

## 2017年北京东城区初三二模数学试卷

### 一. 选择题 ( 本题共30分, 每小题3分 )

1. 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作, 根据规划, “一带一路”地区覆盖总人口约为440 000万人, 将440 000用科学记数法表示为 ( ) .

- A.  $4.4 \times 10^6$                       B.  $4.4 \times 10^5$                       C.  $44 \times 10^4$                       D.  $0.44 \times 10^6$

2. 下列运算正确的是 ( ) .

- A.  $2a + 3b = 5ab$                       B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       C.  $(a^2b)^3 = a^6b^3$                       D.  $(a + 2)^2 = a^2 + 4$

3. 有5张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 $0, \pi, \sqrt{2}, \frac{1}{8}, 1.333$ . 背面朝上放在不透明的桌子上, 若随机抽取1张, 则取出的卡片上的数是无理数的概率是 ( ) .

- A.  $\frac{1}{5}$                                       B.  $\frac{2}{5}$                                       C.  $\frac{3}{5}$                                       D.  $\frac{4}{5}$

4. 下列关于二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的最值的描述正确的是 ( ) .

- A. 有最小值是2                      B. 有最小值是3                      C. 有最大值是2                      D. 有最大值是3

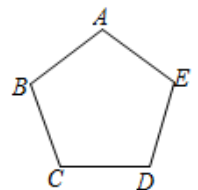
5. 学习准备从甲、乙、丙、丁四个科创小组中选出一组代表学习参加青少年科技创新大赛, 各组的平时成绩的平均数 ( 单位: 分) 及方差如表所示:

	甲	乙	丙	丁
平均数	7	8	8	7
方差	1	1.2	1	1.8

如果要选出一个成绩较好且状态稳定的组去参赛, 那么应选的组是 ( ) .

- A. 甲                                      B. 乙                                      C. 丙                                      D. 丁

6. 如图, 正五边形 $ABCDE$ 放入某平面直角坐标系后, 若顶点 $A, B, C, D$ 的坐标分别是 $(0, a), (-3, 2), (b, m), (c, m)$ , 则点 $E$ 的坐标是 ( ) .



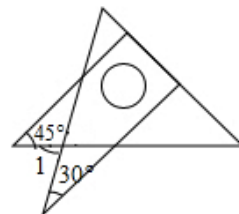
A. (2, -3)

B. (2, 3)

C. (3, 2)

D. (3, -2)

7. 将一副直角三角板如图放置，使含 $30^\circ$ 角的三角板的直角边和含 $45^\circ$ 角的三角板一条直角边在同一条直线上，则 $\angle 1$ 的度数为 ( ) .



A.  $75^\circ$

B.  $65^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $30^\circ$

8. 关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2 + ax - 1 = 0$ 的根的情况是 ( ) .

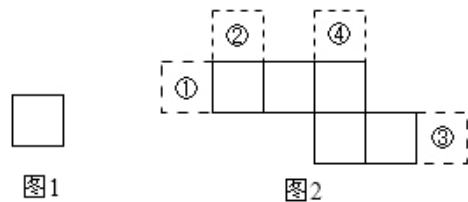
A. 没有实数根

B. 只有一个实数根

C. 有两个相等的实数根

D. 有两个不相等的实数根

9. 图1和图2中所有的正方形都全等，将图1的正方形放在图2中的1234某一位置，所组成的图形不能围成正方体的位置是 ( ) .



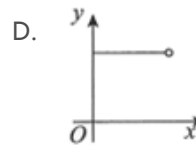
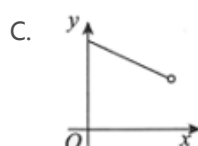
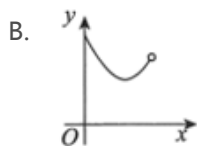
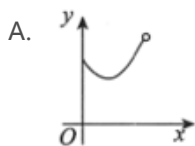
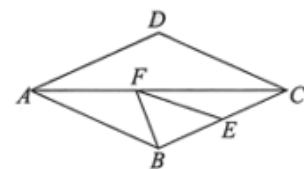
A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

10. 如图，点 $E$ 为菱形 $ABCD$ 的 $BC$ 边的中点，动点 $F$ 在对角线 $AC$ 上运动，连接 $BF$ ， $EF$  . 设 $AF = x$ ， $\triangle BEF$ 的周长为 $y$ ，那么能表示 $y$ 与 $x$ 的函数关系的大致图像是 ( ) .



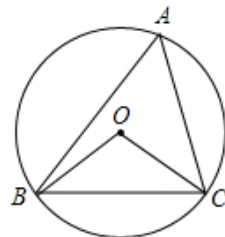
## 二 . 填空题 ( 本题共18分 , 每小题3分 )

11. 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

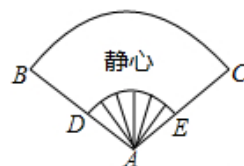
12. 请你写出一个多项式，含有字母 $a$ ，并能够在有理数范围内用平方差公式进行因式分解，此多项式可以是 \_\_\_\_\_ .

13. 已知一次函数 $y_1 = k_1x + 5$ 和 $y_2 = k_2x + 7$ ，若 $k_1 > 0$ 且 $k_2 < 0$ ，则这两个一次函数的图象的交点在第 \_\_\_\_\_ 象限 .

14. 如图， $\odot O$ 的半径为4， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，连接 $OB$ ， $OC$  . 若 $\angle BAC$ 与 $\angle BOC$ 互补，则弦 $BC$ 的长为 \_\_\_\_\_ .



15. 如图，一扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 $AB$ 与 $AC$ 的夹角为 $120^\circ$ ，竹条 $AB$ 的长为25cm，贴纸部分的宽为15cm，若纸扇两面贴纸，则一面贴纸的面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$  . (结果保留 $\pi$ )



16. 小明在他家里的时钟上安装了一个电脑软件，他设定当钟声在 $n$ 点钟响起后，下一次则在 $(3n - 1)$ 小时后响起，例如钟声第一次在3点钟响起，那么第2次在 $(3 \times 3 - 1 = 8)$ 小时后，也就是11点响起；第3次在 $(3 \times 11 - 1 = 32)$ 小时后，即7点响起，以此类推.....；现在第1次钟声响起时为2点钟，那么第3次响起时为 \_\_\_\_\_ 点，第2017次响起时为 \_\_\_\_\_ 点 . (如图钟表，时间为12小时制)



### 三 . 解答题 ( 本题共72分，第17~26题，每小题5分，第27题7分，第28题8分，第29题7分 )

17. 计算： $|-2| + (\pi - 2017)^0 - 4 \cos 60^\circ + \sqrt{27}$  .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 3x - 2 \leq x \\ \frac{2x + 1}{5} < \frac{x + 1}{2} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来 .

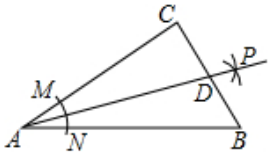
19. 小明化简 $(2x + 1)(2x - 1) - x(x + 5)$ 的过程如图 . 请指出他化简过程中的错误，写出对应的序号，并写出正确的化简过程 .

解：原式 =  $2x^2 - 1 - x(x + 5)$  .....①

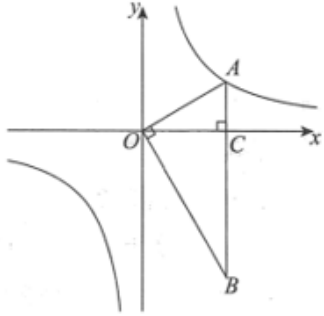
$$= 2x^2 - 1 - x^2 + 5x \dots\dots ②$$

$$= x^2 + 5x - 1 \dots\dots ③$$

20. 如图，在Rt△ABC中，∠C = 90° . 以顶点A为圆心，适当长为半径画弧，分别交AC，AB于点M，N，再分别以点M，N为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点P，作射线AP交边BC于点D . 若CD = 4，AB = 15，求△ABD的面积 .



21. 如图，在平面直角坐标系中，OA⊥OB，AB⊥x轴于点C，点A(√3,1)在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  (k ≠ 0)的图象上 .

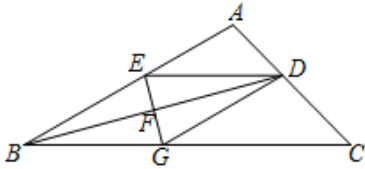


- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  (k ≠ 0)的解析式和点B的坐标 .
- (2) 若将△BOA绕点B按逆时针方向旋转60°得到△BDE (点O与点D是对应点)，补全图形，直接写出点E的坐标，并判断点E是否在该反比例函数的图象上，说明理由 .

22. 列方程或方程组解应用题：

某校为美化校园，计划对一些区域进行绿化，安排了甲、乙两个工程队完成 . 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的2倍，并且两队在独立完成面积为400m<sup>2</sup>区域的绿化时，甲队比乙队少用了4天 . 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少m<sup>2</sup> .

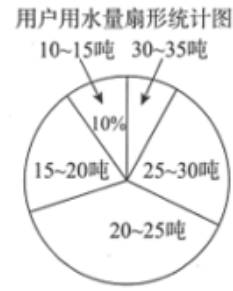
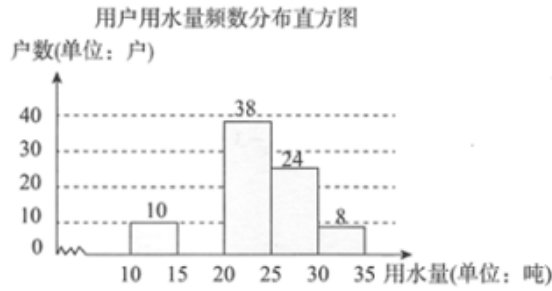
23. 如图，BD是△ABC的角平分线，它的垂直平分线分别交AB，BD，BC于点E，F，G，连接ED，DG .



- (1) 请判断四边形EBGD的形状，并说明理由 .
- (2) 若∠ABC = 30°，∠C = 45°，ED = 2，求GC的长 .

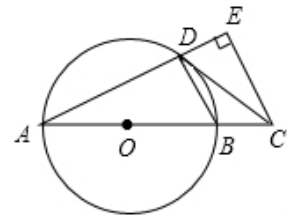
24. 某市为提倡节约用水，准备实行自来水“阶梯计费”方式，用户用水不超出基本用水量的部分享受基本价格，超出基本用水

量的部分实行加价收费．为更好地决策，自来水公司随机抽取了部分用户的用水量数据，并绘制了如下不完整的统计图（每组数据包括右端点但不包括左端点）．请你根据统计图解答下列问题：



- (1) 此次抽样调查的样本容量是 \_\_\_\_\_ ．
- (2) 补全频数分布直方图．
- (3) 如果自来水公司将基本用水量定为每户25吨，那么该地区6万用户中约有多少用户的用水全部享受基本价格？

25. 如图， $AB$ 是 $\odot O$ 的直径，点 $C$ 在 $AB$ 的延长线上， $CD$ 与 $\odot O$ 相切于点 $D$ ， $CE \perp AD$ ，交 $AD$ 的延长线于点 $E$ ．



- (1) 求证： $\angle BDC = \angle A$ ．
- (2) 若 $CE = 4$ ， $DE = 2$ ，求 $AD$ 的长．

26. 佳佳想探究一元三次方程 $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ 的解的情况．根据以往的学习经验，他想到了方程与函数的关系：一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与 $x$ 轴交点的横坐标即为一元一次方程 $kx + b = 0 (k \neq 0)$ 的解；二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象与 $x$ 轴交点的横坐标即为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的解．如：二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 $x$ 轴的交点为 $(-1, 0)$ 和 $(3, 0)$ ，交点的横坐标 $-1$ 和 $3$ 即为方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解．

根据以上方程与函数的关系，如果我们知道函数 $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ 的图象与 $x$ 轴交点的横坐标，即可知道方程 $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ 的解．

佳佳为了解函数 $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ 的图象，通过描点法画出函数的图象．

$x$	.....	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	.....
$y$	.....	-8	$-\frac{21}{8}$	0	$\frac{5}{8}$	$m$	$-\frac{9}{8}$	-2	$-\frac{15}{8}$	0	$\frac{35}{8}$	12	.....

- (1) 直接写出 $m$ 的值，并画出函数图象．
- (2) 根据表格和图象可知，方程的解有 \_\_\_\_\_ 个，分别为 \_\_\_\_\_ ．
- (3) 借助函数的图象，直接写出不等式 $x^3 + 2x^2 > x + 2$ 的解集．

27. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$ ．

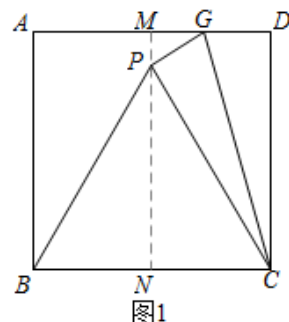
- (1) 当抛物线的顶点在 $x$ 轴上时，求该抛物线的解析式．
- (2) 不论 $m$ 取何值时，抛物线的顶点始终在一条直线上，求该直线的解析式．

(3) 若有两点 $A(-1,0)$ ,  $B(1,0)$ , 且该抛物线与线段 $AB$ 始终有交点, 请直接写出 $m$ 的取值范围.

28. 取一张正方形的纸片进行折叠, 具体操作过程如下:

第一步: 如图1, 先把正方形 $ABCD$ 对折, 折痕为 $MN$ ;

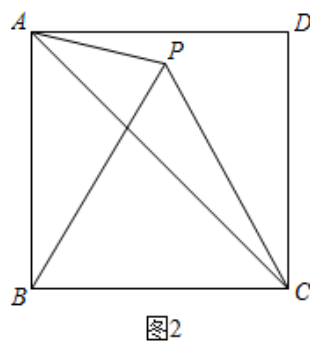
第二步: 点 $G$ 在线段 $MD$ 上, 将 $\triangle GCD$ 沿 $GC$ 翻折, 点 $D$ 恰好落在 $MN$ 上, 记为点 $P$ , 连接 $BP$ .



(1) 判断 $\triangle PBC$ 的形状, 并说明理由.

(2) 作点 $C$ 关于直线 $AP$ 的对称点 $C'$ , 连接 $PC'$ ,  $DC'$ .

① 在图2中补全图形, 并求出 $\angle APC'$ 的度数.



② 猜想 $\angle PC'D$ 的度数, 并加以证明.

(温馨提示: 当你遇到困难时, 不妨连接 $AC'$ 、 $CC'$ , 研究图形中特殊的三角形)

29. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $P$ 与点 $Q$ 不重合. 以点 $P$ 为圆心作经过点 $Q$ 的圆, 则称该圆为点 $P$ ,  $Q$ 的“相关圆”.

(1) 已知点 $P$ 的坐标为 $(2,0)$ ,

① 若点 $Q$ 的坐标为 $(0,1)$ , 求点 $P$ ,  $Q$ 的“相关圆”的面积.

② 若点 $Q$ 的坐标为 $(3,n)$ , 且点 $P$ ,  $Q$ 的“相关圆”的半径为 $\sqrt{5}$ , 求 $n$ 的值.

(2) 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 $A$ 和点 $B$ 的坐标分别为 $(-\sqrt{3},0)$ ,  $(\sqrt{3},0)$ , 点 $C$ 在 $y$ 轴正半轴上. 若点 $P$ ,  $Q$ 的“相关圆”恰好是 $\triangle ABC$ 的内切圆且点 $Q$ 在直线 $y = 2x$ 上, 求点 $Q$ 的坐标.

(3) 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标为:  $A(-3,0)$ ,  $B(\frac{9}{2},0)$ ,  $C(0,4)$ , 点 $P$ 的坐标为 $(0, \frac{3}{2})$ , 点 $Q$ 的坐标为 $(m, \frac{3}{2})$ . 若点 $P$ ,  $Q$ 的“相关圆”与 $\triangle ABC$ 的三边中至少一边存在公共点, 直接写出 $m$ 的取值范围.