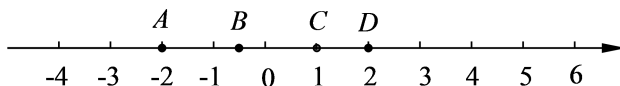


# 2015 年北京市房山区中考数学一模试卷

## 一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 如图，数轴上有  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  四个点，其中表示 2 的相反数的点是（ ）.



- A. 点  $A$                       B. 点  $B$                       C. 点  $C$                       D. 点  $D$

2. 据海关统计，2015 年前两个月，我国进出口总值为 37900 亿元人民币，将 37900 用科学记数法表示为（ ）.

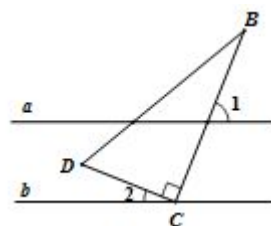
- A.  $3.79 \times 10^2$               B.  $0.379 \times 10^5$               C.  $3.79 \times 10^4$               D.  $379 \times 10^2$

3. 一个不透明的布袋里装有 7 个只有颜色不同的球，其中 3 个红球，4 个白球，从布袋中随机摸出一个球，则摸出红球的概率是（ ）.

- A.  $\frac{4}{7}$                       B.  $\frac{3}{7}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{1}{3}$

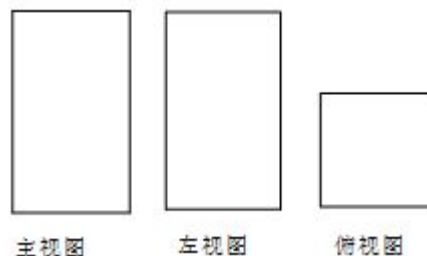
4. 如图，直线  $a$ ， $b$ ， $a \parallel b$ ，点  $C$  在直线  $b$  上， $\angle DCB = 90^\circ$ ，若  $\angle 1 = 70^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为（ ）.

- A.  $20^\circ$   
B.  $25^\circ$   
C.  $30^\circ$   
D.  $40^\circ$



5. 右图是某几何体的三视图，该几何体是（ ）.

- A. 圆柱  
B. 正方体  
C. 圆锥  
D. 长方体



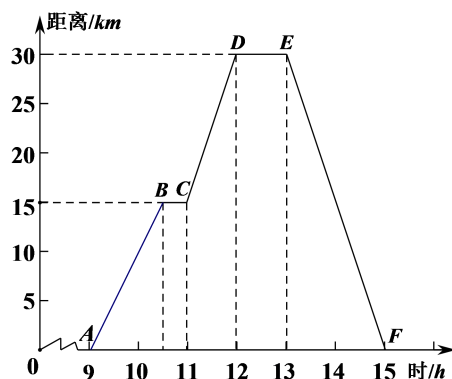
6. 某地为了缓解旱情进行了一场人工降雨，现测得 6 个面积相等区域的降雨量如下表所示：则这 6 个区域降雨量的众数和平均数分别为（ ）.

区域	1	2	3	4	5	6
降雨量(mm)	14	12	13	13	17	15

- A. 13，13.8              B. 14，15              C. 13，14              D. 14，14.5

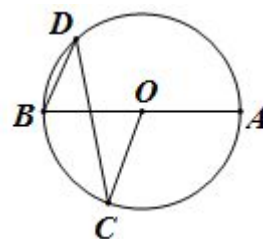
7. 小强骑自行车去郊游，9时出发，15时返回．右图表示他距家的距离 $y$ （千米）与相应的时刻 $x$ （时）之间的函数关系的图象．根据这个图象，小强14时距家的距离是（ ）．

- A. 13  
B. 14  
C. 15  
D. 16



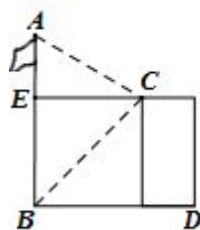
8. 如图， $AB$  是 $\odot O$ 的直径， $C$ 、 $D$ 是圆上两点， $\angle BOC = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 等于（ ）．

- A.  $25^\circ$   
B.  $35^\circ$   
C.  $55^\circ$   
D.  $70^\circ$

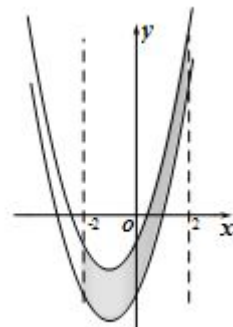
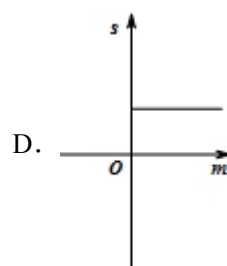
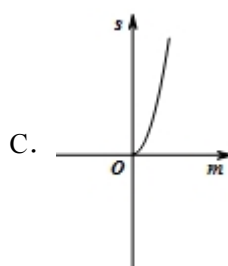
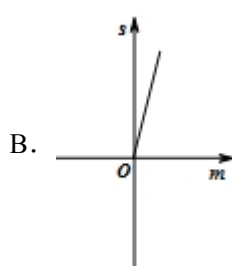
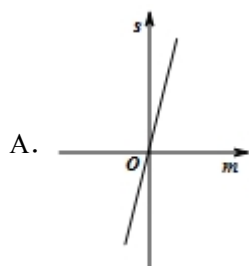


9. 如图，某人站在楼顶观测对面的笔直的旗杆 $AB$ ．已知观测点 $C$ 到旗杆的距离 $CE = 8\text{m}$ ，测得旗杆的顶部 $A$ 的仰角 $\angle ECA = 30^\circ$ ，旗杆底部 $B$ 的俯角 $\angle ECB = 45^\circ$ ，那么，旗杆 $AB$ 的高度是（ ）．

- A.  $(8\sqrt{2} + 8\sqrt{3})\text{m}$   
B.  $(8 + 8\sqrt{3})\text{m}$   
C.  $(8\sqrt{2} + \frac{8\sqrt{3}}{3})\text{m}$   
D.  $(8 + \frac{8\sqrt{3}}{3})\text{m}$



10. 如图，已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ ，把此抛物线沿 $y$ 轴向上平移，平移后的抛物线和原抛物线与经过点 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ 且平行于 $y$ 轴的两条直线所围成的阴影部分的面积为 $s$ ，平移的距离为 $m$ ．则下列图象中，能表示 $s$ 与 $m$ 的函数关系的图象大致是（ ）．



二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 分解因式： $a^3 - 4a =$ \_\_\_\_\_.
12. 把代数式  $x^2 - 4x + 1$  化成  $(x - h)^2 + k$  的形式，其结果是\_\_\_\_\_.
13. 请写出一个  $y$  随  $x$  增大而增大的反比例函数的表达式：\_\_\_\_\_.
14. 甲、乙两人进行射击比赛，在相同条件下各射击 10 次. 已知他们的平均成绩相同，方差分别是  $S_{\text{甲}}^2 = 2.6$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 3$ ，那么甲、乙两人成绩较为稳定的是\_\_\_\_\_.
15. 随着北京公交票制票价调整，公交集团更换了新版公交站牌，乘客在乘车时可以通过新版公交站牌计算乘车费用. 新版站牌每一个站名上方都有一个对应的数字，将上下车站站名所对应数字相减取绝对值就是乘车路程，再按照其所在计价区段，参照票制规则计算票价. 具体来说：

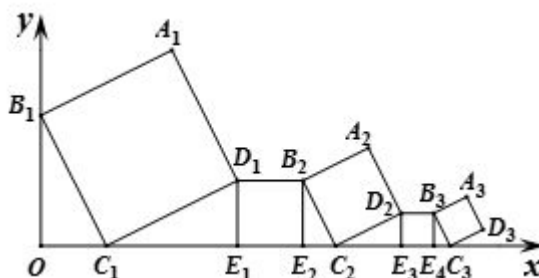


乘车路程计价 区段	0-10	11-15	16-20	...
对应票价(元)	2	3	4	...

另外，一卡通普通卡刷卡实行 5 折优惠，学生卡刷卡实行 2.5 折优惠.

小明用学生卡乘车，上车时站名上对应的数字是 5，下车时站名上对应的数字是 22，那么，小明乘车的费用是\_\_\_\_\_元.

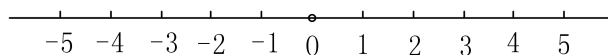
16. 如图，在平面直角坐标系中放置了 5 个正方形，点  $B_1(0, 2)$  在  $y$  轴上，点  $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3$  在  $x$  轴上， $C_1$  的坐标是  $(1, 0)$ ， $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3$ . 则点  $A_1$  到  $x$  轴的距离是\_\_\_\_\_，点  $A_2$  到  $x$  轴的距离是\_\_\_\_\_，点  $A_3$  到  $x$  轴的距离是\_\_\_\_\_.



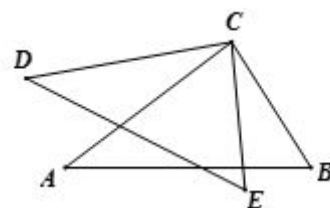
三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 计算： $\sqrt{12} - 2 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + (-2015)^0$ .

18. 解不等式  $1 - \frac{x-2}{2} \leq \frac{1+x}{3}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 如图， $CE = CB$ ， $CD = CA$ ， $\angle DCA = \angle ECB$ . 求证： $DE = AB$ .

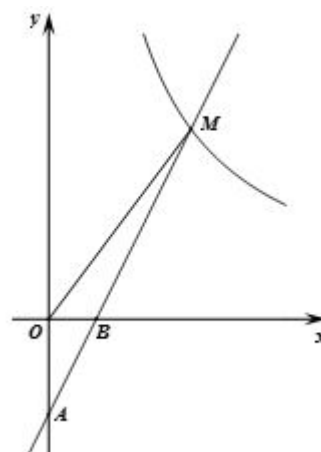


20. 已知  $x^2 + 2x - 8 = 0$ ，求代数式  $\frac{1}{x^2 - 1} \div \frac{x+1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1}{x+1}$  的值.

21. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过  $A(0, -2)$ ， $B(1, 0)$  两点，与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的图象在第一象限内交于点  $M$ ，若  $\triangle OBM$  的面积是 2.

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

(2) 若点  $P$  是  $x$  轴上一点，且满足  $\triangle AMP$  是以  $AM$  为直角边的直角三角形，请直接写出点  $P$  的坐标.



22. 列方程或方程组解应用题

为了鼓励市民节约用电，某市对居民用电实行“阶梯收费”（总电费=第一阶梯电费+第二阶梯电费），规定：用电量不超过 200 度按第一阶梯电价收费，超过 200 度的部分按第二阶梯电价收费．下图是张磊家 2014 年 3 月和 4 月所交电费的收据：

代收电费收据		代收电费收据	
2014 年 3 月		2014 年 4 月	
电表号	1205	电表号	1205
户名	张磊	户名	张磊
月份	3 月	月份	4 月
用电量	220 度	用电量	265 度
金额	112 元	金额	139 元
收费员 林云		收费员 林云	

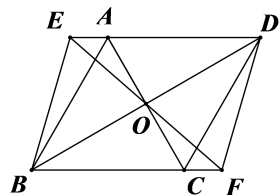
请问该市规定的第一阶梯电价和第二阶梯电价分别为每度多少元？

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23. 如图，在菱形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，过点  $O$  作一条直线分别交  $DA$ 、 $BC$  的延长线于点  $E$ 、 $F$ ，连接  $BE$ 、 $DF$ 。

（1）求证：四边形  $BFDE$  是平行四边形；

（2）若  $AB = 4$ ， $CF = 1$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求  $\sin \angle DEO$  的值。



24. 某校开展“人人读书”活动，小明为调查同学们的阅读兴趣，抽样调查了40名学生在本校图书馆的借阅情况（每人每次只能借阅一本图书），绘制了统计图1，并根据图书馆各类图书所占比例情况绘制了统计图2，已知综合类图书有40本.

各类图书借阅人次分布统计图

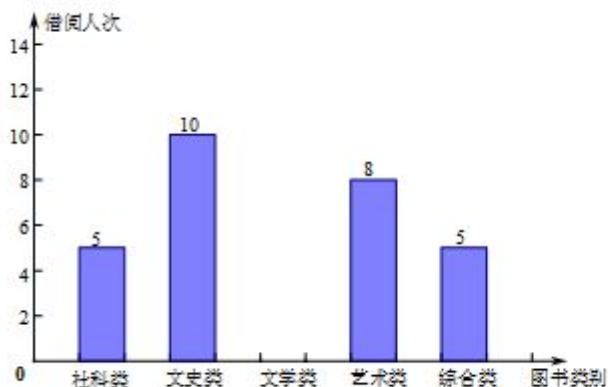


图 1

校图书馆各类图书所占比例统计图

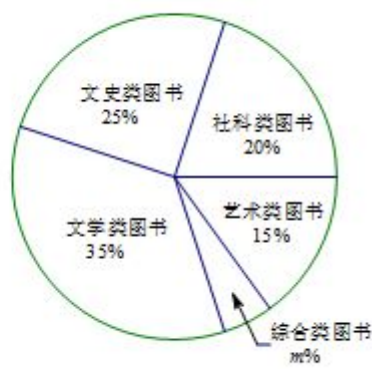
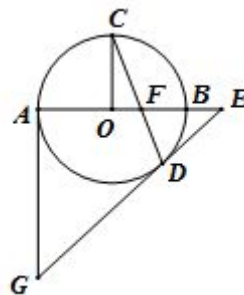


图 2

- (1) 补全统计图1;
- (2) 该校图书馆共有图书\_\_\_\_\_本;
- (3) 若该校共有学生1000人，试估算，借阅文学类图书的有\_\_\_\_\_人.

25. 如图， $AB$  为 $\odot O$ 直径， $C$  是 $\odot O$ 上一点， $CO \perp AB$  于点  $O$ ，弦  $CD$  与  $AB$  交于点  $F$ ，过点  $D$  作  $\angle CDE$ ，使  $\angle CDE = \angle DFE$ ，交  $AB$  的延长线于点  $E$ ．过点  $A$  作 $\odot O$ 的切线交  $ED$  的延长线于点  $G$ ．

- (1) 求证： $GE$  是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若  $OF:OB=1:3$ ， $\odot O$  的半径为3，求  $AG$  的长.



26. 小明遇到这样一个问题：

如图1，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $AD$ 、 $BE$ 、 $CF$ 分别为 $\triangle ABC$ 的高，求证： $\angle AFE = \angle ACB$ 。

小明是这样思考问题的：如图2，以 $BC$ 为直径做半圆 $\odot O$ ，则点 $F$ 、 $E$ 在 $\odot O$ 上， $\angle BFE + \angle BCE = 180^\circ$ ，所以 $\angle AFE = \angle ACB$ 。请回答：若 $\angle ABC = 40^\circ$ ，则 $\angle AEF$ 的度数是\_\_\_\_\_。

参考小明思考问题的方法，解决问题：

如图3，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $AD$ 、 $BE$ 、 $CF$ 分别为 $\triangle ABC$ 的高，求证： $\angle BDF = \angle CDE$ 。

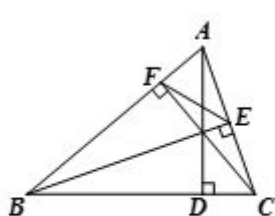


图 1

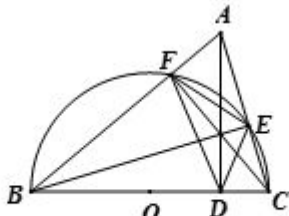


图 2

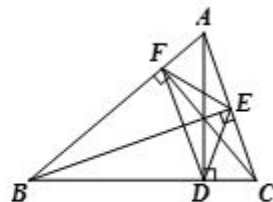


图 3

## 五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

27. 在平面直角坐标系中，抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  与  $x$  轴的两个交点分别为  $A(-3, 0)$ ， $B(1, 0)$ ，顶点为  $C$ 。

（1）求抛物线的表达式和顶点坐标；

（2）过点  $C$  作  $CH \perp x$  轴于点  $H$ ，若点  $P$  为  $x$  轴上方的抛物线上一动点（点  $P$  与顶点  $C$  不重合），

$PQ \perp AC$  于点  $Q$ ，当  $\triangle PCQ$  与  $\triangle ACH$  相似时，求点  $P$  的坐标。

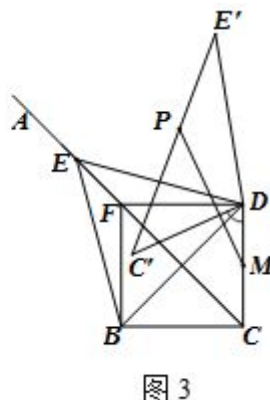
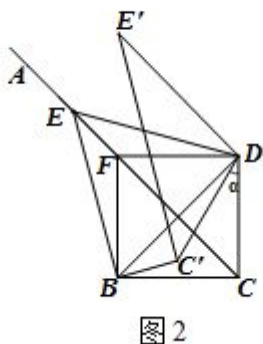
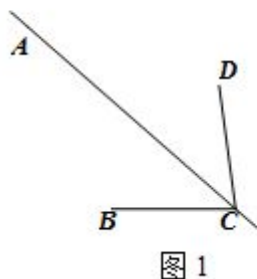
28. 如图1, 已知线段  $BC=2$ , 点  $B$  关于直线  $AC$  的对称点是点  $D$ , 点  $E$  为射线  $CA$  上一点, 且  $ED=BD$ , 连接  $DE$ ,  $BE$ .

(1) 依题意补全图1, 并证明:  $\triangle BDE$  为等边三角形;

(2) 若  $\angle ACB=45^\circ$ , 点  $C$  关于直线  $BD$  的对称点为点  $F$ , 连接  $FD$ 、 $FB$ . 将  $\triangle CDE$  绕点  $D$  顺时针旋转  $\alpha$  度 ( $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ ) 得到  $\triangle C'DE'$ , 点  $E$  的对应点为  $E'$ , 点  $C$  的对应点为点  $C'$ .

①如图2, 当  $\alpha=30^\circ$  时, 连接  $BC'$ . 证明:  $EF=BC'$ ;

②如图3, 点  $M$  为  $DC$  中点, 点  $P$  为线段  $C'E'$  上的任意一点, 试探究: 在此旋转过程中, 线段  $PM$  长度的取值范围?





29. 【探究】如图1，点  $N(m, n)$  是抛物线  $y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 1$  上的任意一点， $l$  是过点  $(0, -2)$  且与  $x$  轴平行的直线，

过点  $N$  作直线  $NH \perp l$ ，垂足为  $H$ 。

①计算： $m=0$  时， $NH =$  \_\_\_\_\_； $m=4$  时， $NO =$  \_\_\_\_\_。

②猜想： $m$  取任意值时， $NO$  \_\_\_\_\_  $NH$ （填“>”、“=”或“<”）。

【定义】我们定义：平面内到一个定点  $F$  和一条直线  $l$ （点  $F$  不在直线  $l$  上）距离相等的点的集合叫做抛物线，其中点  $F$  叫做抛物线的“焦点”，直线  $l$  叫做抛物线的“准线”。如图1中的点  $O$  即为抛物线  $y_1$  的“焦点”，直线  $l: y = -2$  即为抛物线  $y_1$  的“准线”。可以发现“焦点” $F$  在抛物线的对称轴上。

【应用】(1)如图2，“焦点”为  $F(-4, -1)$ 、“准线”为  $l$  的抛物线  $y_2 = \frac{1}{4}(x+4)^2 + k$  与  $y$  轴交于点  $N(0, 2)$ ，点  $M$  为直线  $FN$  与抛物线的另一交点。 $MQ \perp l$  于点  $Q$ ，直线  $l$  交  $y$  轴于点  $H$ 。直接写出抛物线  $y_2$  的“准线” $l$ ：\_\_\_\_\_；

②计算求值： $\frac{1}{MQ} + \frac{1}{NH} =$  \_\_\_\_\_。

(2)如图3，在平面直角坐标系  $xOy$  中，以原点  $O$  为圆心，半径为1的  $\odot O$  与  $x$  轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点（ $A$  在  $B$  的左侧），直线与  $\odot O$  只有一个公共点  $F$ ，求以  $F$  为“焦点”、 $x$  轴为“准线”的抛物线  $y_3 = ax^2 + bx + c$  的表达式。

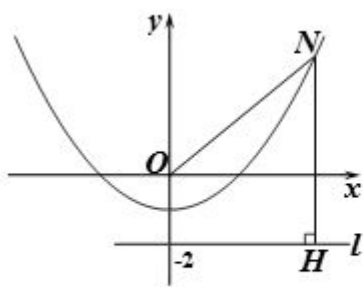


图1

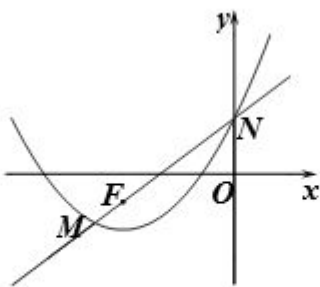


图2

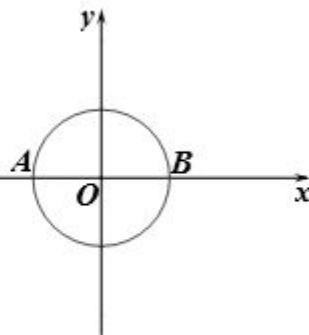


图3

## 2015 北京房山初三一模数学试卷答案

### 一、选择题（共 8 道小题，每小题 4 分，共 32 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	A	D	C	C	B	D	B

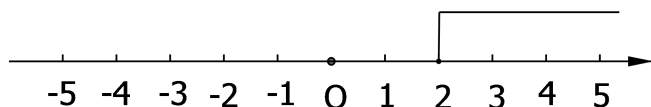
### 二、填空题（共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$a(a-2)(a+2)$	$(x-2)^2-3$	$y=-\frac{1}{x}$	甲	1	$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$

### 三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 原式  $= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3 + 1$   
 $= 4.$

18.  $6 - 3(x - 2) \leq 2(1 + x),$   
 $6 - 3x + 6 \leq 2 + 2x,$   
 $-5x \leq -10,$   
 $x \geq 2.$



19.  $\because \angle DCA = \angle ECB,$   
 $\therefore \angle DCA + \angle ACE = \angle BCE + \angle ACE.$   
 $\therefore \angle DCE = \angle ACB.$   
 $\because$  在  $\triangle DCE$  和  $\triangle ACB$  中,  

$$\begin{cases} DC = AC \\ \angle DCE = \angle ACB \\ CE = CB \end{cases}$$
  
 $\therefore \triangle DCE \cong \triangle ACB.$   
 $\therefore DE = AB.$

20. 原式  $= \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} - \frac{1}{x+1}$   
 $= \frac{x-1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$   
 $= \frac{x-1}{(x+1)^2} - \frac{x+1}{(x+1)^2}$   
 $= \frac{x-1-x-1}{(x+1)^2}$

$$= -\frac{2}{(x+1)^2}$$

$$= -\frac{2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$\because x^2 + 2x - 8 = 0,$$

$$\therefore x^2 + 2x = 8.$$

$$\therefore \text{原式} = -\frac{2}{9}.$$

21. (1) 一次函数解析式:  $y = 2x - 2$ .

反比例函数解析式:  $y = \frac{12}{x}$ .

(2)  $P(11, 0)$  或  $P(-4, 0)$ .

22. 设第一阶梯电价每度  $x$  元, 第二阶梯电价每度  $y$  元, 由题意可得:

$$\begin{cases} 200x + 20y = 112 \\ 200x + 65y = 139 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0.5 \\ y = 0.6 \end{cases}.$$

答: 第一阶梯电价每度 0.5 元, 第二阶梯电价每度 0.6 元.

#### 四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

23. (1) 证明: 在菱形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $OA = OC$ ,  $OB = OD$ ,

$$\therefore \angle AEO = \angle CFO,$$

在  $\triangle AEO$  和  $\triangle CFO$  中,

$$\begin{cases} \angle AEO = \angle CFO \\ \angle AOE = \angle COF, \\ OA = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO \text{ (AAS)}.$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\text{又} \because OB = OD,$$

$\therefore$  四边形  $BFDE$  是平行四边形;

(2)  $\because$  菱形  $ABCD$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$AB = BC = AD = DC = 4,$$

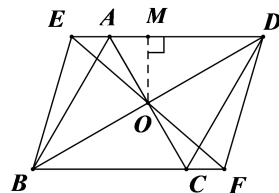
$$\angle ADO = \angle CDO = 30^\circ,$$

$\triangle ADC$  为等边三角形

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AD = 2,$$

$$\therefore OD = 2\sqrt{3}.$$

作  $OM \perp AD$  于  $M$ ,



$$\therefore AO = \frac{1}{2}AD = 2.$$

$$OM = \sqrt{3}.$$

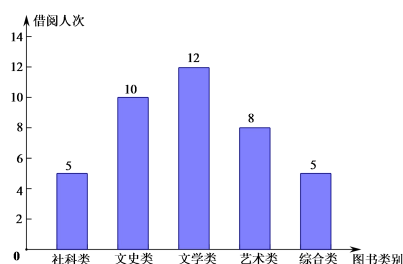
$$\therefore AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 1.$$

$$\therefore EM = 2.$$

$$\therefore OE = \sqrt{7}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle EOM \text{ 中, } \sin \angle DEO = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

24. (1) 如图所示



(2) 800

(3) 300.

25. (1) 证明: 连接  $OD$ ,

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \angle C = \angle ODC.$$

$$\because OC \perp AB,$$

$$\therefore \angle COF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle OCD + \angle CFO = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ODC + \angle CFO = 90^\circ.$$

$$\because \angle EFD = \angle FDE,$$

$$\angle EFD = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CDO + \angle CDE = 90^\circ.$$

$\therefore DE$  为  $\odot O$  的切线.

(2) 解:  $\because OF:OB=1:3$ ,  $\odot O$  的半径为 3,

$$\therefore OF = 1,$$

$$\because \angle EFD = \angle EDF,$$

$$\therefore EF = ED,$$

在  $\text{Rt}\triangle ODE$  中,  $OD = 3$ ,  $DE = x$ , 则  $EF = x$ ,  $OE = 1 + x$ ,

$$\because OD^2 + DE^2 = OE^2,$$

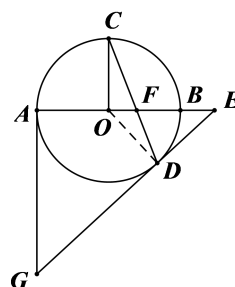
$$\therefore 3^2 + x^2 = (x+1)^2, \text{ 解得 } x = 4.$$

$$\therefore DE = 4, \quad OE = 5,$$

$\because AG$  为  $\odot O$  的切线,

$$\therefore AG \perp AE,$$

$$\therefore \angle GAE = 90^\circ,$$



而  $\angle OED = \angle GEA$ ,

$\therefore \text{Rt}\triangle EOD \sim \text{Rt}\triangle EGA$ ,

$$\therefore \frac{OD}{AG} = \frac{DE}{AE}, \text{ 即 } \frac{3}{AG} = \frac{4}{3+5},$$

$\therefore AG = 6$ .

26. (1)  $40^\circ$ .

(2) 如图

由题意:  $\because \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ ,

$\therefore$  点  $A$ 、 $E$ 、 $D$ 、 $B$  在以  $AB$  为直径的半圆上.

$\therefore \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$ .

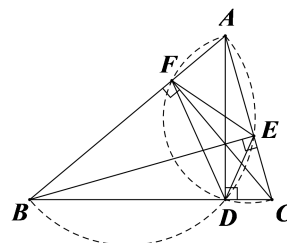
又  $\because \angle CDE + \angle BDE = 180^\circ$ .

$\therefore \angle CDE = \angle BAE$ .

同理: 点  $A$ 、 $F$ 、 $D$ 、 $C$  在以  $AC$  为直径的半圆上.

$\therefore \angle BDF = \angle BAC$ .

$\therefore \angle BDF = \angle CDE$ .



## 五、解答题 (本题 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. (1) 由题意, 得 
$$\begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ a + b + 3 = 0 \end{cases}$$

解得, 
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

抛物线的解析式为  $y = -x^2 - 2x + 3$ .

顶点  $C$  的坐标为  $(-1, 4)$ .

(2) ①若点  $P$  在对称轴右侧 (如图①), 只能是  $\triangle PCQ \sim \triangle CAH$ , 得  $\angle QCP = \angle CAH$ .

延长  $CP$  交  $x$  轴于  $M$ ,

$\therefore AM = CM$ ,

$\therefore AM^2 = CM^2$ .

设  $M(m, 0)$ ,

$$\text{则 } (m+3)^2 = 4^2 + (m+1)^2,$$

$\therefore m = 2$ , 即  $M(2, 0)$ .

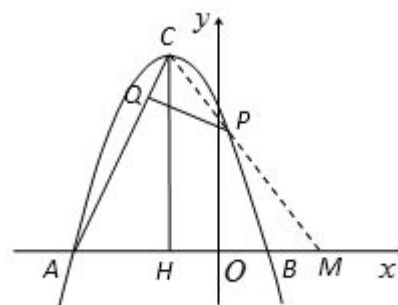
设直线  $CM$  的解析式为  $y = k_1x + b_1$ ,

$$\text{则 } \begin{cases} -k_1 + b_1 = 4 \\ 2k_1 + b_1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解之得 } k_1 = -\frac{4}{3}, b_1 = \frac{8}{3}.$$

$\therefore$  直线  $CM$  的解析式  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ .

$$-\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = -x^2 - 2x + 3,$$



(图①)

解得  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = -1$  (舍去).

$$y_1 = \frac{20}{9}.$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{3}, \frac{20}{9}\right).$$

②若点  $P$  在对称轴左侧 (如图②), 只能是  $\triangle PCQ \sim \triangle ACH$ , 得  $\angle PCQ = \angle ACH$ .

过  $A$  作  $CA$  的垂线交  $PC$  于点  $F$ , 作  $FN \perp x$  轴于点  $N$ .

$$\text{由 } \triangle CFA \sim \triangle CAH \text{ 得 } \frac{CA}{AF} = \frac{CH}{AH} = 2,$$

$$\text{由 } \triangle FNA \sim \triangle AHC \text{ 得 } \frac{FN}{AH} = \frac{NA}{HC} = \frac{AF}{CA} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore AN = 2, FN = 1, \text{ 点 } F \text{ 坐标为 } (-5, 1).$$

设直线  $CF$  的解析式为  $y = k_2x + b_2$ ,

$$\text{则 } \begin{cases} -k_2 + b_2 = 4 \\ -5k_2 + b_2 = 1 \end{cases},$$

$$\text{解之得 } k_2 = \frac{3}{4}, b_2 = \frac{19}{4}.$$

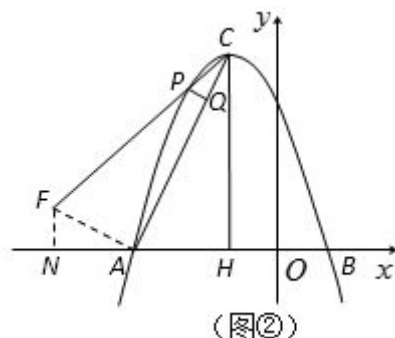
$$\therefore \text{直线 } CF \text{ 的解析式 } y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{19}{4} = -x^2 - 2x + 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{7}{4}, x_2 = -1 \text{ (舍去)}.$$

$$\therefore P\left(-\frac{7}{4}, \frac{55}{16}\right).$$

$$\therefore \text{满足条件的点 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{1}{3}, \frac{20}{9}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{7}{4}, \frac{55}{16}\right).$$



28. 解: (1) 补全图形, 如图1所示;

证明: 由题意可知: 射线  $CA$  垂直平分  $BD$ ,

$$\therefore EB = ED.$$

$$\text{又 } \because ED = BD,$$

$$\therefore EB = ED = BD.$$

$$\therefore \triangle EBD \text{ 是等边三角形}.$$

(2) ①证明: 如图2: 由题意可知  $\angle BCD = 90^\circ$ ,  $BC = DC$ ,

又  $\because$  点  $C$  与点  $F$  关于  $BD$  对称,

$$\therefore \text{四边形 } BCDF \text{ 为正方形},$$

$$\therefore \angle FDC = 90^\circ, CD = FD.$$

$$\because \angle CDC' = \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore \angle FDC' = 60^\circ.$$

由 (1)  $\triangle BDE$  为等边三角形

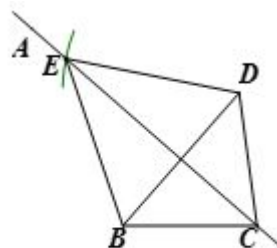


图1

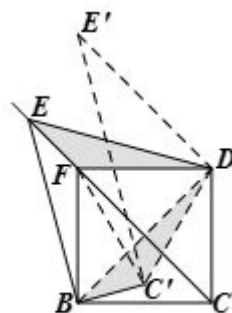


图2

$$\therefore \angle EDB = \angle FDC' = 60^\circ, \quad ED = BD.$$

$$\therefore \angle EDF = \angle BDC'.$$

又  $\because \triangle E'DC'$  是由  $\triangle EDC$  旋转得到的,

$$\therefore C'D = CD = FD,$$

$$\therefore \triangle EDF \cong \triangle DBC' \quad (SAS).$$

$$\therefore EF = BC'.$$

② 线段  $PM$  的取值范围是:  $\sqrt{2}-1 \leq PM \leq 2\sqrt{2}+1$ ,

设射线  $CA$  交  $BD$  于点  $O$ ,

I: 如图 3 (1)

当  $E'C' \perp DC$ ,  $MP \perp E'C'$ ,  $D, M, P, C$  共线时,  $PM$  有最小值.

$$\text{此时 } DP = DO = \sqrt{2}, \quad DM = 1,$$

$$\therefore PM = DP - DM = \sqrt{2} - 1.$$

II: 如图 3 (2)

当点  $P$  与点  $E'$  重合, 且  $P, D, M, C$  共线时,  $PM$  有最大值.

$$\text{此时 } DP = DE' = DE = DB = 2\sqrt{2}, \quad DM = 1,$$

$$\therefore PM = DP + DM = 2\sqrt{2} + 1.$$

$$\therefore \text{线段 } PM \text{ 的取值范围是: } \sqrt{2}-1 \leq PM \leq 2\sqrt{2}+1.$$

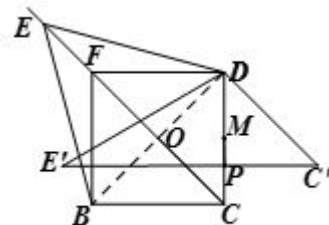


图 3 (1)

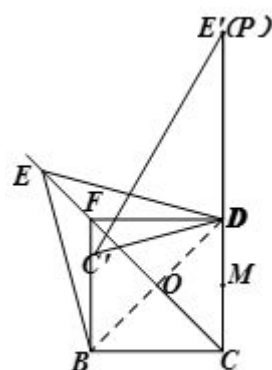


图 3 (2)

29. 解: 【探究】① 1; 5.

② =.

【应用】(1) ①  $y = -3$ ;

② 1.

(2) 如图 3, 设直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + n$  与  $x$  轴相交于点  $C$ .

由题意可知直线  $CF$  切  $\odot O$  于  $F$ , 连接  $OF$ .

$$\therefore \angle OFC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle COF = 60^\circ.$$

$$\text{又 } \because OF = 1,$$

$$\therefore OC = 2.$$

$$\therefore C(\pm 2, 0).$$

$$\therefore \text{“焦点” } F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad F_2\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\therefore \text{抛物线 } y_3 \text{ 的顶点为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right).$$

当“焦点”为  $F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , 顶点为  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ,  $C(2, 0)$  时,

$$\text{易得直线 } CF_1: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

过点  $A$  作  $AM \perp x$  轴, 交直线  $CF_1$  于点  $M$ .

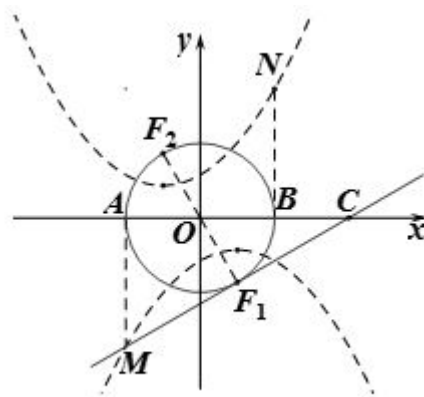


图 3

$$\therefore MA = MF_1.$$

$\therefore M(-1, -\sqrt{3})$  在抛物线  $y_3$  上.

设抛物线  $y_3 = a(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}$ , 将  $M$  点坐标代入可求得:  $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

$$\therefore y_3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

当“焦点”为  $F_2(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ , 顶点为  $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4})$ ,  $C(-2, 0)$  时,

由中心对称性可得:

$$y_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

综上所述: 抛物线  $y_3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$  或  $y_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ .



### 一、选择题

1. 【答案】A

【解析】2 的相反数为 -2. 故选 A.

2. 【答案】C

【解析】37900 用科学记数法表示为  $3.79 \times 10^4$ . 故选 C.

3. 【答案】B

【解析】 $P$  (摸出红球的概率)  $= \frac{3}{7}$ . 故选 B.

4. 【答案】A

【解析】 $\angle 2 = 180^\circ - \angle DCB - \angle 1 = 20^\circ$ . 故选 A.

5. 【答案】D

【解析】由三视图知该几何体为长方体. 故选 D.

6. 【答案】C

【解析】降水 13mm 的区域共有两块, 出现次数最多, 故众数是 13.

平均数  $= \frac{14+12+13+13+17+15}{6} = 14$ . 故选 C.

7. 【答案】C

【解析】由图像知小强 14 时距家的距离是 15. 故选 C.

8. 【答案】B

【解析】由圆周角定理知  $\angle D = \frac{1}{2} \angle BOC = 35^\circ$ . 故选 B.

9. 【答案】D

【解析】如图,  $CE = 8\text{m}$ ,  $\angle ECA = 30^\circ$ ,  $\angle ECB = 45^\circ$ .

则  $AE = \frac{\sqrt{3}}{3} EC = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{m}$ ,  $BE = EC = 8\text{m}$ ,

$\therefore AB = AE + BE = (8 + \frac{8\sqrt{3}}{3})\text{m}$ .

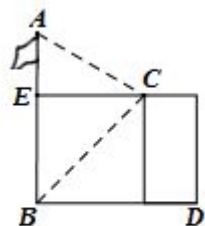
故选 D.

10. 【答案】B

【解析】由平移相关概念知答案为 B. 故选 B.

### 二、填空题

11. 【答案】 $a(a-2)(a+2)$



第 9 题图

【解析】 $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a-2)(a+2)$ . 故答案为  $a(a-2)(a+2)$  8.

12. 【答案】 $(x-2)^2 - 3$

【解析】 $x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ . 故答案为  $(x-2)^2 - 3$  6π.

13. 【答案】 $y = -\frac{1}{x}$

【解析】 $y = -\frac{1}{x}$ . 故答案为  $y = -\frac{1}{x}$ .

14. 【答案】甲

【解析】方差越小数据越稳定，故甲更稳定. 故答案为甲.

15. 【答案】1

【解析】 $22 - 5 = 17 > 16$ , 故小明乘车费用为  $4 \times 0.25 = 1$ . 故答案为1.

16. 【答案】3,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$

【解析】过点  $A_1$  作  $A_1F \perp x$  轴与点  $F$ , 过点  $A_1$  作  $A_1G \perp y$  轴与点  $G$ .

由全等及矩形知识知  $A_1F = GB_1 + OB_1 = \frac{3}{2}OB_1 = 3$ .

同理  $A_2F_2 = \frac{3}{2}B_2E_2 = \frac{3}{2}$ ,  $A_3F_3 = \frac{3}{2}B_3E_3 = \frac{3}{4}$ .

故答案为 3,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ .

