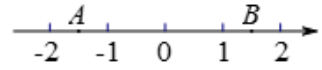
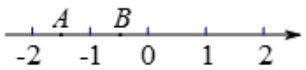
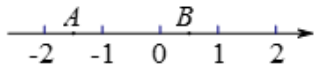
2017年北京房山区初三二模数学试卷

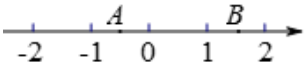
一．选择题（本题共30分，每小题3分）

1. A，B是数轴上两点，点A，B表示的数有可能互为相反数的是（　）．

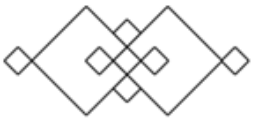
A. 

B. 

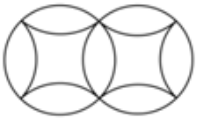
C. 

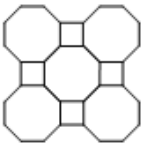
D. 

2. 在我国传统的房屋建筑中，窗棂是重要的组成部分，它不仅具有功能性作用，而且具有高度的艺术价值．下列窗棂的图案中，不是中心对称图形的是（　）．

A. 

B.

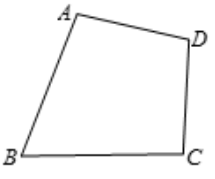
C. 

D. 

3. $(a^2)^3$的化简结果是（　）．

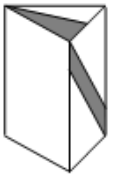
A. a^5　　B. a^6　　C. a^8　　D. a^9

4. 在四边形$ABCD$中，如果$\angle A+\angle B+\angle C=260^\circ$，那么$\angle D$的度数为（　）．

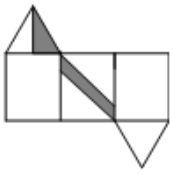


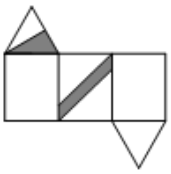
A. 120°　　B. 110°　　C. 100°　　D. 90°

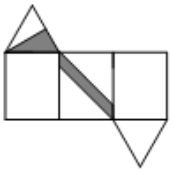
5. 下面的四个展开图中，是右图所示的三棱柱纸盒的展开图的是（　）．



A.

B. 

C. 

D. 

6. 为了解游客在十渡、周口店北京人遗址博物馆、圣莲山和石花洞这四个风景区旅游的满意率，数学小组的同学商议了几个收集数据的方案：

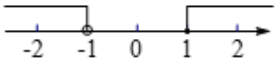
方案一：在多家旅游公司调查400名导游；方案二：在十渡风景区调查400名游客；

方案三：在云居寺风景区调查400名游客；方案四：在上述四个景区各调查100名游客．

在这四个收集数据的方案中，最合理的是（　）．

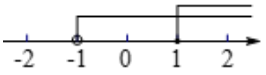
A. 方案一　　B. 方案二　　C. 方案三　　D. 方案四

7. 不等式组$\begin{cases} x > -1 \\ x \leqslant 1 \end{cases}$的解集在数轴上表示为（　）．

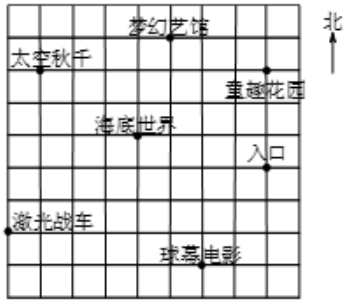
A. 

B.

C.

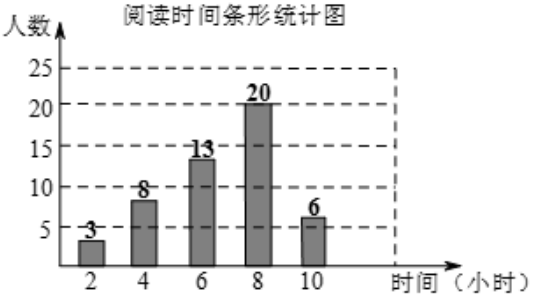
D. 

8. 如图是某游乐城的平面示意图，如果用$(8,2)$表示入口处的位置，用$(6,-1)$表示球幕电影的位置，那么坐标原点表示的位置是（　）．



A. 太空秋千　　B. 梦幻艺馆　　C. 海底世界　　D. 激光战车

9. 数学小组的同学为了解“阅读经典”活动的开展情况，随机调查了50名同学，对他们一周的阅读时间进行了统计，并绘制成如图所示的．这组数据的中位数和众数分别是（　）．



A. 中位数和众数都是8小时　　B. 中位数是25人，众数是20人

C. 中位数是13人，众数是20人　　D. 中位数是6小时，众数是8小时

10. 北京地铁票价计费标准如下表所示：

乘车距离x（公里）	$x \leqslant 6$	$6 < x \leqslant 12$	$12 < x \leqslant 22$	$22 < x \leqslant 32$	$x > 32$
票价（元）	3	4	5	6	每增加1元可乘坐20公里

另外，使用市政交通一卡通，每个自然月每张卡片支出累计满100元后，超出部分打8折；满150元后，超出部分打5折；支出累计达400元后，不再打折．

小红妈妈上班时，需要乘坐地铁15公里到达公司，每天上下班共乘坐两次．如果每次乘坐地铁都使用市政交通一卡通，那么每月第21次乘坐地铁上下班时，她刷卡支出的费用是（　）．

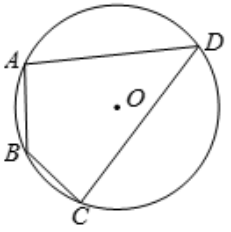
A. 2.5元　　B. 3元　　C. 4元　　D. 5元

二．填空题（本题共18分，每小题3分）

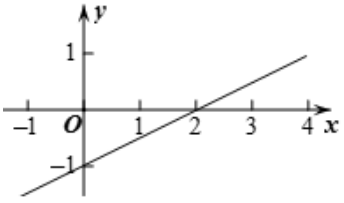
11. 分解因式：$x^3 - 2x^2y + xy^2 =$ _____ ．

12. 请写出一个反比例函数的表达式，满足条件：在各自象限内，y的值随x值的增大而增大．此反比例函数的表达式可以是（写出一个即可）：_____ ．

13. 如图，四边形$ABCD$的顶点均在$\odot O$上，$\odot O$的半径为2．如果$\angle D = 45°$，那么$\overset{\frown}{AC}$的长为 _____ ．（结果用π表示）



14. 直线$y = kx + b\ (k \neq 0)$的图象如图所示，由图象可知当$y < 0$时x的取值范围是 _____ ．



15. 某学习小组的同学做摸球实验时，在一个暗箱里放了多个只有颜色不同的小球，将小球搅匀后任意摸出一个，记下颜色并放回暗箱，再次将球搅匀后任意摸出一个，不断重复．下表是实验过程中记录的数据：

摸球的次数m	200	300	400	500	800	1000
摸到白球的次数n	117	186	242	296	483	599

摸到白球的频率$\frac{n}{m}$	0.585	0.620	0.605	0.592	0.604	0.599

请估计从暗箱中任意摸出一个球是白球的概率是_____ .

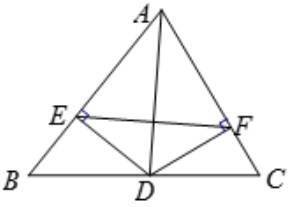
16. 我们知道，一元二次方程$x^2=-1$没有实数根，即不存在一个实数的平方等于-1．如果我们规定一个新数“i”，使它满足$i^2=-1$（即方程$x^2=-1$有一个根为i），并且进一步规定：一切实数可以与新数“i”进行四则运算，且原有的运算律和运算法则仍然成立，于是有：$i^1=i$，$i^2=-1$，$i^3=i^2\cdot i=-1\cdot i=-i$，$i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$．从而对任意正整数$n$，由于$i^{4n}=(i^4)^n=1^n=1$，$i^{4n+1}=i^{4n}\cdot i=1\cdot i=i$，同理可得$i^{4n+2}=-1$，$i^{4n+3}=-i$．那么，$i^6=$_____；$i^{2017}=$_____ .

三．解答题（本题共72分，第17-26题，每小题5分，第27题7分，第28题7分，第29题8分）

17. 计算：$|2-\sqrt{3}|+(\pi-3)^0+\cos 30^\circ+(-1)^{2017}$.

18. 已知：如图，$\triangle ABC$中，AD平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$于E，$DF\perp AC$于F，连接EF .

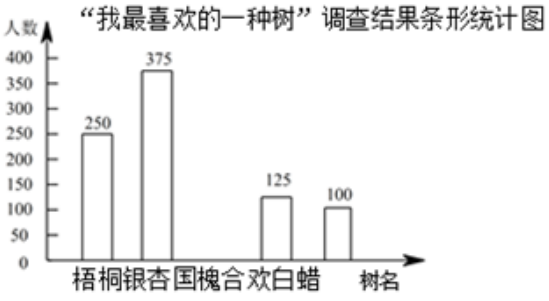
求证：$AE=AF$.

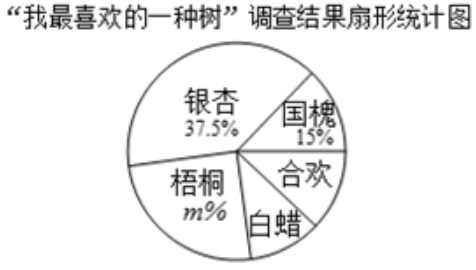


19. 已知$m^2-m-2=0$，求代数式$m(m-1)+(m+1)(m-2)$的值．

20. 为积极响应“京津冀生态建设协同发展”，我区某街道要增大绿化面积，决定从备选的五种树中选一种进行栽种．为了更好的了解民意，工作人员在街道辖区范围内随机走访了部分居民，进行“我最喜欢的一种树”的调查活动（每人选其中一种树），将调查结果整理后，绘制出下面两个不完整的统计图．

请根据所给信息回答问题：





（1）这次参与调查的居民人数为_____ .

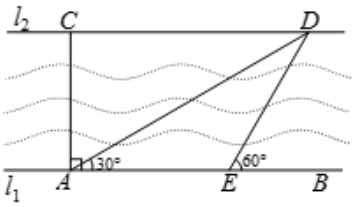
（2）将条形统计图补充完整．

（3）扇形统计图中，$m=$_____；“白蜡”所在扇形的圆心角度数为_____ .

（4）已知该街道辖区内现有居民8万人，请你估计这8万人中最喜欢“银杏”的有多少人?

21. 如图，河的两岸l_1与l_2互相平行，A、B是l_1上的两点，C、D是l_2上的两点．某同学在A处测得$\angle CAB=90^\circ$，$\angle DAB=30^\circ$，再沿AB方向走20米到达点E（即$AE=20$），测得$\angle DEB=60^\circ$．

求：C，D两点间的距离．



22. 已知关于x的一元二次方程$x^2+(2k-3)x+k^2-3k=0$．

（1）求证：此方程总有两个不相等的实数根．

（2）如果方程有一个根为0，求k的值．

23. 数学课上，老师提出如下问题：已知点A，B，C是不在同一直线上三点，求作一条过点C的直线l，使得点A，B到直线l的距离相等．

小明的作法如下：

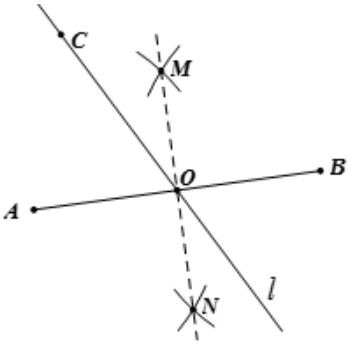
①连结线段AB；

②分别以A，B为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$为半径画弧，两弧交于M、N两点；

③作直线MN，交线段AB于点O；

④作直线CO，则CO就是所求作的直线l．

根据小明的作法回答下列问题：



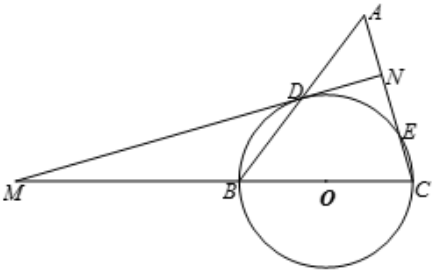
（1）小明利用尺规作图作出的直线MN是线段AB的_____；点O是线段AB的_____．

（2）要证明点A，点B到直线l的距离相等，需要在图中画出必要的线段，请在图中作出辅助线，说明作法，并说明线段的长是点A到直线l的距离，线段的长是点B到直线l的距离．

（3）证明点A，B到直线l的距离相等．

24. 市政工程队承担着1200米长的道路维修任务．为了减少对交通的影响，在维修了240米后通过增加人数和设备提高了工程进度，工作效率是原来的4倍，结果共用了6小时就完成了任务．求原来每小时维修多少米?

25. 如图，$\triangle ABC$中，$AC=BC=a$，$AB=b$．以BC为直径作$\odot O$交AB于点D，交AC于点E，过点D作$\odot O$的切线MN，交CB的延长线于点M，交AC于点N．



（1）求证：$MN\perp AC$．

（2）连接BE，写出求BE长的思路．

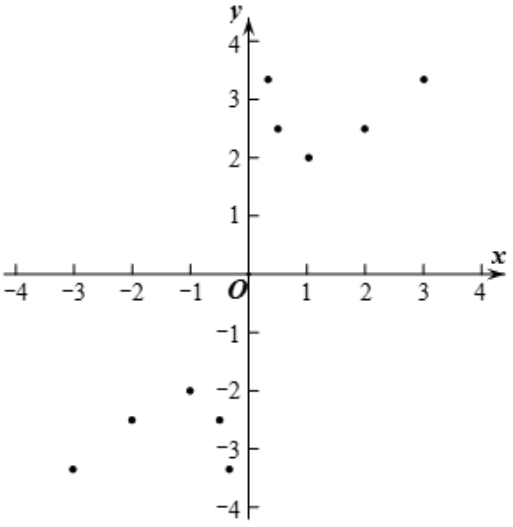
26. 某班“数学兴趣小组”对函数$y=x+\frac{1}{x}$的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整：

（1）自变量x的取值范围是_____．

（2）下表是y与x的几组对应数值：

x		-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	
y		$-\frac{10}{3}$	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	

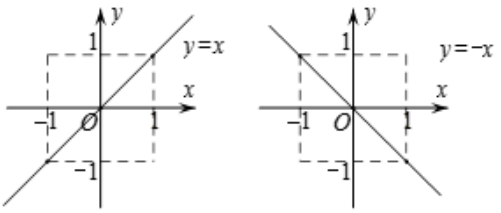
在平面直角坐标系中，描出了以表中各对对应值为坐标的点．根据描出的点，画出该函数的图象．



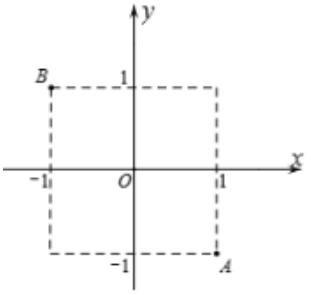
（3）进一步探究发现：该函数在第一象限内的最低点的坐标是$(1,2)$．观察函数图象，写出该函数的另一条性质．

（4）请你利用配方法证明：当$x>0$时，$y=x+\frac{1}{x}$的最小值为2．（提示：当$x>0$时，$x=(\sqrt{x})^2$，$\frac{1}{x}=(\frac{1}{\sqrt{x}})^2$）

27. 对于一个函数，如果它的自变量x与函数值y满足：当$-1\leqslant x\leqslant 1$时，$-1\leqslant y\leqslant 1$，则称这个函数为“闭函数”．例如：$y=x$，$y=-x$均是“闭函数”（如图所示）．已知$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$是“闭函数”，且抛物线经过点$A(1,-1)$和点$B(-1,1)$．



（1）请说明a、c的数量关系并确定b的取值．



（2）请确定a的取值范围．

28. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=2$，点P为BC边上的一个动点（不与B、C重合）．点P关于直线AC、AB的对称点分别为M、N，连结MN交AB于点F，交AC于点E．

（1）当点P为BC的中点时，求$\angle M$的正切值．

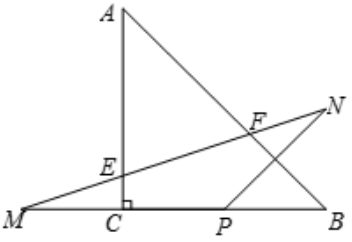


图1

（2）当点P在线段BC上运动（不与B、C重合）时，连接AM、AN，求证：

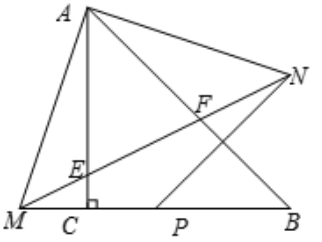
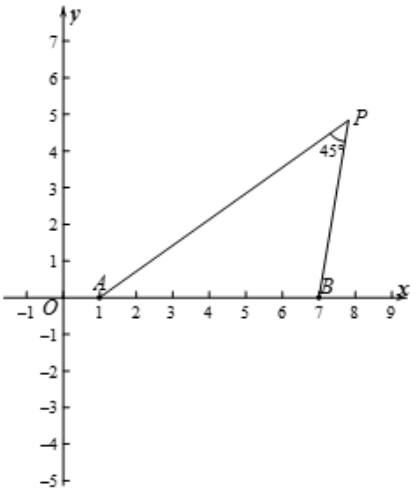


图2

① $\triangle AMN$为等腰直角三角形．

② $\triangle AEF\backsim\triangle BAM$．

29. 如图，在平面直角坐标系xOy中，点A与点B的坐标分别是$(1,0)$，$(7,0)$．



（1）对于坐标平面内的一点P，给出如下定义：如果$\angle APB=45^\circ$，则称点P为线段AB的“等角点”．显然，线段AB的“等角点”有无数个，且A、B、P三点共圆．

① 设A、B、P三点所在圆的圆心为C，直接写出点C的坐标和$\odot C$的半径．

② y轴正半轴上是否有线段AB的“等角点”?如果有，求出“等角点”的坐标；如果没有，请说明理由．

（2）当点P在y轴正半轴上运动时，$\angle APB$是否有最大值？如果有，说明此时$\angle APB$最大的理由，并求出点P的坐标；如果没有，也请说明理由．