知数的值；
6. 验：检验所求得解是否符合题意；
7. 答：检验所求解是否符合题意，写出答案（包括单位名称）。

【易错点】

注意不等量关系语义的转换，“谁比谁少”指的谁少，以及“多”、“少”、“是……2 倍”还是“比……多 2 倍”等；

注意时间和单位的统一；

注意解分式方程不要漏乘，不要忘了检验；

注意即使不会列方程，也要把未知数设上；

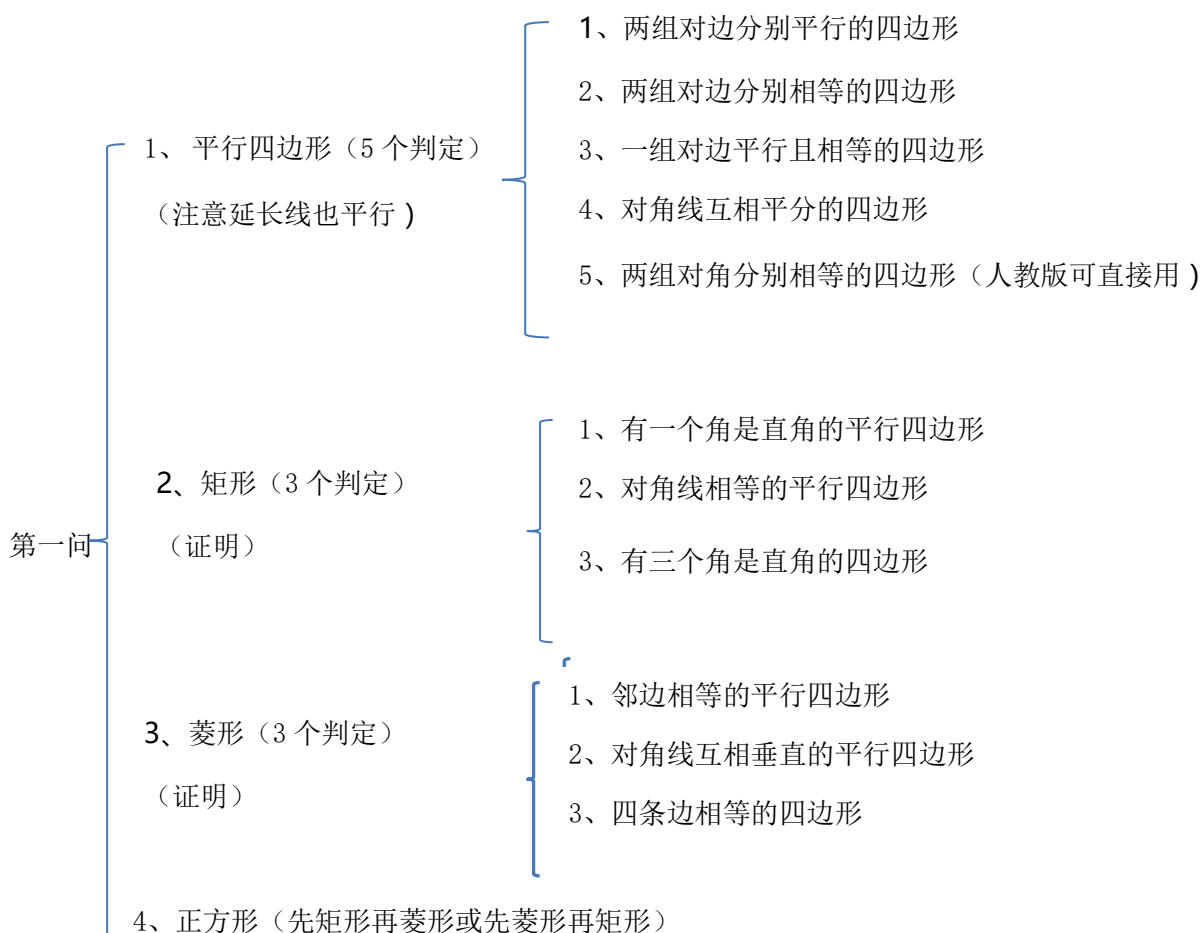
注意格式：设、列、解、验、答——一个步骤 1 分，

“分式方程双检验”——检验时写“经检验， $x = \dots\dots$ 是原方程的解，且符合题意”，

注意写“答：原计划为……”，而不要写“ $\therefore$ ”，这不能代表答题；

【例22】四边形综合

【考点梳理】四边形综合题考点：特殊四边形的性质和判定，勾股定理，三角函数，基础几何知识



- 第二问计算方法
- 1、勾股定理（翻折/折叠，出现角等、线等、特殊三角形）
 - 2、三角函数（让两个特殊角放一个三角形，或拆分，或找补角）
 - 3、等积变换

【考试技巧】

平行四边形 5 个判定依据：

- ①两组对边分别平行的四边形
- ②两组对边分别相等的四边形
- ③一组对边平行且相等的四边形
- ④对角线互相平分的四边形
- ⑤两组对角分别相等的四边形

菱形 3 个判定依据：

- ①邻边相等的平行四边形
- ②对角线互相垂直的平行四边形
- ③四条边相等的四边形

矩形 3 个判定依据：

- ①有一个角是直角的平行四边形
- ②对角线相等的平行四边形
- ③有三个角是直角的四边形

第二问通常情况下都会考查四边形有关计算问题，因此常涉及的考点有“勾股定理”“相似三角形”“三角函数”，基本上都是通过这三个方向来解决问题；除此之外还需要重点注意的知识要点有：“三线合一”“直角三角形斜边中线”“中位线”，当解决不了问题时，可尝试引入未知数建立方程。

【易错点】注意答题步骤要全；注意辅助线陈述方式准确严谨；注意不要遗漏条件，不要自创条件。

注意：2017 年通州二模对于四边形第二问也考查了做题思路的书写，所以整体思想和圆的第二问一致，注意规范性书写。

【例23】 小函数综合 或 一元二次方程与整数根

【考点梳理】今年涉及到的一次函数和反比例函数的综合，开始考察孩子画函数图像的能力等

- ① 内容综合：主要考察反比例函数与直线、相似三角形、特殊三角形（直角三角形、等腰三角形）、面积等涉及几何内容的小型代几综合题；
- ②主要考察和涉及分类讨论思想——这是同学们比较薄弱之处，可谓“正中软肋”。
 - a. 画图并求解一次函数、反比例函数的解析式
 - b. 求面积或已知面积求解点坐标

- c: 利用图像比较函数值的大小;
- d: 利用 K 的绝对值与 X 轴所夹锐角的正切值相等解决问题 (注, 当 $K=\pm 1$ 时, 所夹锐角是 45°);
- e: 根据题意进行作图, 中点坐标公式 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$
- g: 最重要和难点即为线段倍数关系, 利用相似求解点坐标.

【考试技巧】a. 求解解析式: 点在函数上, 函数过点, 则将点的坐标代入函数解析式即可

- b. 见比例构造全等或 A 字形, 8 字形相似, 做垂直或平行;
- c. 用代数方法求多解问题. 剩去分类讨论.
- d. 求解面积时要采用水平底铅垂高, 必要时对图形进行适当的拼接与割补;
- e. 求解点坐标时, 充分利用图形之间的几何关系 (如全等、相似等) 进行求解, 要多用几何办法解决代数问题, 简化计算.

【易错点】注意线段比值与相似三角形相似比的转换

分类讨论 (注意: 审题要仔细, 区分横轴、纵轴还是坐标轴; 是求横坐标、纵坐标还是坐标);

【考点梳理】一元二次方程根的判别式、整数根问题

设一元二次方程为 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 其根的判别式为: $\Delta = b^2 - 4ac$ 则

$\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个不相等的实数根 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个相等的实数根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

$\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 没有实数根.

【考试技巧】

若 Δ 为完全平方式, 同时 $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$ 是 $2a$ 的整数倍, 则方程的根为整数根.

①给出参数范围: 通过计算可得 Δ 是 m 的一次形式即 $pm+q$ 的形式, 求出参数 m 的取值范围, 在取值范

围内取值使方程的根 $(pm+q+n)(pm+q-n)=-g$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 为整数;

②分离常数法: $\Delta = (pm+q)^2$ 的形式 (假设 m 是一元二次方程中的参数), 求根公式 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 表

示出 x_1 及 x_2 , 并分离常数化简成分子不含参数的形式, 例如表示为 $x = \frac{6}{m+2}$ 或 $x = 1 - \frac{6}{m-2}$, 然后通过分母是分子的因数及负因数求解分母中的参数;

③枚举法（近两年几乎没考到）：通过计算可得 Δ 是 m 的二次形式，但不是完全平方，即 $\Delta = (pm+q)^2 + g$ 的形式，那么设 $\Delta = (pm+q)^2 + g = n^2$ ，之后整理成 $(pm+q)^2 - n^2 = -g$ ，再利用平方差分解成，由题可得 p, q, n 是整数，所以把 $-g$ 分解成两个整数 st 相乘的形式，可得 $(pm+q+n)(pm+q-n) = st$ ，因为等号左右两边对应相等，可将等号左右两边分别相加再相等及 $(pm+q+n) + (pm+q-n) = s+t$ 可求出 m 的值。

【易错点】要注意题设条件中的陈述，是关于“谁”的“方程”还是“二次方程”，二次项系数是否为参数，这些决定了是否分类讨论；是求取值范围还是证明根的情况，在分离常数后求解的参数要注意符合题意：两个根正负性，以及是否不等，进而取舍。

四.解答题：24-26

【例24】圆类综合

【考点梳理】1. ①切线的性质和判定：弦切角类型，切线长定理类型。②证角等③证平行④证等线段

2. ①求线段长，②求三角函数值，③求角度，④求边等角等。

【考试技巧】1. 应用到的定理：垂径定理，圆周角定理，切线长定理，相似，锐角三角函数，勾股定理等

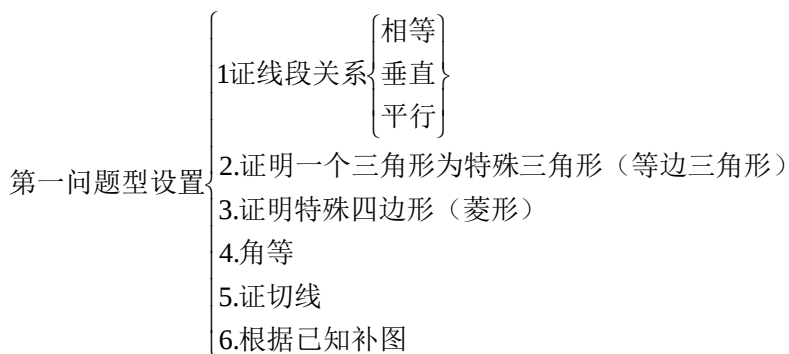
2. 难点在于第二问，找或构造直角三角形构造勾股定理，找8字和A字去构造相似，同时注意第一问结论的应用。

口诀：有切连半径，直径想圆周（角）；

双垂A字试试看，垂直平行来帮忙。

三角函数转移角，特殊角度想一想

圆综合问题设置类型（通常两问）



第二问题型设置

- 1、求线段长度
- 2、求三角函数
- 3、求角的度数

注意：①证明切线，最后要强调点在圆上或谁是半径
 ②最近考试第二问常写解题思路，注意书写的格式，要分条写，要用数学语言进行描述
 “由…可得”、“由…可证”、“由…可求”

怎么写思路？

- 1、写思路不是写过程，比写过程要求的逻辑推理能力更高。
- 2、从结论出发，发散条件，让零散的想法形成思路
- 3、写的思路要让阅读思路的人能够容易的根据思路补全过程（详见海淀二模试卷讲评微信分享）

Eg. 2017 年石景山二模 25、2017 房山二模 25 题、2017 朝阳二模 25 题、2017 海淀二模 25 题

解题思路技巧：

做题切入点

- 1、见到直径，构造直角三角形
- 2、见到等腰三角形，想到三线合一
- 3、见到中点
 - 三线合一
 - 中位线
 - 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
 - 倍长中线（少用）
- 4、见到三角函数值，找到与其相等的角（同弧所对的圆周角相等或导角）
构造直角三角形，写出所能求的边长。
- 5、垂径定理的运用（见到弦作过圆心的垂线）
- 6、角与线段（见到线段之间的关系想到特殊角）
- 7、圆周角定理（见到圆周角，圆心角一定要想想其之间的关系）

整合条件与结论

- 1、审题，提炼出已知条件和要求得问题
- 2、严格分析已知条件，让其条件之间相互关联（隐含条件）
- 3、将所要证明的问题与2分析出的相关联的条件联系起来。

求线段长度方法

- 1、相似与三角函数
- 2、直角三角形中运用勾股定理（四边形中运用较多）
- 3、先相似再勾股或先勾股再相似（通常需要建立方程，设未知量思想）

注意：熟记常见的相似类型。遇到三角函数，构造直角三角形。在构造时常常需要做辅助线，
 做辅助线原则：1、能不做则不做，2、连接两点做辅助线，3、做出辅助线

证切线的方法： $\left\{ \begin{array}{l} 1、证全等得直角 \\ 2、导角 \\ 3、平行线得角关系 \\ 4、勾股定理的逆定理 \end{array} \right.$

注意：证切线是通常连接原点与切点，接下来证这条线与半径所夹的角为直角。

【易错点】

1. 熟练应用三角函数定义：应用三角函数值的时候要找准哪边比哪边，别比错。
2. $\sin \alpha$ 即正弦， $\cos \alpha$ 即余弦， $\tan \alpha$ 即正切，要记准！
3. 找准相似比。

【例25】 统计实际应用

【考点梳理】

统计图的特点：

折线统计图：能够清晰地反映同一事物在不同时期的变化情况。

条形统计图：能够清晰地反映每个项目的具体数目及之间的大小关系。

扇形统计图：能够清晰地表示各部分在总体中所占的百分比及各部分之间的大小关系

统计图对统计的作用：

- (1) 可以清晰有效地表达数据。
- (2) 可以对数据进行分析。
- (3) 可以获得许多的信息。
- (4) 可以帮助人们作出合理的决策。

统计表：表头

【考试技巧】1. 分析数据：从问题入手，先看问题，得出的每一个结论都要有材料支撑带着问题去找数据。

2. 先找各项数据都全的. 再用数据关系求其他.

3. 自己画图统计数据问题尽量画统计表。画图与画表问题，选择画表以节省时间，表头根据题目要求填写，要包含单位，表中数据不出现单位。

【易错点】重点丢分题，不可轻视，要注意答题的细节，如所填数据有无百分号，是否有有效数字、精确度的要求，如有要求按要求填写，如无要求，与材料中的数据保持一致。

1. 统计大题中给趋势去估算下一年（次）数据用平均数。
2. 写百分比时精确到哪一位，要看清答题卡上是否给出百分号。
3. 统计问题专业名词较多，数据也易混淆，注意区分，例如国产电影，国产动画电影

【例26】阅读理解及动手操作类

材料学习类

近两年重点考察方向：

- (一) 新函数
- (二) 新图形

考察意义：

考察学生对于初中阶段重点章节、重点模块的学习脉络是否清晰，每个模块能否找到学习主线，能否通过这条主线把握新知识的学习方法与思路。

(一) 新函数

函数模块的学习我们往往有如下的学习脉络：

- 1、定义；
- 2、图像及其性质：
 - (1) 图像的画法（注意自变量的取值范围）
 - (2) 图像自身属性（增减性、对称性、周期性、单调性等）
 - (3) 图像与函数解析式中待定系数的联系
- 3、解析式的求法；
- 4、函数的几何变换（平移、对称、旋转）；
- 5、函数与方程不等式的联系。

所有函数模块的基本研究点都是以上五类，因此在遇到新函数类型 26 题不会考出这个范围！

注意事项：

- 1、画图时不要忘记函数唯一性，要满足题目中的所有要求（海淀二模）；
- 2、写性质时要写自己最有把握的，而且要具体，不要只写有增减性，要写清自变量取值范围；
- 3、今年各区的两次模拟时常出现对于函数与不等式的联系，看清两个做比较的函数，找好交点后才能确定两函数的大小。

一点猜想：

结合今年各区模拟试卷的出题情况，以及中考说明中对于“规律的观察”这一点的变化，猜想今年有可能会考察三角函数的函数特点，图像性质等内容，尤其是三角函数的周期性有可能会成为学生的难点，像西城一模第 8 次到达 40° 的水温一样，中考有可能会考察正弦值第 8 次等于 $1/2$ 时，角度的大小。这里面就同时考察了三角函数的周期性与对称性。

（二）新图形

学习脉络：

初中阶段图形的学习过程我们是从点、线、面的初步认识到直线的位置关系，再到具体图形（三角形、四边形、圆），再到图形的具体图形特性，最后到图形与图形的关系这样一个脉络学习的，比如三角形的边和角，三角形与三角形的关系（全等与相似），四边形的边、角、对角线，平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质、判定，各类四边形之间的转换等。

因此在研究新图形时，我们也应该考虑到以上因素。

图形的性质主要从边的性质、角的性质以及对角线的性质，或者是基本属性比如轴对称和中心对称几个方面作答。另外判定也要从判定出发，逐步弱化条件，最终找出能够条件最少同时能够证出定义的判定条件。

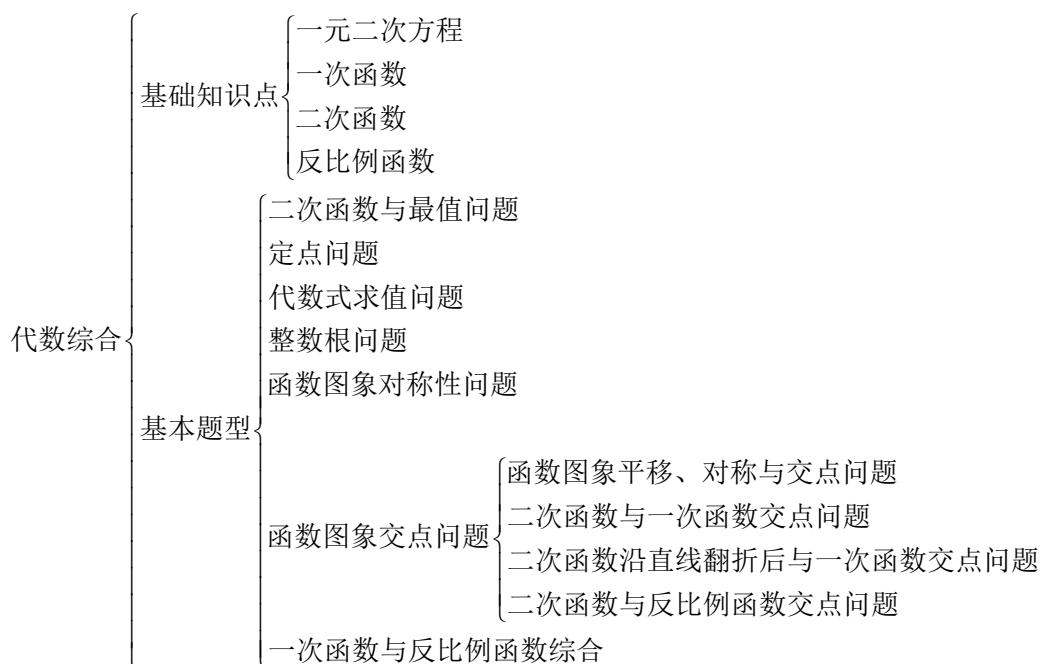
注意事项：

在证明判定时要学会写清命题，语句通顺，条件清晰，写好命题后，在证明之前，建议要把文字条件写成数学语言，并罗列在已知中，然后写出求证的内容，最后再去证明。

一点猜想：全等四边形的判定

五、压轴解答题：27-29

【例27】代数综合



【考点梳理】

第一问

- (1) 求解析式、顶点坐标、交点坐标、对称轴
- (2) 证明一元二次方程根的情况（一定要关注二次项系数）
- (3) 已知根的情况，求参数取值范围

第二问

- (1) 二次函数的图像变换（平移、旋转、轴对称）
- (2) 整数根问题（注意取舍）
- (3) 已知自变量取值范围，求因变量取值范围
- (4) 已知自变量、因变量范围，求函数解析式

第三问

- (1) 交点问题
 - 1) 定二次函数动一次函数：
 - ①定 k ，求 b 范围（直线平移）
 - ②过定点，求 k 取值范围（旋转）
 - 2) 动二次函数定一次函数平移或翻折，解题思路同上
- (2) 最值问题
 - 1) 面积最值（几何类最值与转化成二次函数求最值）
 - 2) 线段最值（同上）
 - (3) 两函数比较大小类（求解析式）
 - (4) 整体代入求代数式的值

【考试技巧】

- 1、边读边分析，注意过临界点与相切；
- 2、数形结合，对于一个待定系数决定两个维度的事情时，一定要画图思考变量的作用。

【易错点】注意事项

- 1、审题挖掘隐含条件
- 2、注意小括号 m 的范围以及图形端点是否包括
- 3、所求范围是否取等号，单拿出来分析
- 4、注意边界值的选取，有无等号；
- 5、读清题意，区分直线、线段、有无边界；
- 6、注意讨论 a 的正负，确定开口方向的变化

【例28】 几何综合

【考点梳理】对于几何综合题，一定要“模型识别”！

中点

一、与中点有关的概念

三角形中线的定义：三角形顶点和对边中点的连线

三角形中线的定理：直角三角形斜边的中线等于斜边的一半

等腰三角形底边的中线三线合一（底边的中线、顶角的角平分线、底边的高重合）

三角形中位线定义：连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边并且等于它的一半。

中位线判定定理：经过三角形一边中点且平行于另一边的直线必平分第三边。

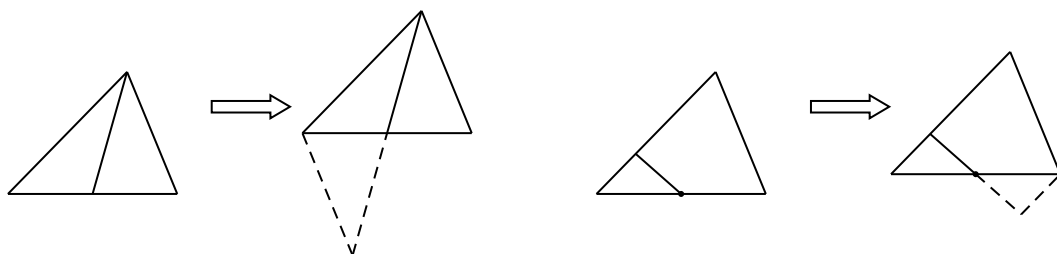
直角三角形斜边中线：直角三角形斜边中线等于斜边一半

斜边中线判定：若三角形一边上的中线等于该边的一半，则这个三角形是直角三角形

二、与中点有关的辅助线

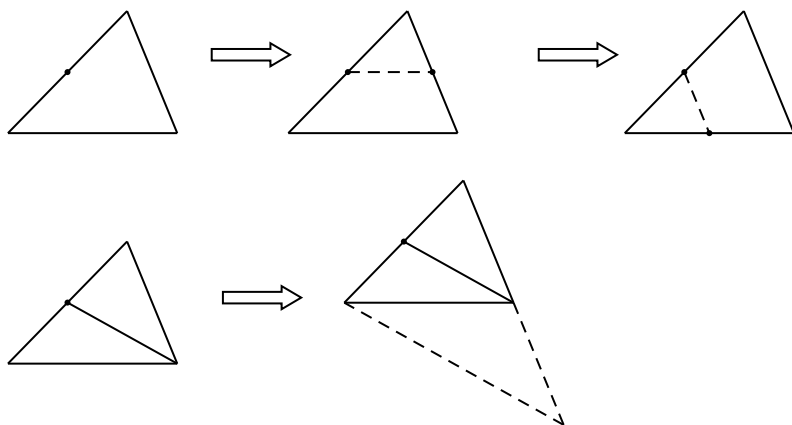
秘籍一：倍长中线

解读：凡是出现中线或类似中线的线段，都可以考虑倍长中线，倍长中线的目的可以旋转等长度的线段，从而达到将条件进行转化的目的。



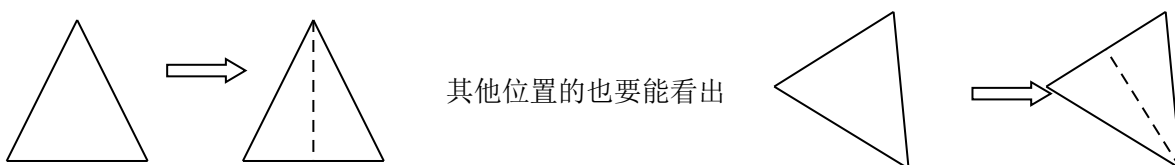
秘籍二：构造中位线

解读：凡是出现中点，或多个中点，都可以考虑取另一边中点，或延长三角形一边，从而达到构造三角形中位线的目的。



秘籍三：构造三线合一

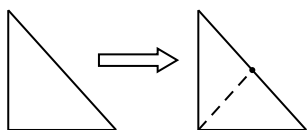
解读：只要出现等腰三角形，或共顶点等线段，就需要考虑构造三线合一，从而找到突破口



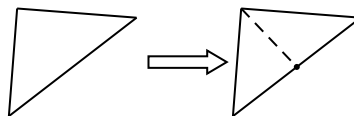
其他位置的也要能看出

秘籍四：构造斜边中线

解读：只要出现直角三角形，或直角，则考虑连接斜边中点，第一可以出现三条等线段，第二可以出现两个等腰三角形，从而转化线段关系。



他位置的也要能看出



角平分线

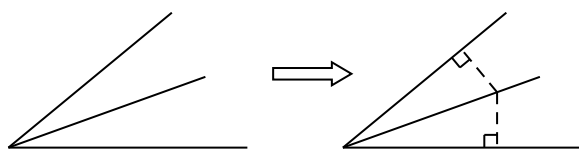
知识点一 角平分线性质

- (1) 角平分线上的点到角的两边的距离相等；
- (2) 到角的两边距离相等的点在角的平分线上。
- (3) 天然的轴对称模型，三线合一模型

知识点二 角平分线辅助线

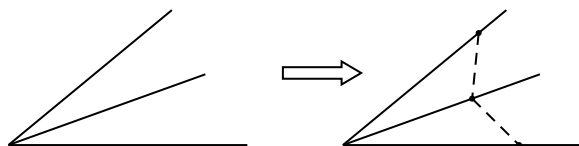
秘籍一：往角两边作垂线

解读：用角平分线上的点往角两边作垂线，这是常用的辅助线，可以利用边角边构造全等



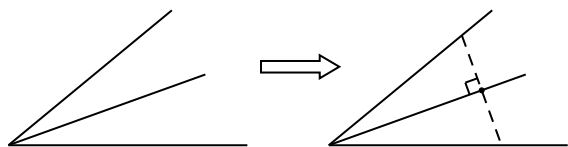
秘籍二：往角两边截取相等的线段

解读：在角两边截取相等的线段，这也是角平分线常用的辅助线，常用于解决线段和差问题



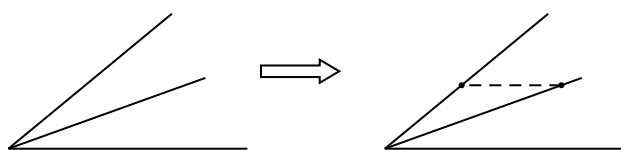
秘籍三：过角平分线上的点作垂线

解读：过角平分线上的点作垂线，常用于构造三线合一，构造等腰三角形



秘籍四：过角平分线上的点作角一边的平行线

解读：可以构造等腰三角形，可以记作口诀：“角平分线+平行线，等角三角形现。”



总结：往角两边作垂线或平行线、及截取等线段，或用四点共圆

旋转一手拉手

一、旋转有关概念

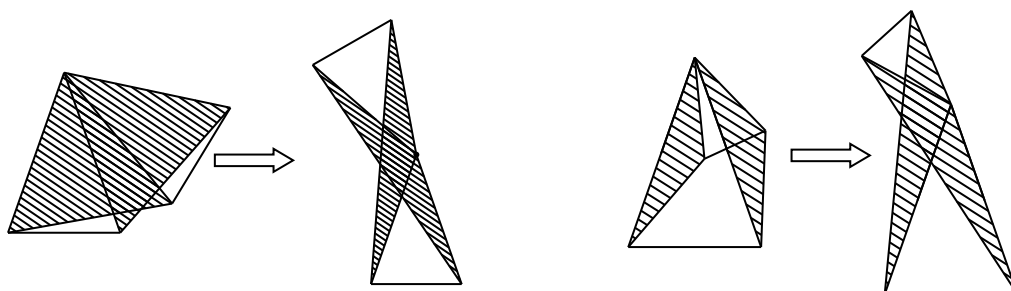
旋转基本概念见《解决方案高分必备》，请配合该课本使用

二、旋转秘籍（旋转前提，有等线段）

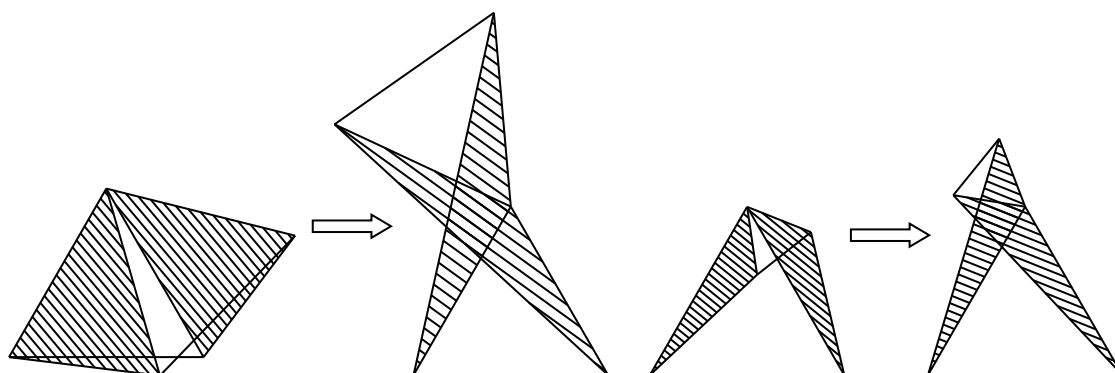
秘籍：四大旋转全等模型（关键找伴随全等三角形）

解读：等腰三角形、等腰直角三角形、等边三角形伴随旋转出全等，处于各种位置的旋转模型，及残缺的旋转模型都要能很快看出来

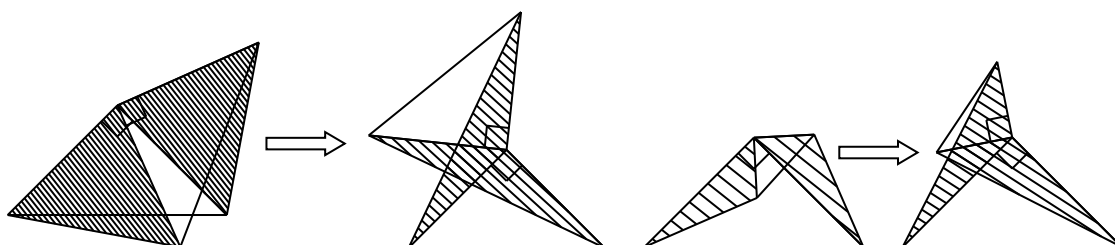
等腰三角形旋转模型图（共顶点旋转等腰出伴随全等）



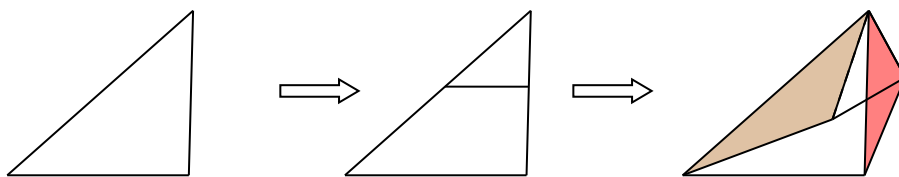
等边三角形旋转模型图（共顶点旋转等边出伴随全等）



等腰直角旋转模型图（共顶点旋转等腰直角出伴随全等）



不等边旋转模型图（共顶点旋转不等腰出伴随相似）



旋转秘籍：图形中出现等腰三角形，常考虑将以腰为边的某三角形绕等腰三角形的顶角所在的顶点旋转一顶角后与另一腰重合。

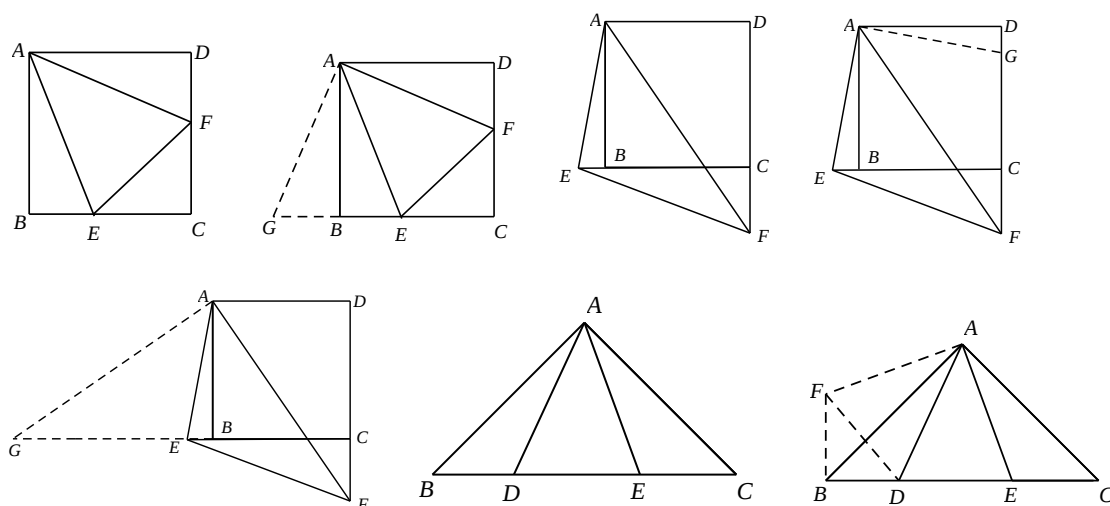
图形中出现等边三角形，常考虑将含有等边三角形边长的某个三角形绕顶点旋转 60° 角后与另一边重合。

图形中出现正方形时，常考虑将含有正方形边长的某个三角形绕顶点旋转 90° 角后与另一边重合。

旋转之角含半角

半角问题旋转模型图

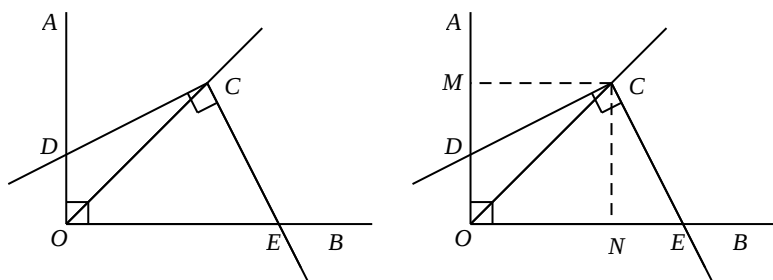
秘籍：角含半角要旋转



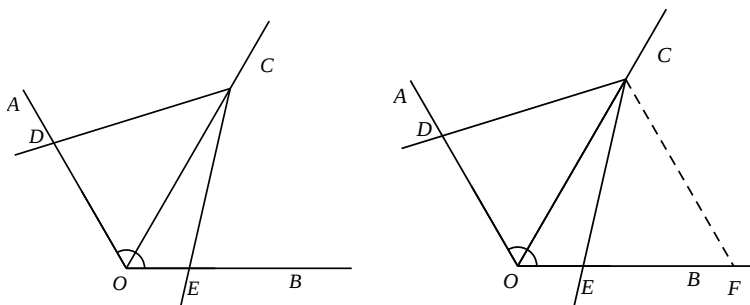
旋转之对角互补

对角互补旋转模型图

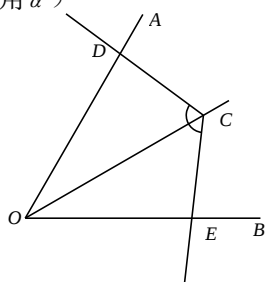
（全等型— 90° ）



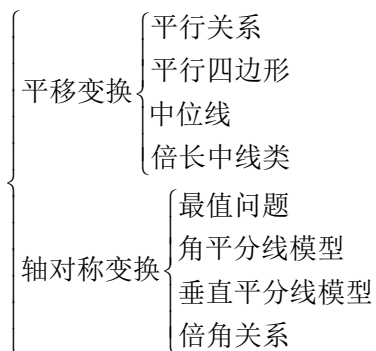
(全等型— 120°)



(全等型—任意角 α)



平移和轴对称



平移变换：通过平移产生新的图形，而使问题得以转化。可以把一个角在保持大小不变、角的两边方向不变的情况下移动位置，使线段在保持平行且相等的条件下移动位置，从而达到相关几何元素相对集中。因此，当条件中有平行关系、平行四边形、中点、中位线等情形时，常常可以作平移变换以集中条件、解决问题。

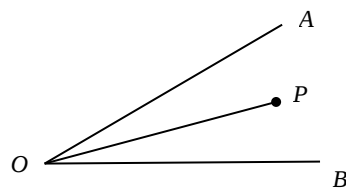
平移变换的方法应用

- (1) 平移变换时通过作平行线的手段把图形中的某条线段或某个角移动到一个新的位置上，使图形中分散的条件与结论有机地联系起来。
- (2) 平移法在应用时有三种情况：
 - ① 平移条件：把条件中的某条线段或角平移；
 - ② 平移结论：把结论中的线段或角平移；
 - ③ 同时平移条件或结论：是把图形中条件或结论中的线段或角同时平移。

6. 轴对称变换

如图，若 P 是线段 AB 的垂直籍：

- ①作中垂线然后作对称，构造轴对称图形
- ②等腰三角形、角分线模型是天然的轴对称模型
- ③对称轴是对称点的连线的中垂线
- ④翻折前后的三角形全等
- ⑤出现线段相等，以及角相等
- ⑥对称轴垂直平分对称点的连线。



常用方法：勾股定理，导角

7. 距离最短常见模型：

- (1) $|PA + PB|$ 最小

同侧

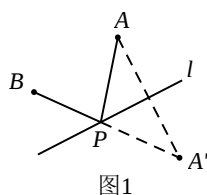


图1

异侧

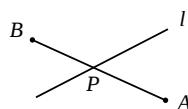


图2

- (2) ① $|PA - PB|$ 最小

同侧

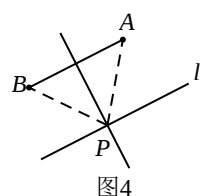


图4

异侧

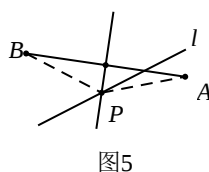


图5

异侧

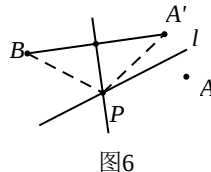
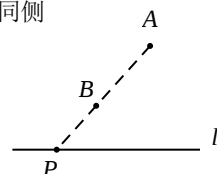


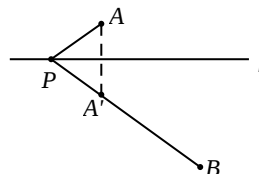
图6

- ② $|PA - PB|$ 最大

同侧



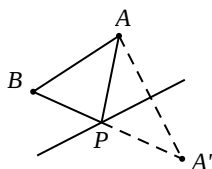
异侧



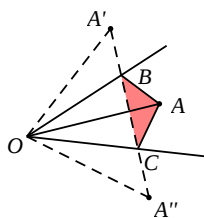
【变形】异侧时，也可以问：在直线 l 上是否存在一点 P 使的直线 l 为 $\angle APB$ 的角平分线

(3) 周长最短

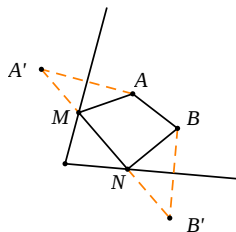
类型一



类型二

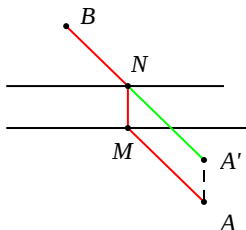


类型三

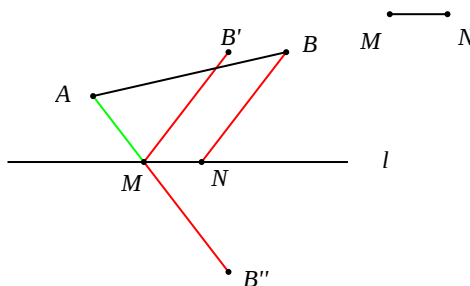


(4) “过河”最短距离

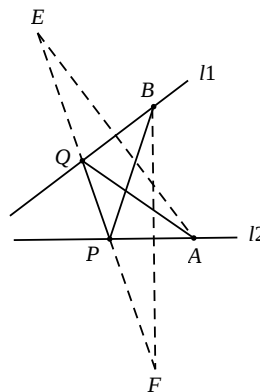
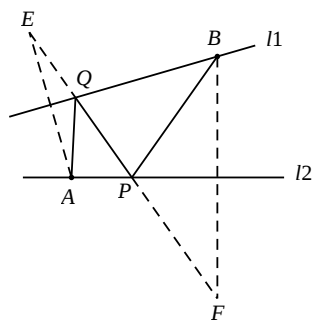
类型一



类型二



(5) 线段和最小



【考试技巧】也就是要经常总结图形的性质、组合的特征等等.

正方形：①要想到它的性质：边、角、对角线、对称性等，

②进行横向联系：想到它们常见的联系图形：正方形常常想到弦图、并且构造坐标系解题（口诀：建系、弦图、手拉手）.

轴对称图形：①轴对称图形：线段、角、等腰、菱形、正方形、等腰梯形、圆、抛物线、

双曲线、以及轴对称图形的组合图形；②中心对称图形：平行四边形、矩形、菱形、正方形、圆、双曲线.

2、常见的口诀是：对称要补全，高线常做对称形，常与面积互转化。

【易错点】1. 顺时针和逆时针旋转的区别

2. 延长线与反向延长线

3. 多种情况分类讨论

【例29】 **新定义**

【考点梳理】

新定义 { 函数类
直线型
曲线型
距离面积型
其他

【考试技巧】

1. 口诀：“读、翻、画、举、逆、分、归”

通常的解法和注意事项都含在以上的口诀中，具体是说首先要逐字阅读，读的是数学的符号语言，之后用文字语言翻译成最简洁最易懂的话，若你能说出来“这道题就是……回事，你就成功了一半”，之后尽可能地画出图形，以上这三者缺一不可，原因就是数学的三种语言——文字语言、符号语言、图形语言是相辅相成的，之后要举出例子帮助你理解抽象的定义；

2. 利用所学知识对抽象的符号、图形加以理解，有时需要思考点与圆的位置关系，直线和圆的位置关系，相切是关键，特殊线段和圆的位置关系。

3. 正向考察：具体的判断、选择、求解；逆向考察要注意字母的取值范围。

【易错点】1. 注意将逆向应用定义

2. 结合所学过的图形或函数知识

2. 没有画动点或者动函数的运动轨迹的习惯，记住要数形结合

知必会、会必对、对必拿、拿必满

爱智康所有初中数学老师预祝孩子们中考顺利，金榜题名！