

2015年北京朝阳中考一模数学试卷

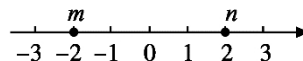
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 据亚洲开发银行统计数据，2010 年至 2020 年，亚洲各经济体的基础设施如果要达到世界平均水平，至少需要 8000000000000 美元基建投资．将 8000000000000 用科学记数法表示应为（ ）．

A. 0.8×10^{13} B. 8×10^{12} C. 8×10^{13} D. 80×10^{11}

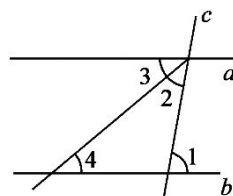
2. 如图，下列关于数 m 、 n 的说法正确的是（ ）．

A. $m > n$ B. $m = n$
C. $m > -n$ D. $m = -n$



3. 如图，直线 a ， b 被直线 c 所截， $a \parallel b$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，若 $\angle 1 = 80^\circ$ ，则 $\angle 4$ 等于（ ）．

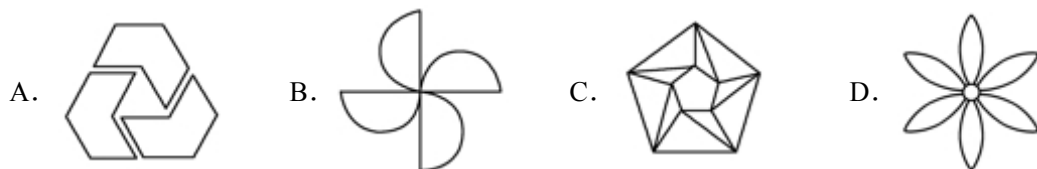
A. 20° B. 40°
C. 60° D. 80°



4. 下列计算正确的是（ ）．

A. $2a + 3a = 6a$ B. $a^2 + a^3 = a^5$ C. $a^8 \div a^2 = a^6$ D. $(a^3)^4 = a^7$

5. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）．



6. 为筹备班级联欢会，班干部对全班同学最爱吃的水果进行了统计，最终决定买哪种水果时，班干部最关心的统计量是（ ）．

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

7. 下表是某种抽奖活动中，封闭的抽奖箱中各种球的颜色、数量，以及它们所代表的奖项：

颜色	数量（个）	奖项
红色	5	一等奖
黄色	6	二等奖
蓝色	9	三等奖
白色	10	四等奖

为了保证抽奖的公平性，这些小球除了颜色外，其他都相同，而且每一个球被抽中的机会均相等，则该抽奖活动抽中一等奖的概率为（ ）．

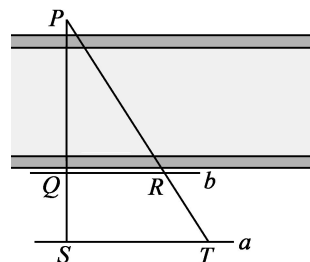
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 若正方形的周长为 40，则其对角线长为（ ）.

- A. 100 B. $20\sqrt{2}$ C. $10\sqrt{2}$ D. 10

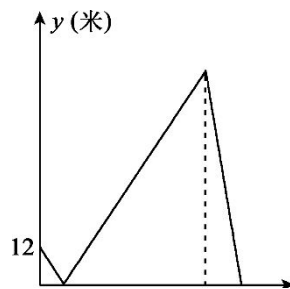
9. 如图，为了估计河的宽度，在河的对岸选定一个目标点 P ，在近岸取点 Q 和 S ，使点 P, Q, S 在一条直线上，且直线 PS 与河垂直，在过点 S 且与 PS 垂直的直线 a 上选择适当的点 T ， PT 与过点 Q 且与 PS 垂直的直线 b 的交点为 R 。如果 $QS = 60\text{m}$ ， $ST = 120\text{m}$ ， $QR = 80\text{m}$ ，则河的宽度 PQ 为（ ）.

- A. 40m
B. 60m
C. 120m
D. 180m



10. 甲、乙两人在一条长 400 米的直线跑道上同起点、同终点、同方向匀速跑步，先到终点的人原地休息。已知甲先出发 3 秒，在跑步过程中，甲、乙两人的距离 y （米）与乙出发的时间 t （秒）之间的关系如图所示，则下列结论正确的是（ ）.

- A. 乙的速度是 4 米/秒
B. 离开起点后，甲、乙两人第一次相遇时，距离起点 12 米
C. 甲从起点到终点共用时 83 秒
D. 乙到达终点时，甲、乙两人相距 68 米

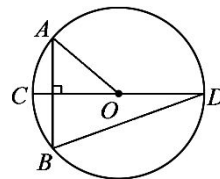


二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 若分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

12. 分解因式： $3m^2 - 6mn + 3n^2 =$ _____.

13. 如图， $\odot O$ 的直径 CD 垂直于弦 AB ， $\angle AOC = 40^\circ$ ，则 $\angle CDB$ 的度数为_____.



14. 请写出一个图象从左向右上升且经过点 $(-1, 2)$ 的函数，所写的函数表达式是_____.

15. 为了缓解城市拥堵，某市对非居民区的公共停车场制定了不同的收费标准（见下表）.

地区类别	首小时内	首小时外
一类	2.5 元/15 分钟	3.75 元/15 分钟
二类	1.5 元/15 分钟	2.25 元/15 分钟
三类	0.5 元/15 分钟	0.75 元/15 分钟

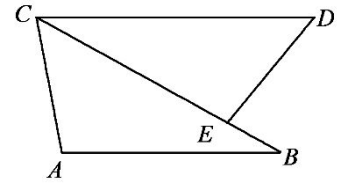
如果小王某次停车 3 小时，缴费 24 元，请你判断小王该次停车所在地区的类别是_____.

(填“一类、二类、三类”中的一个).

16. 一组按规律排列的式子： $\frac{2}{a}$ ， $-\frac{5}{a^2}$ ， $\frac{10}{a^3}$ ， $-\frac{17}{a^4}$ ， $\frac{26}{a^5}$ ， $\dots$ ，其中第7个式子是_____，第 n 个式子是_____（用含的 n 式子表示， n 为正整数）.

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 已知：如图， E 是 BC 上一点， $AB = EC$ ， $AB \parallel CD$ ， $BC = CD$.
求证： $AC = ED$.



18. 计算： $|\sqrt{2}| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2\sin 45^\circ + (\pi - 2015)^0$.

19. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x > x - 2 \\ \frac{2x+1}{3} > x \end{cases}$$

20. 已知 $x^2 + x - 5 = 0$ ，求代数式 $(x-1)^2 - x(x-3) + (x+2)(x-2)$ 的值.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为大于 3 的整数, 且该方程的根都是整数, 求 k 的值.

22. 列方程或方程组解应用题:

为了迎接北京和张家口共同申办及举办 2022 年冬奥会, 全长 174 千米的京张高铁于 2014 年底开工. 按照设计, 京张高铁列车从张家口到北京最快用时比最慢用时少 18 分钟, 最快列车时速是最慢列车时速的 $\frac{29}{20}$ 倍, 求京张高铁最慢列车的速度是多少?

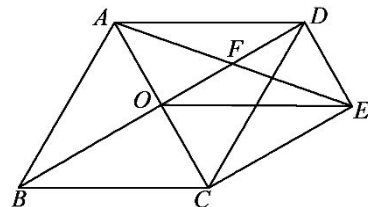
四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

23. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 且 $DE = \frac{1}{2}AC$, 连接 CE 、 OE ,

连接 AE 交 OD 于点 F .

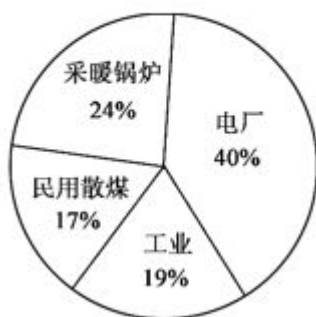
(1) 求证: $OE = CD$;

(2) 若菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 AE 的长.



24. 为防治大气污染，依据北京市压减燃煤相关工作方案，2014 年全市燃煤数量比 2012 年压减 450 万吨，到 2015 年、2017 年要比 2012 年分别压减燃煤 800 万吨、1300 万吨。以下是根据相关数据绘制的统计图的一部分：

2012 年全市燃煤各组成部分
用煤量分布扇形统计图



2012-2017 年全市燃煤数量的折线统计图



- （1）据报道，2012 年全市燃煤由四部分组成，其中电厂用煤 920 万吨，则 2012 年全市燃煤数量为 _____ 万吨；
- （2）请根据以上信息补全 2012 - 2017 年全市燃煤数量的折线统计图，并标明相应数据；
- （3）某地区积极倡导“清洁空气，绿色出行”，大力提升自行车出行比例，小颖收集了该地区近几年公共自行车的有关信息（如下表），发现利用公共自行车出行人数与公共自行车投放数量之间近似成正比例关系。

2012 - 2015 年公共自行车投放数量与利用公共自行车出行人数统计表

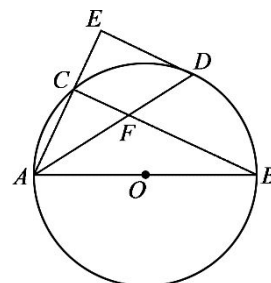
年份	公共自行车投放数量（万辆）	利用公共自行车出行人数（万人）
2012	1.4	约 9.9
2013	2.5	约 17.6
2014	4	约 27.6
2015	5	约 _____

根据小颖的发现，请估计，该地区 2015 年利用公共自行车出行人数（直接写出结果，精确到 0.1）

25. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 为直径, 点 D 在 $\odot O$ 上, 过点 D 作 $\odot O$ 切线与 AC 的延长线交于点 E , $ED \parallel BC$, 连接 AD 交 BC 于点 F .

(1) 求证: $\angle BAD = \angle DAE$;

(2) 若 $AB = 6$, $AD = 5$, 求 DF 的长.



26. 阅读下面材料:

小昊遇到这样一个问题: 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BE 是 AC 边上的中线, 点 D 在 BC 边上, $CD:BD = 1:2$, AD 与 BE 相交于点 P , 求 $\frac{AP}{PD}$ 的值.

小昊发现, 过点 A 作 $AF \parallel BC$, 交 BE 的延长线于点 F , 通过构造 $\triangle AEF$, 经过推理和计算能够使问题得到解决 (如图2).

请回答: $\frac{AP}{PD}$ 的值为_____.

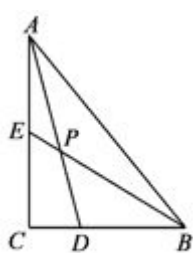


图 1

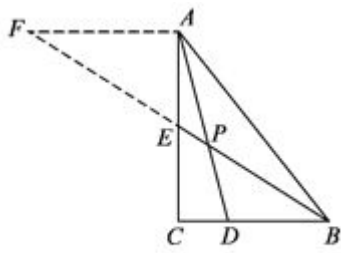


图 2

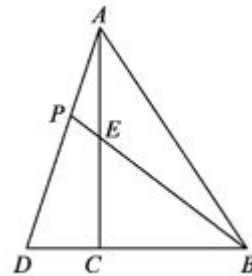


图 3

参考小昊思考问题的方法, 解决问题:

如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 BC 的延长线上, AD 与 AC 边上的中线 BE 的延长线交于点 P , $DC:BC:AC = 1:2:3$.

(1) 求 $\frac{AP}{PD}$ 的值;

(2) 若 $CD = 2$, 则 $BP =$ _____.

五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

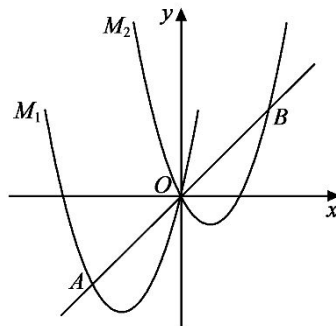
27. 如图，将抛物线 $M_1: y = ax^2 + 4x$ 向右平移 3 个单位，再向上平移 3 个单位，得到抛物线 M_2 ，直线 $y = x$ 与 M_1 的一个交点记为 A ，与 M_2 的一个交点记为 B ，点 A 的横坐标是 -3 。

(1) 求 a 的值及 M_2 的表达式；

(2) 点 C 是线段 AB 上的一个动点，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为 D ，在 CD 的右侧作正方形 $CDEF$ 。

①当点 C 的横坐标为 2 时，直线 $y = x + n$ 恰好经过正方形 $CDEF$ 的顶点 F ，求此时 n 的值；

②在点 C 的运动过程中，若直线 $y = x + n$ 与正方形 $CDEF$ 始终没有公共点，求 n 的取值范围（直接写出结果）。



28. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 D 在射线 BC 上（不与点 B 、 C 重合），连接 AD ，将 AD 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 DE ，连接 BE 。

(1) 如图 1，点 D 在 BC 边上。

①依题意补全图 1；

②作 $DF \perp BC$ 交 AB 于点 F ，若 $AC = 8$ ， $DF = 3$ ，求 BE 的长；

(2) 如图 2，点 D 在 BC 边的延长线上，用等式表示线段 AB 、 BD 、 BE 之间的数量关系（直接写出结论）。

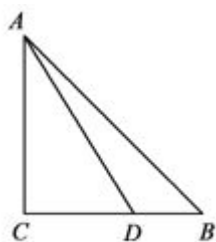


图 1

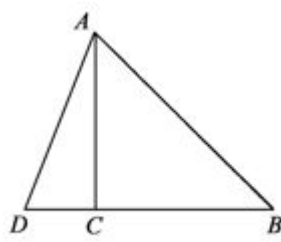


图 2

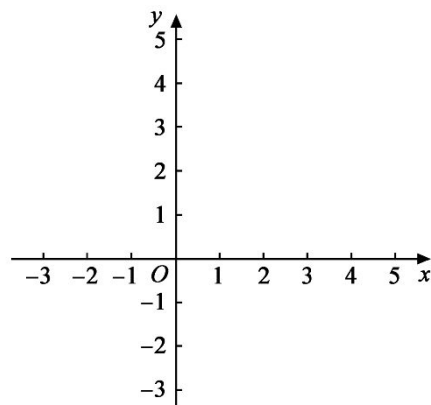
29. 定义：对于平面直角坐标系 xOy 中的线段 PQ 和点 M ，在 $\triangle MPQ$ 中，当 PQ 边上的高为 2 时，称 M 为 PQ 的“等高点”，称此时 $MP + MQ$ 为 PQ 的“等高距离”。

(1) 若 $P(1,2)$ ， $Q(4,2)$ 。

①在点 $A(1,0)$ ， $B(\frac{5}{2},4)$ ， $C(0,3)$ 中， PQ 的“等高点”是_____；

②若 $M(t,0)$ 为 PQ 的“等高点”，求 PQ 的“等高距离”的最小值及此时 t 的值。

(2) 若 $P(0,0)$ ， $PQ=2$ ，当 PQ 的“等高点”在 y 轴正半轴上且“等高距离”最小时，直接写出点 Q 的坐标。



2015 年北京朝阳中考一模数学试卷答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	C	D	C	A	C	C	D

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. $x \neq 2$	12. $3(m-n)^2$	13. 20°	14. $y = x + 3$ （答案不惟一）
15. 二类	16. $\frac{50}{a^7}$, $(-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{a^n}$ （第一个空 1 分，第二个空 2 分）		

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 证明： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B = \angle DCE.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} AB = EC \\ \angle B = \angle DCE, \\ BC = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ECD.$$

$$\therefore AC = ED.$$

18. 解：原式 $= \sqrt{2} - 3 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$
 $= -2.$

19. 解：解不等式 $2x > x - 2$ ，得 $x > -2$.

解不等式 $\frac{2x+1}{3} > x$ ，得 $x < 1$.

$\therefore$ 不等式组的解集是 $-2 < x < 1$.

20. 解： $(x-1)^2 - x(x-3) + (x+2)(x-2)$
 $= x^2 - 2x + 1 - x^2 + 3x + x^2 - 4$
 $= x^2 + x - 3.$
 $\because x^2 + x - 5 = 0,$
 $\therefore x^2 + x = 5.$
 $\therefore$ 原式 $= 5 - 3 = 2.$

21. 解: (1) $\Delta = (-6)^2 - 4(k+3)$

$$= 36 - 4k - 12$$

$$= -4k + 24.$$

$\because$ 原方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore -4k + 24 > 0.$$

解得 $k < 6$.

(2) $\because k < 6$ 且 k 为大于 3 的整数,

$$\therefore k = 4 \text{ 或 } 5.$$

① 当 $k = 4$ 时, 方程 $x^2 - 6x + 7 = 0$ 的根不是整数.

$\therefore k = 4$ 不符合题意.

② 当 $k = 5$ 时, 方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 根为 $x_1 = 2$, $x_2 = 4$ 均为整数.

$\therefore k = 5$ 符合题意.

综上所述, k 的值是 5.

22. 解: 设京张高铁最慢列车的速度是 x 千米/时.

$$\text{由题意, 得 } \frac{174}{x} - \frac{174}{\frac{29}{20}x} = \frac{18}{60}.$$

解得 $x = 180$.

经检验, $x = 180$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 京张高铁最慢列车的速度是 180 千米/时.

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

23. (1) 证明: 在菱形 $ABCD$ 中, $OC = \frac{1}{2}AC$.

$$\therefore DE = OC.$$

$$\because DE \parallel AC,$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

$$\because AC \perp BD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $OCED$ 是矩形.

$$\therefore OE = CD.$$

(2) 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$,

$$\therefore AC = AB = 2.$$

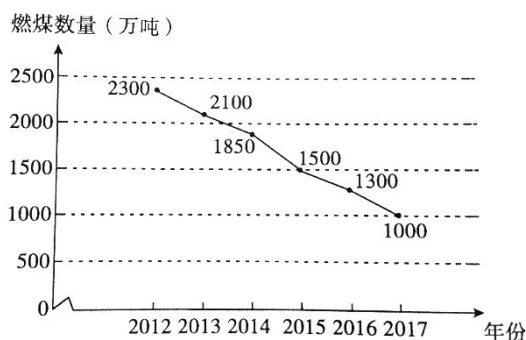
$$\therefore \text{在矩形 } OCED \text{ 中, } CE = OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{7}.$$

24. 解: (1) 2300.

(2) 如图所示.

(3) 35.0 ± 0.5 .



25. 解: (1) 连接 OD ,

$\because ED$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OD \perp ED$.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\because BC \parallel ED$,

$\therefore \angle ACB = \angle E = \angle EDO$.

$\therefore AE \parallel OD$.

$\therefore \angle DAE = \angle ADO$.

$\because OA = OD$,

$\therefore \angle BAD = \angle ADO$.

$\therefore \angle BAD = \angle DAE$.

(2) 连接 BD ,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$.

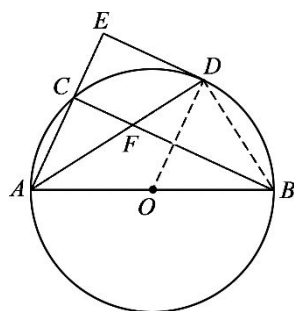
$\because AB = 6, AD = 5$,

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{11}$.

$\because \angle BAD = \angle DAE = \angle CBD$,

$\therefore \tan \angle CBD = \tan \angle BAD = \frac{\sqrt{11}}{5}$.

在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中, $\therefore DF = BD \cdot \tan \angle CBD = \frac{11}{5}$.



26. 解: $\frac{AP}{PD}$ 的值为 $\frac{3}{2}$.

(1) 过点 A 作 $AF \parallel DB$, 交 BE 的延长线于点 F ,

设 $DC = k$,

$\because DC : BC = 1 : 2$,

$\therefore BC = 2k$.

$\therefore DB = DC + BC = 3k$.

$\because E$ 是 AC 中点,

$\therefore AE = CE$.

$\because AF \parallel DB$,

$\therefore \angle F = \angle 1$.

又 $\because \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB$.

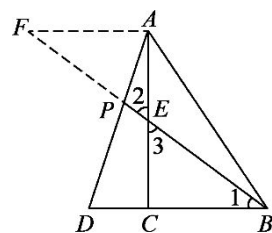
$\therefore AF = BC = 2k$.

$\because AF \parallel DB$,

$\therefore \triangle AFP \sim \triangle DBP$.

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{AF}{DB}$.

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{2}{3}$.



(2) 6.

五、解答题(本题共 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. 解: (1) $\because$ 点 A 在直线 $y = x$, 且点 A 的横坐标是 -3 ,

$$\therefore A(-3, -3).$$

把 $A(-3, -3)$ 代入 $y = ax^2 + 4x$,

解得 $a = 1$.

$$\therefore M_1: y = x^2 + 4x, \text{ 顶点为 } (-2, -4).$$

$$\therefore M_2 \text{ 的顶点为 } (1, -1).$$

$$\therefore M_2 \text{ 的表达式为 } y = x^2 - 2x.$$

(2) ①由题意, $C(2, 2)$,

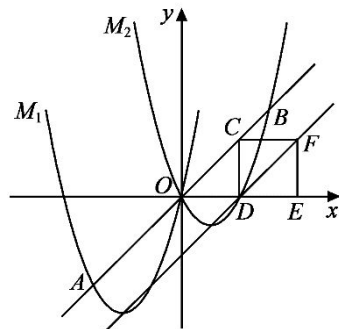
$$\therefore F(4, 2).$$

$\because$ 直线 $y = x + n$ 经过点 F ,

$$\therefore 2 = 4 + n.$$

解得 $n = -2$.

$$\textcircled{2} n > 3, \quad n < -6.$$



28. 解: (1) ①补全图形, 如图所示.

②由题意可知 $AD = DE$, $\angle ADE = 90^\circ$.

$$\therefore DF \perp BC,$$

$$\therefore \angle FDB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADF = \angle EDB.$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ, \quad AC = BC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DFB = 90^\circ.$$

$$\therefore DB = DF.$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle EDB.$$

$$\therefore AF = EB.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFB$ 中,

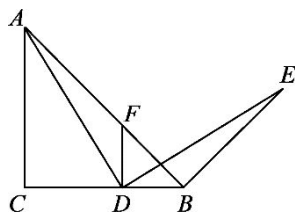
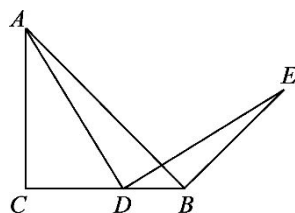
$$\therefore AC = 8, \quad DF = 3,$$

$$\therefore AC = 8\sqrt{2}, \quad DF = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore AF = AB - BF = 5\sqrt{2}$$

$$\text{即 } BE = 5\sqrt{2}.$$

$$(2) \sqrt{2}BD = BE + AB.$$



29. 解: (1) ① A、B.

②如图, 作点 P 关于 x 轴的对称点 P' , 连接 $P'Q$, $P'Q$ 与 x 轴的交点即为“等高点” M , 此时“等高距离”最小, 最小值为线段 $P'Q$ 的长.

$$\therefore P(1, 2),$$

$$\therefore P'(1, -2).$$

设直线 $P'Q$ 的表达式为 $y = kx + b$,

根据题意，有 $\begin{cases} k+b=-2 \\ 4k+b=2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=\frac{4}{3} \\ b=-\frac{10}{3} \end{cases}$ 。

$\therefore$ 直线 $P'Q$ 的表达式为 $y=\frac{4}{3}x-\frac{10}{3}$ 。

当 $y=0$ 时，解得 $x=\frac{5}{2}$ 。

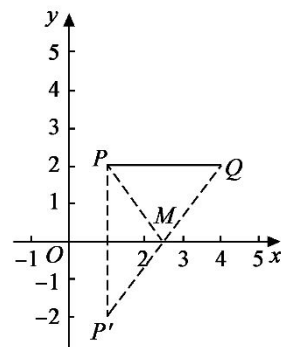
即 $t=\frac{5}{2}$ 。

根据题意，可知 $PP'=4$ ， $PQ=3$ ， $PQ \perp PP'$ ，

$\therefore P'Q=\sqrt{PP'^2+PQ^2}=5$ 。

$\therefore$ “等高距离”最小值为 5。

(2) $Q(\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$ 或 $Q(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$ 。



2015 年北京朝阳中考一模数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】B

【解析】8000000000000 用科学记数法表示应为 8×10^{12} . 故选 B.

2. 【答案】D

【解析】由数轴可知： m 和 n 互为相反数. 故选 D.

3. 【答案】B

【解析】 $\because a \parallel b$, $\angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 2 = \angle 4$,

$\because \angle 1 = \angle 2 + \angle 4$, $\angle 1 = 80^\circ$,

$\therefore \angle 4 = 40^\circ$. 故选 B.

4. 【答案】C

【解析】整式的计算, $a^8 \div a^2 = a^{8-2} = a^6$, 故选 C.

5. 【答案】D

【解析】中心对称图形旋转 180° 能和自身完全重合. 故选 D.

6. 【答案】C

【解析】大众口味调查, 鞋厂鞋号调查等都关注众数. 故选 C.

7. 【答案】A

【解析】 $\frac{5}{5+6+9+10} = \frac{1}{6}$. 故选 A.

8. 【答案】C

【解析】正方形边长为 10, 根据勾股定理, $\therefore$ 对角线长为 $10\sqrt{2}$. 故选 C.

9. 【答案】C

【解析】 $\triangle PQR \sim \triangle PST$, $\therefore \frac{PQ}{PS} = \frac{QR}{ST}$, $\therefore \frac{PQ}{PQ+60} = \frac{80}{120}$, 解得: $PQ = 120$, $\therefore PQ = 120\text{m}$. 故选 C.

10. 【答案】D

【解析】80 秒时, 乙到达终点, 此时甲走过的路程是 $\frac{12}{3} \times (80+3) = 332$, $\therefore$ 此时两人相距 68 米. 选 D.

二、填空题

11. 【答案】 $x \neq 2$

【解析】根据分式有意义: 分母不为零. 所以答案为 $x \neq 2$.

12. 【答案】 $3(m-n)^2$

【解析】 $3m^2 - 6mn + 3n^2 = 3(m^2 - 2mn + n^2) = 3(m-n)^2$.

13. 【答案】 20°

【解析】 连接 OB, $\therefore \angle AOC = \angle BOC$,

由圆周角定理可以知道: $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC = 20^\circ$. 故答案为 20° .

14. 【答案】 $y = x + 3$ (答案不惟一)

【解析】 $y = x + 3$ (答案不惟一).

15. 【答案】 二类

【解析】 平均 2 元每 15 分钟, 在二类的范围内, 所以答案为二类.

16. 【答案】 $\frac{50}{a^7}, (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{a^n}$

【解析】 规律为分母为 a^n , 分子为 n^2+1 , 奇数项为正, 偶数项为负, 即 $(-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{a^n}$.

故答案为 $\frac{50}{a^7}, (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{a^n}$.