2016年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）第1-10题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

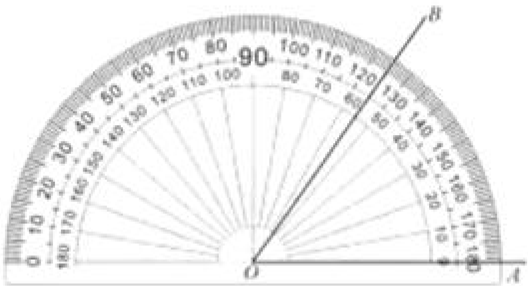
1. 如图所示，用量角器度量∠AOB，可以读出∠AOB的度数为

（A） 45°

（B） 55°

（C） 125°

（D） 135°



答案：B

考点：用量角器度量角。

解析：由生活知识可知这个角小于90度，排除C、D，又OB边在50与60之间，所以，度数应为55°。

2. 神舟十号飞船是我国“神舟”系列飞船之一，每小时飞行约28 000公里。将28 000用科学计数法表示应为

（A） 2.8×10^3 （B） 28×10^3 （C） 2.8×10^4 （D） 0.28×10^5

答案：C

考点：本题考查科学记数法。

解析：科学记数的表示形式为$a\times10^n$形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，28000＝2.8×10^4。故选C。

3. 实数a，b在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是

（A） $a>-2$ （B） $a<-3$ （C） $a>-b$ （D） $a<-b$

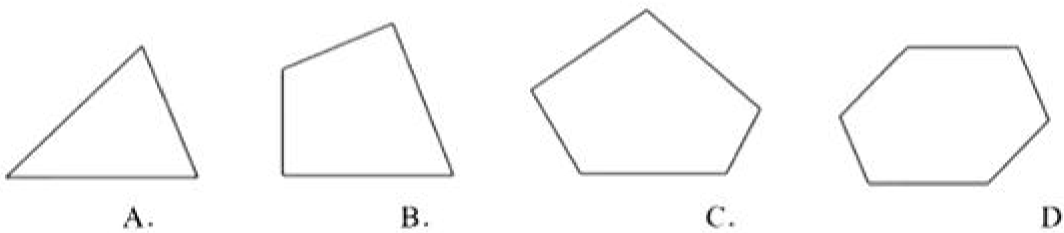
答案：D

考点：数轴，由数轴比较数的大小。

解析：由数轴可知，$-3<a<-2$，故A、B错误；$1<b<2$，

$-2<-b<-1$，即$-b$在-2与-1之间，所以，$a<-b$。

4. 内角和为540°的多边形是

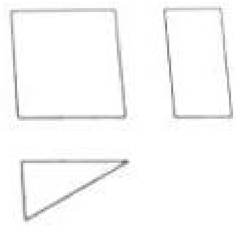


答案： c

考点：多边形的内角和。

解析：多边形的内角和为$(n-2)\times 180°$，当 n＝5 时，内角和为 540°，所以，选 C。

5. 右图是某个几何体的三视图，该几何体是



（A） 圆锥　　（B） 三棱锥
（C） 圆柱　　（D） 三棱柱

答案：D

考点：三视图，由三视图还原几何体。

解析：该三视图的俯视为三角形，正视图和侧视图都是矩形，所以，这个几何体是三棱柱。

6. 如果$a+b=2$，那么代数$(a-\frac{b^2}{a})\cdot\frac{a}{a-b}$的值是

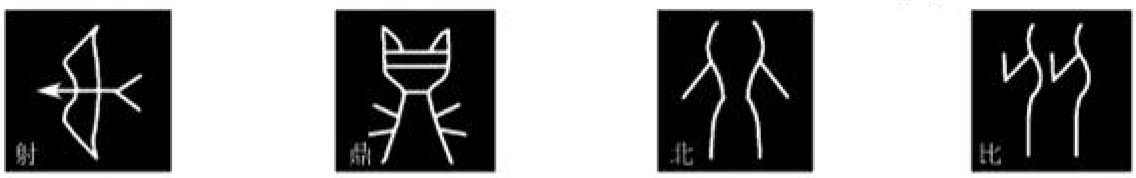
（A） 2　　（B）-2　　（C） $\frac{1}{2}$　　（D）$-\frac{1}{2}$

答案：A

考点：分式的运算，平方差公式。

解析：$(a-\frac{b^2}{a})\cdot\frac{a}{a-b}=\frac{a^2-b^2}{a}\cdot\frac{a}{a-b}=\frac{(a-b)(a+b)}{a}\cdot\frac{a}{a-b}=a+b$＝2。

7. 甲骨文是我国的一种古代文字，是汉字的早期形式，下列甲骨文中，不是轴对称的是



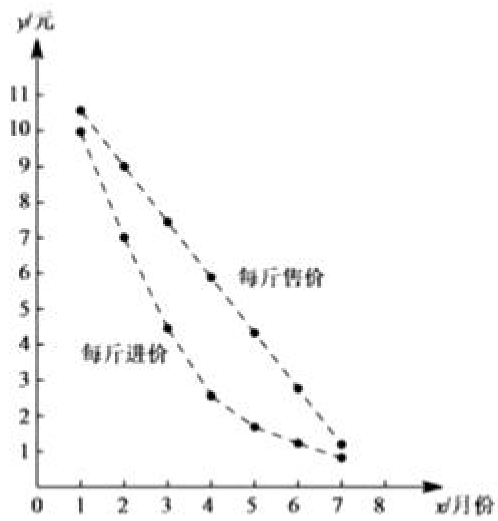
A.　　B.　　C.　　D.

答案：D

考点：轴对称图形的辨别。

解析：A、能作一条对称轴，上下翻折完全重合，B 和 C 也能作一条对称轴，沿这条对称翻折，左右两部分完全重合，只有 D 不是轴对称图形。

8. 在 1-7 月份，某种水果的每斤进价与出售价的信息如图所示，则出售该种水果每斤利润最大的月份是



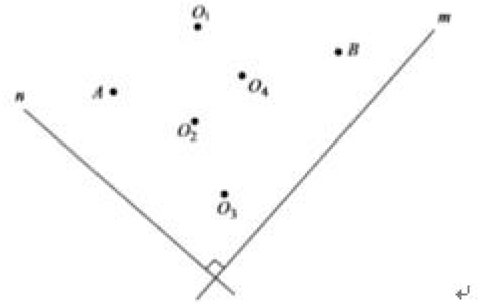
（A） 3 月份　　（B） 4 月份
（C） 5 月份　　（D） 6 月份

答案：B

考点：统计图，考查分析数据的能力。

解析：各月每斤利润：3 月：7.5-4.5＝3 元，
4 月：6-2.5＝3.5 元，5 月：4.5-2＝2.5 元，
6 月：3-1.5＝1.5 元，所以，4 月利润最大，选 B。

9. 如图，直线$m\perp n$,在某平面直角坐标系中，x 轴//m，y 轴//n，点 A 的坐标为（－4，2），点 B 的坐标为（2，－4），则坐标原点为

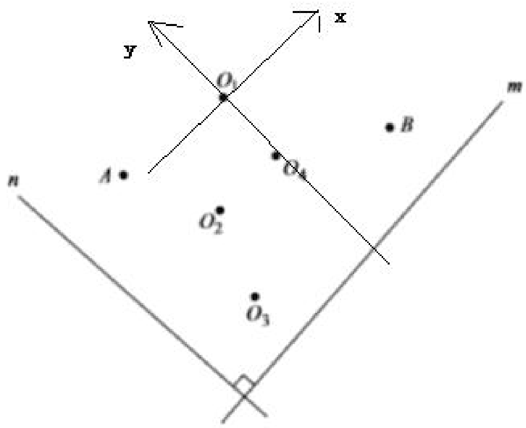


（A） O_1　　（B） O_2　　（C） O_3　　（D） O_4

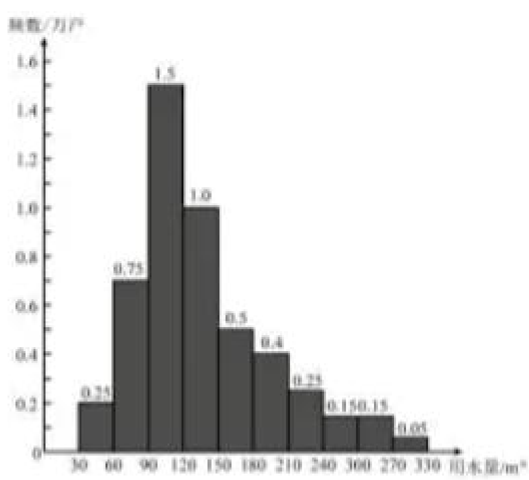
答案：A

考点：平面直角坐标系。

解析：因为 A 点坐标为（－4,2），所以，原点在点 A 的右边，也在点 A 的下边 2 个单位处，从点 B 来看，B（2，－4），所以，原点在点 B 的左边，且在点 B 的上边 4 个单位处。如下图，O_1符合。



10. 为了节约水资源，某市准备按照居民家庭年用水量实行阶梯水价，水价分档递增。计划使第一档、第二档和第三档的水价分别覆盖全市居民家庭的 80%，15%和 5%。为合理确定各档之间的界限，随机抽查了该市 5 万户居民家庭上一年的年用水量（单位：m^3），绘制了统计图，如图所示，下面有四个推断：



① 年用水量不超过 180m^3的该市居民家庭按第一档水价交费

② 年用水量超过 240m^3的该市居民家庭按第三档水价交费

③ 该市居民家庭年用水量的中位数在 150-180 之间

④ 该市居民家庭年用水量的平均数不超过 180

（A） ①③　　（B） ①④　　（C）②③　　（D）②④

答案：B

考点：统计图，会用统计图中的数据分析问题。

解析：年用水量不超过 180m^3的居民家庭有：0.25＋0.75＋1.5＋1＋0.5＝4（万），$\frac{4}{5}$＝80%，所以，①正确；

年用水量超过 240m^3的居民家庭有：0.15＋0.15＋0.05＝0.35（万），$\frac{0.35}{5}$＝7%，故②不正确；

30-120 的有 2.5 万人，120－330 的有 2.5 万人，中位数应该是 120，故③不正确；

由于中位数为 120，用水量小于 150 的有 3.5 万人，所以该市居民家庭年用水量的平均数不超过 180，④正确。

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 如果分式$\frac{2}{x-1}$有意义，那么 x 的取值范围是________。

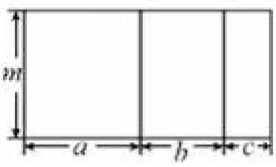
答案：$x \neq 1$

考点：分式的意义。

解析：由分式的意义，知：$x-1 \neq 0$，所以，$x \neq 1$

12. 右图中的四边形均为矩形，根据图形，写出一个正确的等式：________。

答案：$m(a+b+c)=ma+mb+mc$（答案不唯一）



考点：矩形的面积计算，用图形说明因式分解。

解析：最大矩形的长为$(a+b+c)$，宽为m，所以，它的面积为$m(a+b+c)$；

又最大矩形的面积为三个小矩形面积之和，三个小矩形的面积分别为：

ma, mb, mc，所以，有$m(a+b+c)=ma+mb+mc$

13. 林业部门要考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，下表是这种幼树在移植过程中的一组统计数据：

移植的棵数 n	1 000	1 500	2 500	4 000	8 000	15 000	20 000	30 000
成活的棵数 m	865	1 356	2 220	3 500	7 056	13 170	17 580	26 430
成活的频率$\frac{m}{n}$	0.865	0.904	0.888	0.875	0.882	0.878	0.879	0.881

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率为________。

答案：0.881

考点：频率估计概率。

解析：用频率估计概率，数据越大，估计越准确，所以，移植幼树棵数越多，估算成活的概率越准确，因此 0.881 可作为估计值。

14. 如图，小军、小珠之间的距离为 2.7m，他们在同一盏路灯下的影长分别为 1.8m，1.5m，已知小

军、小珠的身高分别为 1.8m,1.5m，则路灯的高为________m。

答案：3

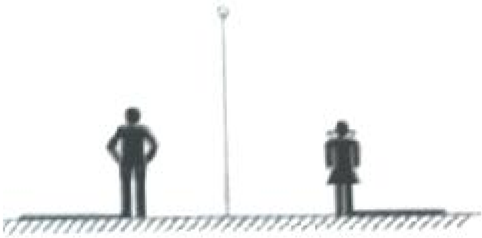
考点：等腰三直角三角形判定与性质。

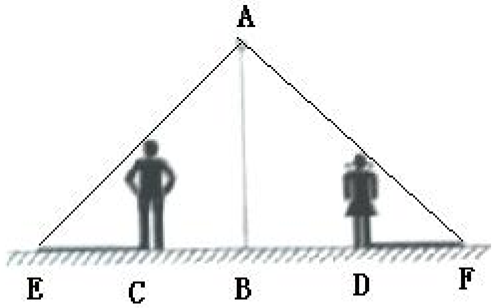
解析：如下图，因为小军、小珠都身高与影长相等，所以，

∠E＝∠F＝45°，所以，AB＝BE＝BF，设路灯的高 AB 为 xm，

则 BD＝x－1.5，BC＝x－1.8，

又 CD＝2.7，所以，x－1.5＋x－1.8＝2.7，解得：x＝3（m）





15. 百子回归图是由 1，2，3…，100 无重复排列而成的正方形数表，它是一部数化的澳门简史，如：中央四位“19 99 12 20”标示澳门回归日期，最后一行中间两位“23 50”标示澳门面积，……，同时它也是十阶幻方，其每行 10 个数之和、每列 10 个数之和、每条对角线 10 个数之和均相等，则这个和为________。

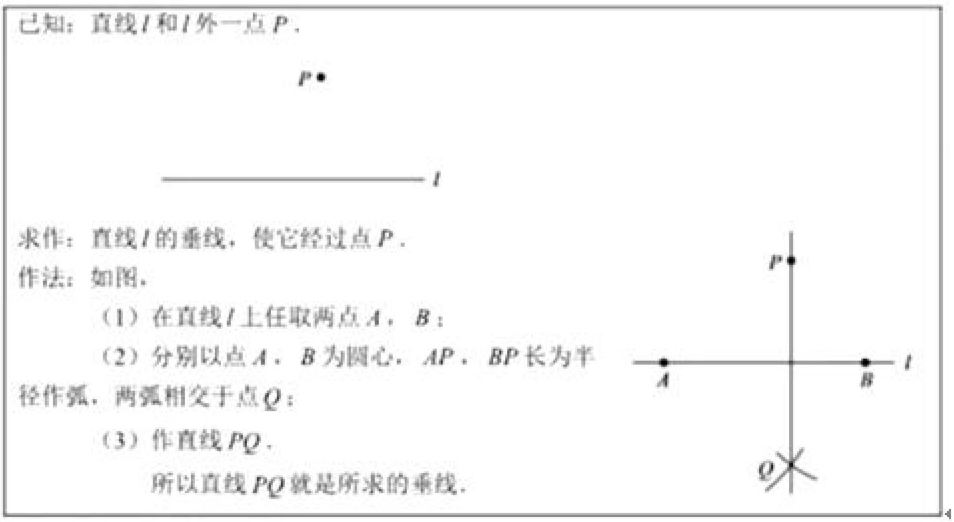
答案：505

考点：考查学生的阅读能力，应用知识解决问题的能力。

解析：1＋2＋3＋…＋100＝（1＋100）＋（2＋99）＋（3＋98）＋…＋（50＋51）＝5050，

共 10 行，每一行的 10 个数之和相等，所以，每一行数字之和为：$\dfrac{5050}{10}$＝505。

16. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程。



已知：直线 l 和 l 外一点 P．

求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P．

作法：如图．

（1）在直线 l 上任取两点 A，B；

（2）分别以点 A，B 为圆心，AP，BP 长为半径作弧，两弧相交于点 Q；

（3）作直线 PQ．

所以直线 PQ 就是所求的垂线．

请回答：该作图的依据是____。

答案：（1）到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上（A、B 都在 PQ 的垂直平分线上）；（2）两点确定一条直线（AB 垂直 PQ）（其他正确依据也可以）

考点：线段的垂直平分线定理，尺规作图。

解析：由作图可知，AP＝AQ，所以，点 A 在线段 PQ 的垂直平分线上，同理，点 B 也在线段 PQ 的垂直平分线上，所以，有 AB⊥PQ。

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．计算：$(3-\pi)^0+4\sin 45^\circ-\sqrt{8}+\left|1-\sqrt{3}\right|$.

考点：实数的运算。

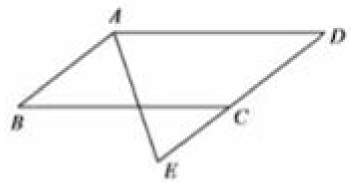
解析：原式$=1+4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{3}-1=\sqrt{3}$。

18．解不等式组：$\begin{cases}2x+5>3(x-1)\\ 4x>\dfrac{x+7}{2}\end{cases}$

考点：不等式组的求解。

解析：$\begin{cases}2x-3x>-5-3\\ 8x>x+7\end{cases}=>\begin{cases}x<8\\ x>1\end{cases}=>1<x<8$。

19．如图，四边形 ABCD 是平行四边形，AE 平分$\angle BAD$，交 DC 的延长线于点 E.



求证：DA=DE

考点：平行四边形的性质，两直线平行的性质，等角对等边。

解析：

证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形 ∴$AB \parallel CD$ ∴$\angle E = \angle BAE$

∵AE平分$\angle BAD$ ∴$\angle BAE = \angle DAE$ ∴$\angle E = \angle DAE$ ∴$DA = DE$.

20. 关于 x 的一元二次方程$x^2+(2m+1)x + m^2 - 1 = 0$有两个不想等的实数根。

（1）求 m 的取值范围；

（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根。

考点：一元二次方程根的判别式及一元二次方程的求解。

解析：（1）∵原方程有两个不相等实数根 ∴$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2-1) = 4m+5 > 0$

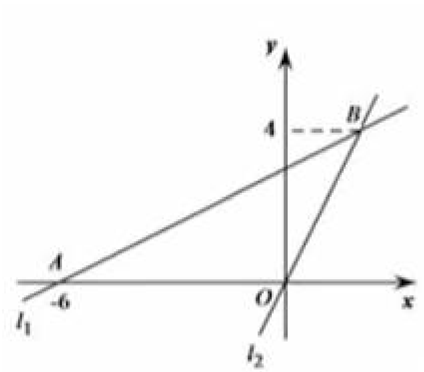
解得$m > -\frac{5}{4}$。

（2）$m = 1$，原方程为$x^2 + 3x = 0$，即$x(x+3) = 0$ ∴$x_1 = 0, x_2 = -3$。（m 取其他值也可以）

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 A（－6，0）的直线l_1与直线l_2：y=2x 相交于点 B（m，4）。

（1）求直线l_1的表达式；

（2）过动点 P(n,0)且垂于 x 轴的直线与l_1, l_2的交点分别为 C,D,当点 C 位于点 D 上方时，写出 n 的取值范围。



考点：函数图象，一次函数，不等式。

解析：（1）∵点 B 在直线 l_2 上 ∴$4 = 2m$ ∴$m = 2$，

设 l_1 的表达式为$y = kx + b$，由 A、B 两点均在直线 l_1 上得到，$\begin{cases} 4 = 2k + b \\ 0 = -6k + b \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$，则 l_1 的表达式为$= \frac{1}{2}x + 3$。

（2）由图可知：$C(\frac{n}{2}+3, n)$，$D(2n, n)$，

点 C 在点 D 的上方，所以，$\frac{n}{2}+3>2n$，解得：$n<2$。

22. 调查作业：了解你所住小区家庭 5 月份用气量情况。

小天、小东和小芸三位同学住在同一小区，该小区共有 300 户家庭，每户家庭人数在 2-5 之间，这 300 户家庭的平均人数均为 3.4.

小天、小东、小芸各自对该小区家庭 5 月份用气量情况进行了抽样调查，将收集的数据进行了整理，绘制的统计表分别为表 1、表 2 和表 3.

表 1 抽样调查小区 4 户家庭 5 月份用气量统计表　（单位：m^3）

家庭人数	2	3	4	5
用气量	14	19	21	26

表 2 抽样调查小区 15 户家庭 5 月份用气量统计表　（单位：m^3）

家庭人数	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
用气量	10	11	15	13	14	15	15	17	17	18	18	18	18	20	22

表 3 抽样调查小区 15 户家庭 5 月份用气量统计表　（单位：m^3）

家庭人数	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
用气量	10	12	13	14	17	17	18	19	20	20	22	26	31	28	31

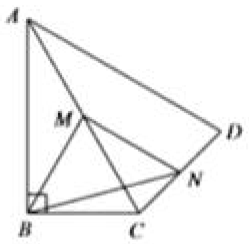
根据以上材料回答问题：

小天、小东和小芸三人中，哪一位同学抽样调查的数据能较好地反映出该小区家庭 5 月份用气量情况，并简要说明其他两位同学抽样调查地不足之处。

考点：抽样调查，分析数据，解决问题的能力。

解析：小芸，小天调查的样本容量较少；小东抽样的调查数据中，家庭人数的平均值为 $(2\times3+3\times11+4)\div15=2.87$，远远偏离了平均人数的 3.4，所以他的数据抽样有明显问题；小芸抽样的调查数据中，家庭人数的平均值为$(2\times2+3\times7+4\times4+5\times2)\div15=3.4$，说明小芸抽样数据质量较好，因此小芸的抽样调查的数据能较好的反映出该小区家庭 5 月份用气量情况。

23. 如图，在四边形 ABCD 中，$\angle ABC=90°$, AC=AD, M, N 分别为 AC, AD 的中点，连接 BM, MN, BN.



(1) 求证：BM=MN;

(2) $\angle BAD=60°$, AC 平分$\angle BAD$, AC=2, 求 BN 的长。

考点：三角形的中位线定理，勾股定理。

解析：（1）证明：在ΔCAD中，∵M、N 分别是 AC、CD 的中点 $\therefore MN \parallel AD$且$MN=\frac{1}{2}AD$

在$Rt\Delta ABC$中，∵M 是 AC 的中点 $\therefore BM=\frac{1}{2}AC$ 又$\because AC=AD$ $\therefore MN=BM$。

（2）解：$\because \angle BAD=60^\circ$且 AC 平分$\angle BAD$ $\therefore \angle BAC=\angle DAC=30^\circ$

由（1）知，$BM=\frac{1}{2}AC=AM=MC$ $\therefore \angle BMC=\angle BAM+\angle ABM=2\angle BAM=60^\circ$

$\because MN \parallel AD$ $\therefore \angle NMC=\angle DAC=30^\circ$ $\therefore \angle BMN=\angle BMC+\angle NMC=90^\circ$

$\therefore BN^2=BM^2+MN^2$ 而由（1）知，$MN=BM=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 2=1$ $\therefore BN=\sqrt{2}$。

24. 阅读下列材料：

北京市正围绕“政治中心、文化中心、国际交往中心、科技创新中心“的定位，深入实施”人文北京、科技北京、绿色北京”的发展战略。“十二五”期间，北京市文化创意产业展现了良好的发展基础和巨大的发展潜力，已经成为首都经济增长的支柱产业。

2011 年，北京市文化创意产业实现增加值 1938.6 亿元，占地区生产总值的 12.1%。2012 年，北京市文化创意产业继续呈现平稳发展态势，实现产业增加值 2189.2 亿元，占地区生产总值的 12.3%，是第三产业中仅次于金融业、批发和零售业的第三大支柱产业。2013 年，北京市文化产业实现增加值 2406.7 亿元，比上年增长 9.1%。文化创意产业作为北京市支柱产业已经排到了第二位。2014 年，北京市文化创意产业实现增加值 2749.3 亿元，占地区生产总值的 13.1%，创历史新高。2015 年，北京市文化创意产业发展总体平稳，实现产业增加值 3072.3 亿元，占地区生产总值的 13.4%。

（以上数据来源于北京市统计局）

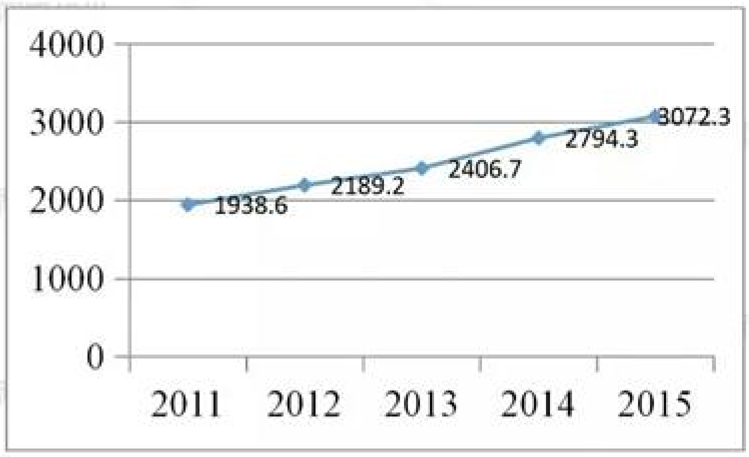
根据以上材料解答下列问题：

（1）用折线图将 2011-2015 年北京市文化创意产业实现增加值表示出来，并在图中标明相应数据；

（2）根据绘制的折线图中提供的信息，预估 2016 年北京市文化创意产业实现增加值约__________亿元，你的预估理由____。

考点：考查学生的阅读能力，处理数据的能力。

解析：（1）如下图：

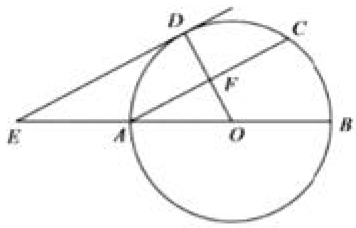


（2）3440（预估值在 3376~3563 之间都可以），近三年平均增长率作为预测 2016 年数据的依据（只要给出符合预测数据的合理的预测方法即可）

25. 如图，AB 为⊙O的直径，F为弦AC的中点，连接OF并延长交$\overset{\frown}{AC}$于点 D，过点 D 作⊙O的切线，交 BA 的延长线于点 E.

（1）求证：AC∥DE;

（2）连接 CD，若 OA＝AE＝a，写出求四边形 ACDE 面积的思路。



考点：圆的切线的性质定理，垂径定理，多边形面积的计算。

解析：（1）证明：∵ED 与⊙O相切于 D　$\therefore OD\perp DE$

∵F 为弦 AC 的中点　$\therefore OD\perp AC$，　　　$\therefore AC\parallel DE$

（2）解：①四边形 DFAE 为直角梯形，上底为 AF，下底为 DE，高为 DF，有条件比较容易在直角三角形 DOE 中计算出 DE 长为$\sqrt{3}a$，DF=$\dfrac{a}{2}$，AF=$\frac{\sqrt{3}}{2}a$，所以可以求出四边形 DFAE 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{8}a^2$；

②在三角形 CDF 中，$DF\perp FC$，且 DF=a/2, FC=AF=$\frac{\sqrt{3}}{2}a$，进而可以求解在三角形 CDF 的面积为$\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$；

③四边形 ACDE 就是由四边形 DFAE 和三角形 CDF 组成的，进而可以得到四边形 ACDE 的面积就等于他们的面积和，为$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

（本题也可以通过证明四边形 ACDE 为平行四边形，进而通过平行四边形面积公式求解，主要思路合理即可）。

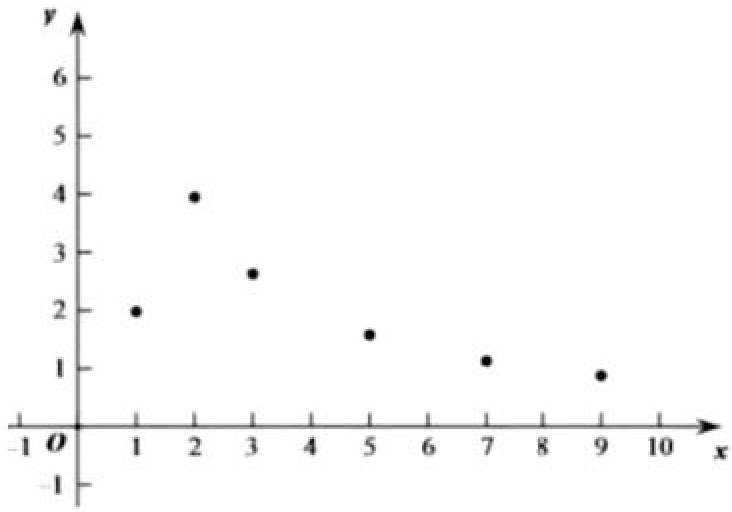
26. 已知 y 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围$x>0$, 下表是 y 与 x 的几组对应值

x	…	1	2	3	5	7	9	…
y	…	1.98	3.95	2.63	1.58	1.13	0.88	…

小腾根据学校函数的经验，利用上述表格所反映出的 y 与 x 之间的变化规律，对该函数的图象与性质进行了探究。

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

（1）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点。根据描出的点，画出该函数的图象；



（2）根据画出的函数图象，写出：

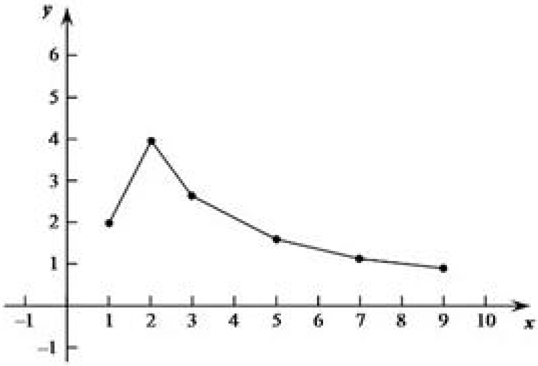
①x＝4 对应的函数值 y 约为________；

②该函数的一条性质：____。

考点：函数图象，开放式数学问题。

解析：

（1）如下图：



（2）①2（2.1 到 1.8 之间都正确）

②该函数有最大值（其他正确性质都可以）。

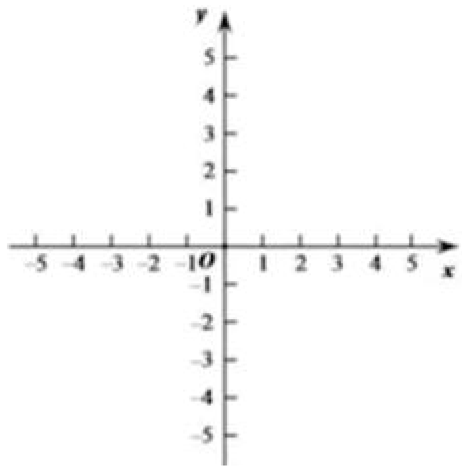
27. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线$y=mx^2-2mx+m-1(m>0)$与 x 轴的交点为 A, B.

(1)求抛物线的顶点坐标；

（2）横、纵坐标都是整数的点叫做整点。

①当 m＝1 时，求线段 AB 上整点的个数；

②若抛物线在点 A, B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内（包括边界）恰有 6 个整点，结合函数的图象，求 m 的取值范围。



考点：二次函数的图象及其性质。

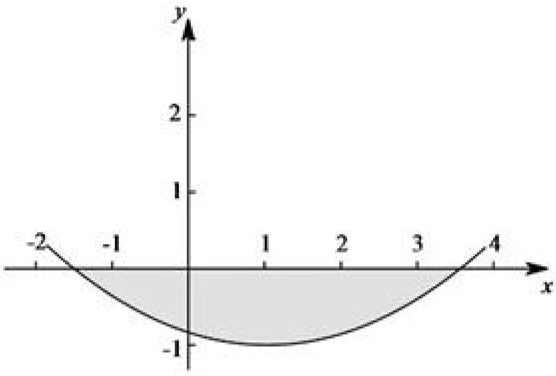
解析：（1）解：将抛物线表达式变为顶点式$y=m(x-1)^2-1$，则抛物线顶点坐标为(1,-1)。

（2）解：①$m=1$时，抛物线表达式为$y=x^2-2x$，因此 A、B 的坐标分别为(0,0)和(2,0)，则线段 AB 上的整点有(0,0)，(1,0)，(2,0)共 3 个；

②抛物线顶点为(1,-1)，则由线段 AB 之间的部分及线段 AB 所围成的区域的整点的纵坐标只能为-1 或者 0，所以即要求 AB 线段上（含 AB 两点）必须有 5 个整点；又有抛物线表达式，令

$y=0$ $mx^2-2mx+m-1=0$，得到 A、B 两点坐标分别为$\left(1-\frac{1}{\sqrt{m}},0\right),(1+\frac{1}{\sqrt{m}},0)$，

即 5 个整点是以(1,0)为中心向两侧分散，进而得到$2\le\frac{1}{\sqrt{m}}<3$，$\therefore\frac{1}{9}<m\le\frac{1}{4}$。



28. 在等边ΔABC中，

（1）如图 1， P,Q 是 BC 边上两点，AP=AQ,$\angle BAP=20^{\circ}$,求$\angle AQB$的度数；

（2）点 P,Q 是 BC 边上的两个动点（不与点 B,C 重合），点 P 在点 Q 的左侧，且 AP=AQ，点 Q 关于直线 AC 的的对称点为 M，连接 AM,PM.

①依题意将图 2 补全；

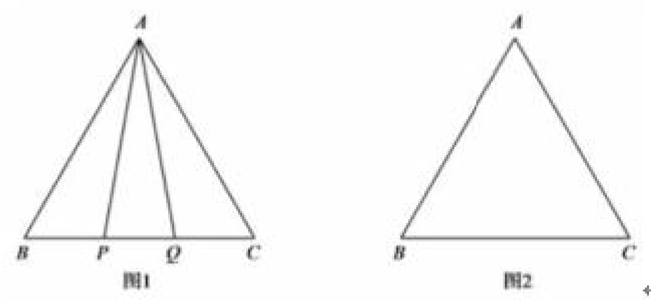
②小茹通过观察、实验提出猜想：在点 P、Q 运动的过程中，始终有 PA=PM。小茹把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了证明该猜想的几种想法：

想法 1:要证明 PA=PM，只需证ΔAPM是等边三角形。

想法 2：在 BA 上取一点 N，使得 BN=BP,要证 PA=PM，只需证$\Delta ANP\cong\Delta PCM$

想法 3: 将线段 BP 绕点 B 顺时针旋转 60°，得到线段 BK，要证 PA=PM，只需证 PA=CK,PM=CK…….

请你参考上面的想法，帮助小茹证明 PA=PM（一种方法即可）



考点：三角形全等的判定与性质，三角形内角和定理。

解析：（1）解：$\because AP=AQ\quad\therefore\angle APQ=\angle AQP\quad\therefore\angle APB=\angle AQC$ 又 $\because\angle B=\angle C=60^{\circ}$

$\therefore\angle BAP=\angle CAQ=20^{\circ}\quad\therefore\angle PAQ=\angle BAC-\angle BAP-\angle CAQ=60^{\circ}-20^{\circ}-20^{\circ}=20^{\circ}$

$\therefore\angle BAQ=\angle BAP+\angle PAQ=40^{\circ}$

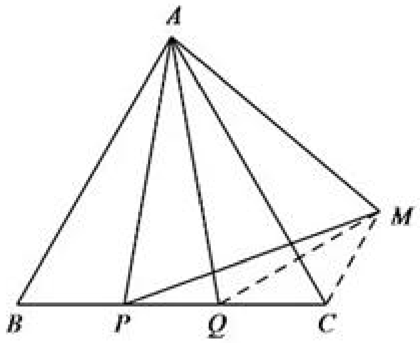
又$\because\angle B=60^{\circ}\quad\therefore\angle AQB=180^{\circ}-\angle B-\angle BAQ=80^{\circ}$。

（2）①下图；②利用想法 1 证明：连接 AQ，首先应该证明$\Delta APB \cong \Delta AQC$，

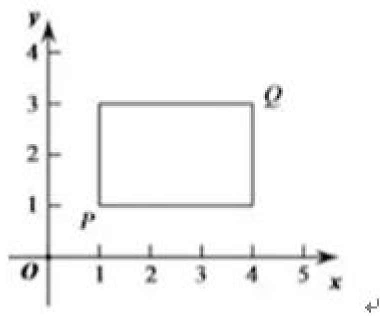
得到$\angle BAP = \angle CAQ$，然后由$\angle CAQ = \angle CAM$得到$\angle CAM = \angle BAP$，进而得到$\angle PAM = 60°$;

接着利用$\angle MCA = \angle QCA = \angle PBA = 60°$ AB=AC $\angle CAM = \angle BAP$，得到$\Delta APB \cong \Delta AMC$，

从而得到 AP=AM，进而得到 PA=PM。（利用其他想法的线索证明也可以）



29. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标为（x_1,y_1)，点 Q 的坐标为（x_2，y_2），且$x_1 \neq x_2$，$y_1 \neq y_2$，若P,Q为某个矩形的两个顶点，且该矩形的边均与 某条坐标轴垂直，则称该矩形为点 P,Q 的“相关矩形”。下图为点 P，Q 的“相关矩形”的示意图。



（1）已知点 A 的坐标为（1，0），

①若点 B 的坐标为（3，1）求点 A，B 的“相关矩形”的面积;

②点 C 在直线 x=3 上，若点 A,C 的“相关矩形”为正方形，求直线 AC 的表达式;

（2）$\odot O$的半径为$\sqrt{2}$，点 M 的坐标为（m,3）。若在$\odot O$上存在一点 N，使得点 M,N 的“相关矩形”为正方形，求 m 的取值范围。

考点：一次函数，函数图象，应用数学知识解决问题的能力。

解析：

（1）解：①$S = 2 \times 1 = 2$；②C 的坐标可以为 (3,2)或者(3,-2)，设 AC 的表达式为$y = kx + b$,

将 A、C 分别代入 AC 的表达式得到

$\begin{cases}0=k+b\\2=3k+b\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0=k+b\\-2=3k+b\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=1\\b=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=-1\\b=1\end{cases}$，

则直线 AC 的表达式为$y=x-1$ 或 $y=-x+1$。

（2）解：易得随着 m 的变化，所有可能的点 M 都在直线 y=3 上；

对于圆上任何一点 N，符合条件的 M 和 N 必须在 k=1 或者-1 的直线上，

因此可以得到 m 的范围为$1\le m\le 5$ 或者 $-5\le m\le -1$。

（2）若$\odot O$上存在点N，使MN的相关矩形为正方形，则直线MN的斜率$k=\pm1$，（正方形对角线），即过M点作$k=\pm1$的直线，与$\odot O$有交点，即存在N，

当$k=-1$时，极限位置是直线与$\odot O$相切，如图l_1与l_2，直线l_1与$\odot O$切于点N，

$ON=\sqrt{2}$，$\angle ONM=90°$，$\therefore l_1$与y轴交于$P_1(0\ ,-2)$．

$M_1(m_1\ ,3)$

$\therefore 3-(-2)=0-m_1$

$\therefore m_1=-5$，$M_1(-5\ ,3)$

同理可得$M_2(-1\ ,3)$

当$k=1$时，则极限位置是l_3，l_4（与$\odot O$相切）可得$M_3(1\ ,3)$，$M_4(5\ ,3)$．

因此m取值范围为$-5\leqslant m\leqslant-1$或$1\leqslant m\leqslant5$．