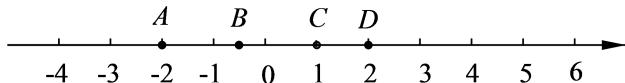




2015 年北京市房山区中考数学一模试卷

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 如图, 数轴上有 A , B , C , D 四个点, 其中表示 2 的相反数的点是 ().



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

2. 据海关统计, 2015 年前两个月, 我国进出口总值为 37900 亿元人民币, 将 37900 用科学记数法表示为 ().

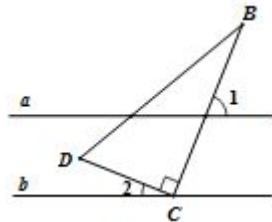
- A. 3.79×10^2 B. 0.379×10^5 C. 3.79×10^4 D. 379×10^2

3. 一个不透明的布袋里装有 7 个只有颜色不同的球, 其中 3 个红球, 4 个白球, 从布袋中随机摸出一个球, 则摸出红球的概率是 ().

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

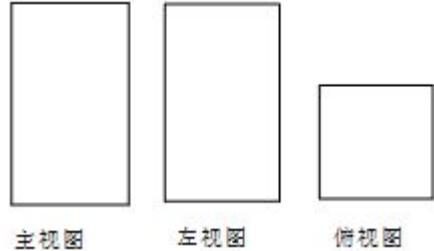
4. 如图, 直线 a , b , $a \parallel b$, 点 C 在直线 b 上, $\angle DCB = 90^\circ$, 若 $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ().

- A. 20°
B. 25°
C. 30°
D. 40°



5. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是 ().

- A. 圆柱
B. 正方体
C. 圆锥
D. 长方体



6. 某地为了缓解旱情进行了一场人工降雨, 现测得 6 个面积相等区域的降雨量如下表所示: 则这 6 个区域降雨量的众数和平均数分别为 ().

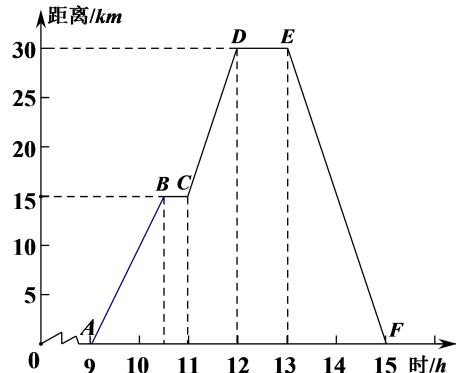
区域	1	2	3	4	5	6
降雨量(mm)	14	12	13	13	17	15

- A. 13, 13.8 B. 14, 15 C. 13, 14 D. 14, 14.5

家长训练营

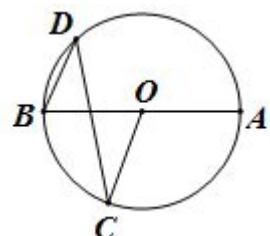
7. 小强骑自行车去郊游，9时出发，15时返回。右图表示他距家的距离 y （千米）与相应的时刻 x （时）之间的函数关系的图象。根据这个图象，小强14时距家的距离是（ ）。

- A. 13
- B. 14
- C. 15
- D. 16



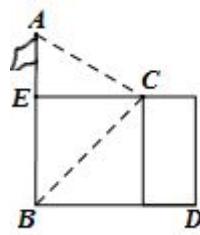
8. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 、 D 是圆上两点， $\angle BOC = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 等于（ ）。

- A. 25°
- B. 35°
- C. 55°
- D. 70°

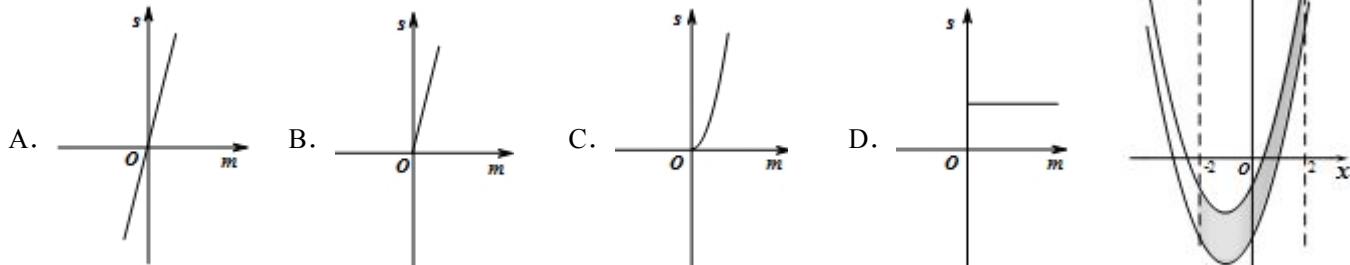


9. 如图，某人站在楼顶观测对面的笔直的旗杆 AB 。已知观测点 C 到旗杆的距离 $CE = 8m$ ，测得旗杆的顶部 A 的仰角 $\angle ECA = 30^\circ$ ，旗杆底部 B 的俯角 $\angle ECB = 45^\circ$ ，那么，旗杆 AB 的高度是（ ）。

- A. $(8\sqrt{2} + 8\sqrt{3})m$
- B. $(8 + 8\sqrt{3})m$
- C. $(8\sqrt{2} + \frac{8\sqrt{3}}{3})m$
- D. $(8 + \frac{8\sqrt{3}}{3})m$



10. 如图，已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ ，把此抛物线沿 y 轴向上平移，平移后的抛物线和原抛物线与经过点 $(-2, 0)$ ， $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的两条直线所围成的阴影部分的面积为 s ，平移的距离为 m 。则下列图象中，能表示 s 与 m 的函数关系的图象大致是（ ）。





二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 分解因式: $a^3 - 4a = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 把代数式 $x^2 - 4x + 1$ 化成 $(x - h)^2 + k$ 的形式, 其结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 请写出一个 y 随 x 增大而增大的反比例函数的表达式: $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 甲、乙两人进行射击比赛, 在相同条件下各射击 10 次. 已知他们的平均成绩相同, 方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 2.6$, $S_{\text{乙}}^2 = 3$, 那么甲、乙两人成绩较为稳定的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 随着北京公交票制票价调整, 公交集团更换了新版公交站牌, 乘客在乘车时可以通过新版公交站牌计算乘车费用. 新版站牌每一个站名上方都有一个对应的数字, 将上下车站站名所对应数字相减取绝对值就是乘车路程, 再按照其所在计价区段, 参照票制规则计算票价. 具体来说:

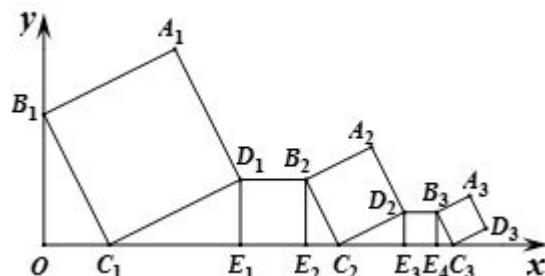


乘车路程计价 区段	0-10	11-15	16-20	...
对应票价(元)	2	3	4	...

另外, 一卡通普通卡刷卡实行 5 折优惠, 学生卡刷卡实行 2.5 折优惠.

小明用学生卡乘车, 上车时站名上对应的数字是 5, 下车时站名上对应的数字是 22, 那么, 小明乘车的费用是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

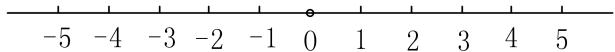
16. 如图, 在平面直角坐标系中放置了 5 个正方形, 点 $B_1(0, 2)$ 在 y 轴上, 点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3$ 在 x 轴上, C_1 的坐标是 $(1, 0)$, $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3$. 则点 A_1 到 x 轴的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 点 A_2 到 x 轴的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 点 A_3 到 x 轴的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



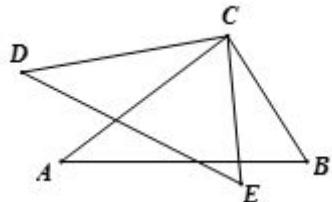
三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 计算: $\sqrt{12} - 2 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + (-2015)^0$.

18. 解不等式 $1 - \frac{x-2}{2} \leq \frac{1+x}{3}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 如图， $CE = CB$ ， $CD = CA$ ， $\angle DCA = \angle ECB$. 求证： $DE = AB$.



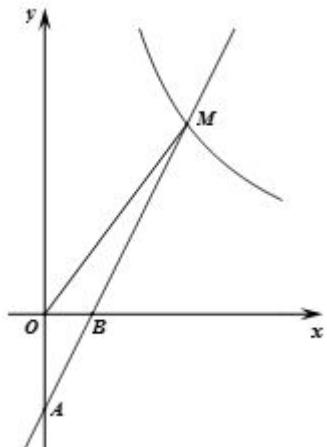
20. 已知 $x^2 + 2x - 8 = 0$ ，求代数式 $\frac{1}{x^2 - 1} \div \frac{x+1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{1}{x+1}$ 的值.

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(0, -2)$ ， $B(1, 0)$ 两点，

与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象在第一象限内交于点 M ，若 $\triangle OBM$ 的面积是 2.

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

(2) 若点 P 是 x 轴上一点，且满足 $\triangle AMP$ 是以 AM 为直角边的直角三角形，请直接写出点 P 的坐标.



家长训练营

22. 列方程或方程组解应用题

为了鼓励市民节约用电，某市对居民用电实行“阶梯收费”（总电费=第一阶梯电费+第二阶梯电费）。规定：用电量不超过200度按第一阶梯电价收费，超过200度的部分按第二阶梯电价收费。下图是张磊家2014年3月和4月所交电费的收据：

代收电费收据	
2014年3月	
电表号	1205
户名	张磊
月份	3月
用电量	220度
金额	112元
收费员 林云	

代收电费收据	
2014年4月	
电表号	1205
户名	张磊
月份	4月
用电量	265度
金额	139元
收费员 林云	

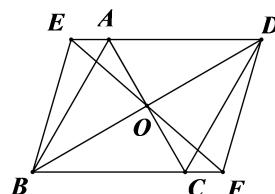
请问该市规定的阶梯电价分别为每度多少元？

四、解答题（本题共20分，每小题5分）

23. 如图，在菱形ABCD中，对角线AC、BD相交于点O，过点O作一条直线分别交DA、BC的延长线于点E、F，连接BE、DF.

(1) 求证：四边形BFDE是平行四边形；

(2) 若 $AB=4$ ， $CF=1$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，求 $\sin \angle DEO$ 的值。



家长训练营

24. 某校开展“人人读书”活动. 小明为调查同学们的阅读兴趣, 抽样调查了 40 名学生在本校图书馆的借阅情况 (每人每次只能借阅一本图书), 绘制了统计图 1. 并根据图书馆各类图书所占比例情况绘制了统计图 2, 已知综合类图书有 40 本.

各类图书借阅人次分布统计图

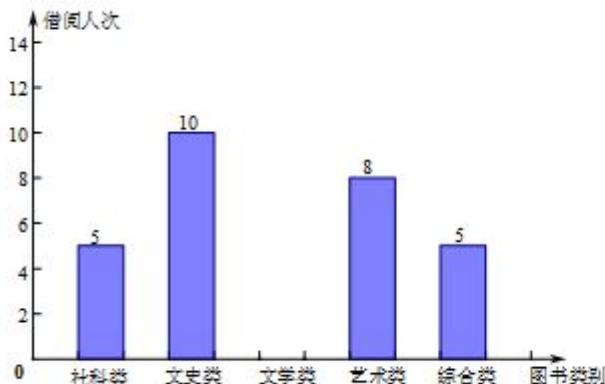


图 1

校图书馆各类图书所占比例统计图

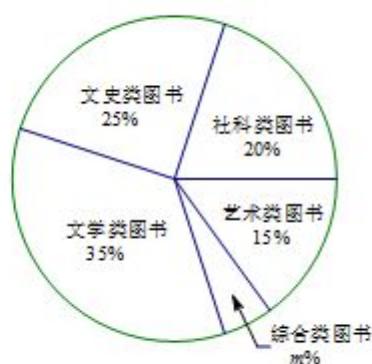
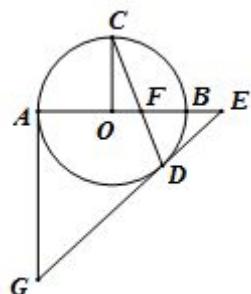


图 2

- (1) 补全统计图 1;
- (2) 该校图书馆共有图书 _____ 本;
- (3) 若该校共有学生 1000 人, 试估算, 借阅文学类图书的有 _____ 人.

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, C 是 $\odot O$ 上一点, $CO \perp AB$ 于点 O , 弦 CD 与 AB 交于点 F , 过点 D 作 $\angle CDE$, 使 $\angle CDE = \angle DFE$, 交 AB 的延长线于点 E . 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 ED 的延长线于点 G .

- (1) 求证: GE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $OF:OB = 1:3$, $\odot O$ 的半径为 3, 求 AG 的长.



26. 小明遇到这样一个问题：

如图1，在锐角 $\triangle ABC$ 中， AD 、 BE 、 CF 分别为 $\triangle ABC$ 的高，求证： $\angle AFE = \angle ACB$ 。

小明是这样思考问题的：如图2，以 BC 为直径做半 $\odot O$ ，则点 F 、 E 在 $\odot O$ 上， $\angle BFE + \angle BCE = 180^\circ$ ，所以 $\angle AFE = \angle ACB$ 。请回答：若 $\angle ABC = 40^\circ$ ，则 $\angle AEF$ 的度数是_____。

参考小明思考问题的方法，解决问题：

如图3，在锐角 $\triangle ABC$ 中， AD 、 BE 、 CF 分别为 $\triangle ABC$ 的高，求证： $\angle BDF = \angle CDE$ 。

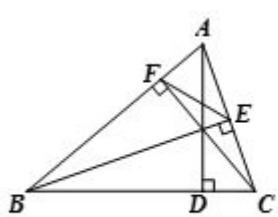


图 1

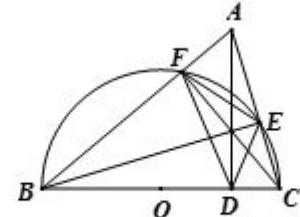


图 2

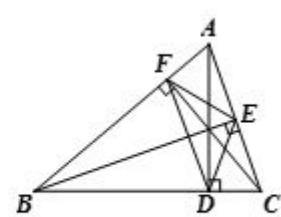


图 3

五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

27. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴的两个交点分别为 $A(-3, 0)$ ， $B(1, 0)$ ，顶点为 C 。

(1) 求抛物线的表达式和顶点坐标；

(2) 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H ，若点 P 为 x 轴上方的抛物线上一动点（点 P 与顶点 C 不重合）， $PQ \perp AC$ 于点 Q ，当 $\triangle PCQ$ 与 $\triangle ACH$ 相似时，求点 P 的坐标。

28. 如图1, 已知线段 $BC=2$, 点B关于直线 AC 的对称点是点D, 点E为射线 CA 上一点, 且 $ED=BD$, 连接 DE , BE .

(1) 依题意补全图1, 并证明: $\triangle BDE$ 为等边三角形;

(2) 若 $\angle ACB=45^\circ$, 点C关于直线 BD 的对称点为点F, 连接 FD 、 FB . 将 $\triangle CDE$ 绕点D顺时针旋转 α 度 ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 得到 $\triangle C'DE'$, 点E的对应点为 E' , 点C的对应点为点 C' .

①如图2, 当 $\alpha=30^\circ$ 时, 连接 BC' . 证明: $EF=BC'$;

②如图3, 点M为 DC 中点, 点P为线段 $C'E'$ 上的任意一点, 试探究: 在此旋转过程中, 线段 PM 长度的取值范围?

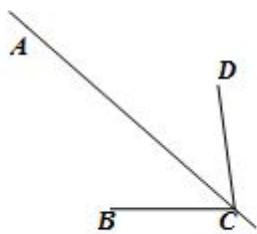


图1

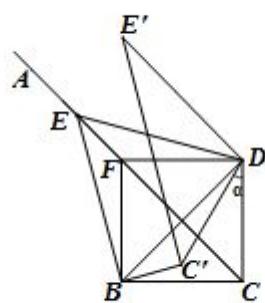


图2

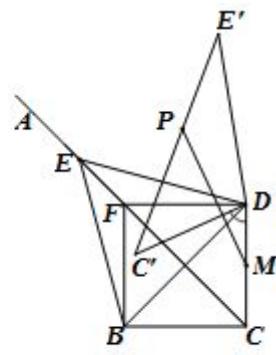


图3

29. 【探究】如图1，点 $N(m, n)$ 是抛物线 $y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 上的任意一点， l 是过点 $(0, -2)$ 且与 x 轴平行的直线，

过点 N 作直线 $NH \perp l$ ，垂足为 H .

①计算： $m=0$ 时， $NH = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $m=4$ 时， $NO = \underline{\hspace{2cm}}$.

②猜想： m 取任意值时， $NO \underline{\hspace{2cm}} NH$ （填“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”）.

【定义】我们定义：平面内到一个定点 F 和一条直线 l （点 F 不在直线 l 上）距离相等的点的集合叫做抛物线，其中点 F 叫做抛物线的“焦点”，直线 l 叫做抛物线的“准线”. 如图1中的点 O 即为抛物线 y_1 的“焦点”，直线 l : $y=-2$ 即为抛物线 y_1 的“准线”. 可以发现“焦点” F 在抛物线的对称轴上.

【应用】(1) 如图2，“焦点”为 $F(-4, -1)$ 、“准线”为 l 的抛物线 $y_2 = \frac{1}{4}(x+4)^2 + k$ 与 y 轴交于点 $N(0, 2)$ ，

点 M 为直线 FN 与抛物线的另一交点. $MQ \perp l$ 于点 Q ，直线 l 交 y 轴于点 H .

直接写出抛物线 y_2 的“准线” l : $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

②计算求值： $\frac{1}{MQ} + \frac{1}{NH} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如图3，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为圆心，半径为1的 $\odot O$ 与 x 轴分别交于 A 、 B 两点（ A 在 B 的左侧），直线 l 与 $\odot O$ 只有一个公共点 F ，求以 F 为“焦点”、 x 轴为“准线”的抛物线 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 的表达式.

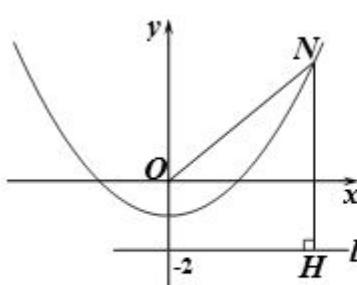


图1

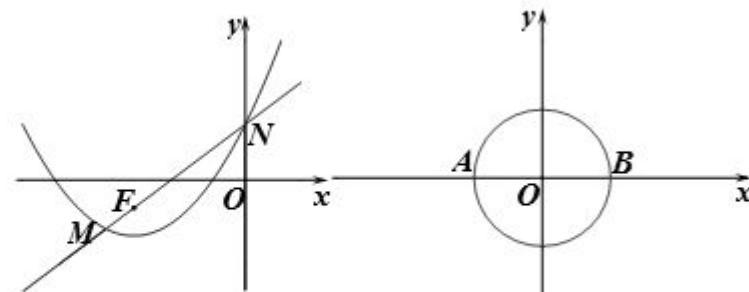


图2

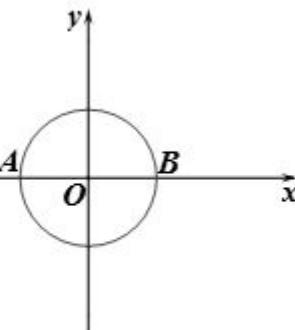


图3



2015 北京房山初三一模数学试卷答案

一、选择题（共 8 道小题，每小题 4 分，共 32 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	A	D	C	C	B	D	B

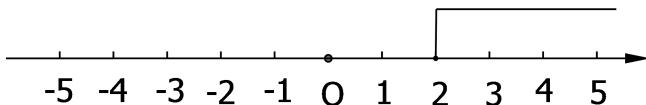
二、填空题（共 4 道小题，每小题 4 分，共 16 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$a(a-2)(a+2)$	$(x-2)^2 - 3$	$y = -\frac{1}{x}$	甲	1	$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17. 原式 $= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3 + 1$
 $= 4.$

18. $6 - 3(x - 2) \leq 2(1 + x),$
 $6 - 3x + 6 \leq 2 + 2x,$
 $-5x \leq -10,$
 $x \geq 2.$



19. $\because \angle DCA = \angle ECB,$
 $\therefore \angle DCA + \angle ACE = \angle BCE + \angle ACE.$
 $\therefore \angle DCE = \angle ACB.$
 \because 在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ACB$ 中,
 $\begin{cases} DC = AC \\ \angle DCE = \angle ACB \\ CE = CB \end{cases}$
 $\therefore \triangle DCE \cong \triangle ACB.$
 $\therefore DE = AB.$

20. 原式 $= \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} - \frac{1}{x+1}$
 $= \frac{x-1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$
 $= \frac{x-1}{(x+1)^2} - \frac{x+1}{(x+1)^2}$
 $= \frac{x-1-x-1}{(x+1)^2}$

$$= -\frac{2}{(x+1)^2}$$

$$= -\frac{2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$\because x^2 + 2x - 8 = 0,$$

$$\therefore x^2 + 2x = 8.$$

$$\therefore \text{原式} = -\frac{2}{9}.$$

21. (1) 一次函数解析式: $y = 2x - 2$.

$$\text{反比例函数解析式: } y = \frac{12}{x}.$$

(2) $P(11, 0)$ 或 $P(-4, 0)$.

22. 设第一阶梯电价每度 x 元, 第二阶梯电价每度 y 元, 由题意可得:

$$\begin{cases} 200x + 20y = 112 \\ 200x + 65y = 139 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0.5 \\ y = 0.6 \end{cases}.$$

答: 第一阶梯电价每度 0.5 元, 第二阶梯电价每度 0.6 元.

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

23. (1) 证明: 在菱形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $OA = OC$, $OB = OD$,

$$\therefore \angle AEO = \angle CFO,$$

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEO = \angle CFO \\ \angle AOE = \angle COF, \\ OA = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$ (AAS).

$$\therefore OE = OF,$$

又 $\because OB = OD$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形;

(2) \because 菱形 $ABCD$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore BD \perp AC$,

$$AB = BC = AD = DC = 4,$$

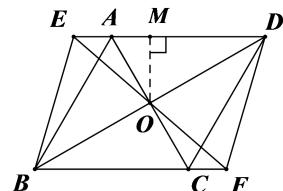
$$\angle ADO = \angle CDO = 30^\circ,$$

$\triangle ADC$ 为等边三角形

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AD = 2,$$

$$\therefore OD = 2\sqrt{3}.$$

作 $OM \perp AD$ 于 M ,



家长训练营

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AD = 2.$$

$$OM = \sqrt{3}.$$

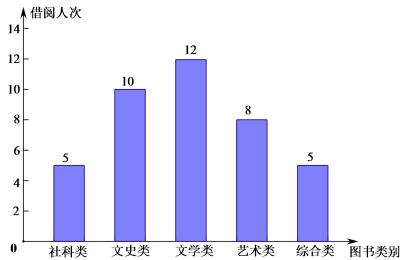
$$\therefore AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 1.$$

$$\therefore EM = 2.$$

$$\therefore OE = \sqrt{7}.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle EOM \text{ 中, } \sin \angle DEO = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

24. (1) 如图所示



(2) 800

(3) 300.

25. (1) 证明: 连接 OD ,

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \angle C = \angle ODC.$$

$$\because OC \perp AB,$$

$$\therefore \angle COF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle OCD + \angle CFO = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ODC + \angle CFO = 90^\circ.$$

$$\because \angle EFD = \angle FDE,$$

$$\angle EFD = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CDO + \angle CDE = 90^\circ.$$

$\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because OF : OB = 1 : 3$, $\odot O$ 的半径为 3,

$$\therefore OF = 1,$$

$$\because \angle EFD = \angle EDF,$$

$$\therefore EF = ED,$$

在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中, $OD = 3$, $DE = x$, 则 $EF = x$, $OE = 1 + x$,

$$\therefore OD^2 + DE^2 = OE^2,$$

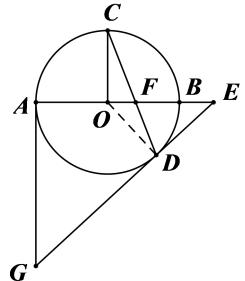
$$\therefore 3^2 + x^2 = (x + 1)^2, \text{ 解得 } x = 4.$$

$$\therefore DE = 4, \quad OE = 5,$$

$\because AG$ 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AG \perp AE,$$

$$\therefore \angle GAE = 90^\circ,$$



而 $\angle OED = \angle GEA$,

$\therefore \text{Rt}\triangle EOD \sim \text{Rt}\triangle EGA$,

$$\therefore \frac{OD}{AG} = \frac{DE}{AE}, \text{ 即 } \frac{3}{AG} = \frac{4}{3+5},$$

$$\therefore AG = 6.$$

26. (1) 40° .

(2) 如图

由题意: $\because \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$,

\therefore 点 A 、 E 、 D 、 B 在以 AB 为直径的半圆上.

$$\therefore \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ.$$

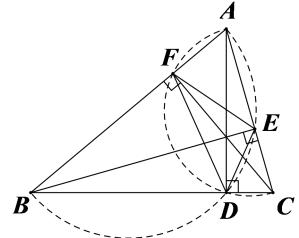
$$\text{又} \because \angle CDE + \angle BDE = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BAE.$$

同理: 点 A 、 F 、 D 、 C 在以 AC 为直径的半圆上.

$$\therefore \angle BDF = \angle BAC.$$

$$\therefore \angle BDF = \angle CDE.$$



五、解答题 (本题 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. (1) 由题意, 得 $\begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ a + b + 3 = 0 \end{cases}$,

解得, $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$.

抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$.

顶点 C 的坐标为 $(-1, 4)$.

(2) ①若点 P 在对称轴右侧 (如图①), 只能是 $\triangle PCQ \sim \triangle CAH$, 得 $\angle QCP = \angle CAH$.

延长 CP 交 x 轴于 M ,

$$\therefore AM = CM,$$

$$\therefore AM^2 = CM^2.$$

设 $M(m, 0)$,

$$\text{则 } (m+3)^2 = 4^2 + (m+1)^2,$$

$$\therefore m = 2, \text{ 即 } M(2, 0).$$

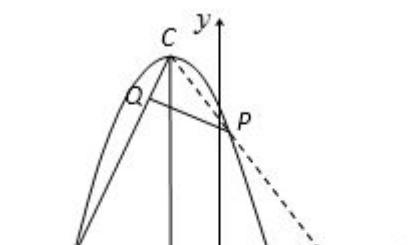
设直线 CM 的解析式为 $y = k_1x + b_1$,

$$\text{则 } \begin{cases} -k_1 + b_1 = 4 \\ 2k_1 + b_1 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解之得 } k_1 = -\frac{4}{3}, \quad b_1 = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore \text{直线 } CM \text{ 的解析式 } y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}.$$

$$-\frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = -x^2 - 2x + 3,$$



(图①)

家长训练营

解得 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -1$ (舍去).

$$y_1 = \frac{20}{9}.$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{3}, \frac{20}{9}\right).$$

②若点 P 在对称轴左侧 (如图②), 只能是 $\triangle PCQ \sim \triangle ACH$, 得 $\angle PCQ = \angle ACH$.

过 A 作 CA 的垂线交 PC 于点 F , 作 $FN \perp x$ 轴于点 N .

由 $\triangle CFA \sim \triangle CAH$ 得 $\frac{CA}{AF} = \frac{CH}{AH} = 2$,

由 $\triangle FNA \sim \triangle AHC$ 得 $\frac{FN}{AH} = \frac{NA}{HC} = \frac{AF}{CA} = \frac{1}{2}$.

$$\therefore AN = 2, FN = 1, \text{ 点 } F \text{ 坐标为 } (-5, 1).$$

设直线 CF 的解析式为 $y = k_2 x + b_2$,

$$\begin{cases} -k_2 + b_2 = 4 \\ -5k_2 + b_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{解之得 } k_2 = \frac{3}{4}, b_2 = \frac{19}{4}.$$

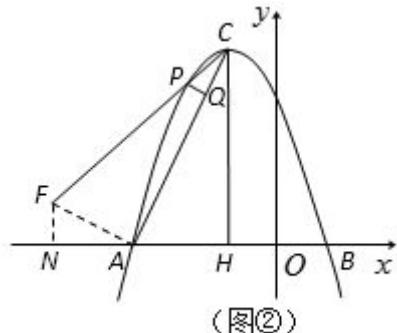
$$\therefore \text{直线 } CF \text{ 的解析式 } y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}.$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{19}{4} = -x^2 - 2x + 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{7}{4}, x_2 = -1 \text{ (舍去).}$$

$$\therefore P\left(-\frac{7}{4}, \frac{55}{16}\right).$$

$$\therefore \text{满足条件的点 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{1}{3}, \frac{20}{9}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{7}{4}, \frac{55}{16}\right).$$



(图②)

28. 解: (1) 补全图形, 如图1所示;

证明: 由题意可知: 射线 CA 垂直平分 BD ,

$$\therefore EB = ED.$$

$$\text{又} \because ED = BD,$$

$$\therefore EB = ED = BD.$$

$\therefore \triangle EBD$ 是等边三角形.

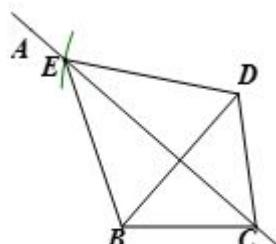


图1

(2) ①证明: 如图2: 由题意可知 $\angle BCD = 90^\circ$, $BC = DC$,

又 \because 点 C 与点 F 关于 BD 对称,

\therefore 四边形 $BCDF$ 为正方形,

$$\therefore \angle FDC = 90^\circ, CD = FD.$$

$$\therefore \angle CDC' = \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore \angle FDC' = 60^\circ.$$

由(1) $\triangle BDE$ 为等边三角形

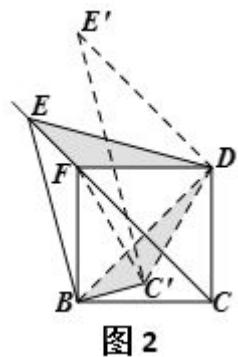


图2

家长训练营

$\therefore \angle EDB = \angle FDC' = 60^\circ, ED = BD.$

$\therefore \angle EDF = \angle BDC'.$

又 $\because \triangle E'DC'$ 是由 $\triangle EDC$ 旋转得到的,

$\therefore C'D = CD = FD,$

$\therefore \triangle EDF \cong \triangle DBC' \text{ (SAS).}$

$\therefore EF = BC'.$

②线段 PM 的取值范围是: $\sqrt{2}-1 \leq PM \leq 2\sqrt{2}+1$,

设射线 CA 交 BD 于点 O ,

I: 如图3(1)

当 $E'C' \perp DC$, $MP \perp E'C'$, D 、 M 、 P 、 C 共线时, PM 有最小值.

此时 $DP = DO = \sqrt{2}$, $DM = 1$,

$\therefore PM = DP - DM = \sqrt{2} - 1$.

II: 如图3(2)

当点 P 与点 E' 重合, 且 P 、 D 、 M 、 C 共线时, PM 有最大值.

此时 $DP = DE' = DE = DB = 2\sqrt{2}$, $DM = 1$,

$\therefore PM = DP + DM = 2\sqrt{2} + 1$.

\therefore 线段 PM 的取值范围是: $\sqrt{2}-1 \leq PM \leq 2\sqrt{2}+1$.

29. 解: 【探究】① 1; 5.

②=.

【应用】(1) ① $y = -3$;

②1.

(2) 如图3, 设直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + n$ 与 x 轴相交于点 C .

由题意可知直线 CF 切 $\odot O$ 于 F , 连接 OF .

$\therefore \angle OFC = 90^\circ$.

$\therefore \angle COF = 60^\circ$.

又 $\because OF = 1$,

$\therefore OC = 2$.

$\therefore C(\pm 2, 0)$.

\therefore “焦点” $F_1(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 、 $F_2(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

\therefore 抛物线 y_3 的顶点为 $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$ 或 $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4})$.

当“焦点”为 $F_1(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, 顶点为 $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$, $C(2, 0)$ 时,

易得直线 CF_1 : $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{2}{3}\sqrt{3}$.

过点 A 作 $AM \perp x$ 轴, 交直线 CF_1 于点 M .

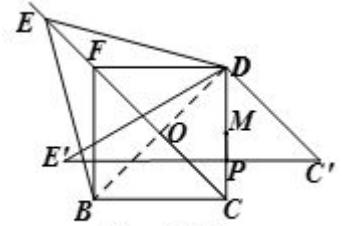


图3(1)

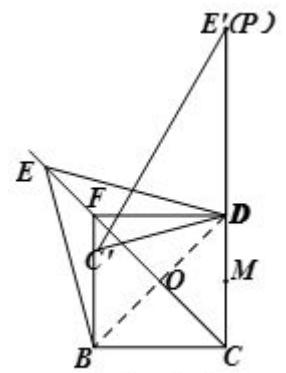


图3(2)

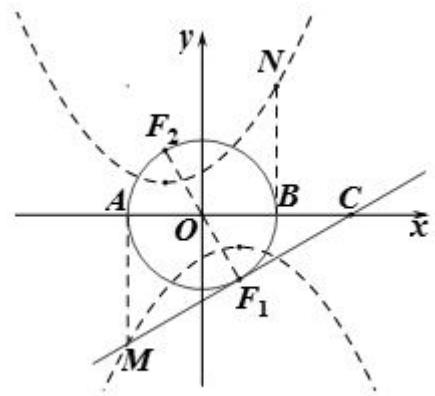


图3



$$\therefore MA = MF_1.$$

$\therefore M(-1, -\sqrt{3})$ 在抛物线 y_3 上.

设抛物线 $y_3 = a(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}$, 将 M 点坐标代入可求得: $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore y_3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

当“焦点”为 $F_2(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 顶点为 $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4})$, $C(-2, 0)$ 时,

由中心对称性可得:

$$y_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

综上所述: 抛物线 $y_3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $y_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

一. 选择题

1. 【答案】A

【解析】2 的相反数为 -2. 故选 A.

2. 【答案】C

【解析】37900 用科学记数法表示为 3.79×10^4 . 故选 C.

3. 【答案】B

【解析】 P (摸出红球的概率) = $\frac{3}{7}$. 故选 B.

4. 【答案】A

【解析】 $\angle 2 = 180^\circ - \angle DCB - \angle 1 = 20^\circ$. 故选 A.

5. 【答案】D

【解析】由三视图知该几何体为长方体. 故选 D.

6. 【答案】C

【解析】降水 13mm 的区域共有两块, 出现次数最多, 故众数是 13.

平均数 = $\frac{14+12+13+13+17+15}{6} = 14$. 故选 C.

7. 【答案】C

【解析】由图像知小强 14 时距家的距离是 15. 故选 C.

8. 【答案】B

【解析】由圆周角定理知 $\angle D = \frac{1}{2} \angle BOC = 35^\circ$. 故选 B.

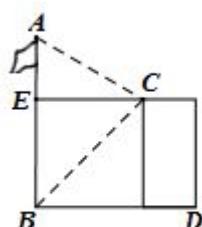
9. 【答案】D

【解析】如图, $CE = 8\text{m}$, $\angle ECA = 30^\circ$, $\angle ECB = 45^\circ$.

则 $AE = \frac{\sqrt{3}}{3} EC = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{m}$, $BE = EC = 8\text{m}$,

$$\therefore AB = AE + BE = \left(8 + \frac{8\sqrt{3}}{8}\right)\text{m}.$$

故选 D.



第 9 题图

10. 【答案】B

【解析】由平移相关概念知答案为 B. 故选 B.

二. 填空题

11. 【答案】 $a(a-2)(a+2)$

【解析】 $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a-2)(a+2)$. 故答案为 $a(a-2)(a+2) 8$.

12. 【答案】 $(x-2)^2 - 3$

【解析】 $x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$. 故答案为 $(x-2)^2 - 3 6\pi$.

13. 【答案】 $y = -\frac{1}{x}$

【解析】 $y = -\frac{1}{x}$. 故答案为 $y = -\frac{1}{x}$.

14. 【答案】甲

【解析】方差越小数据越稳定，故甲更稳定. 故答案为甲.

15. 【答案】1

【解析】 $22 - 5 = 17 > 16$, 故小明乘车费用为 $4 \times 0.25 = 1$. 故答案为 1.

16. 【答案】 $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$

【解析】过点 A_1 作 $A_1F \perp x$ 轴与点 F ，过点 A_1 作 $A_1G \perp y$ 轴与点 G .

由全等及矩形知识知 $A_1F = GB_1 + OB_1 = \frac{3}{2}OB_1 = 3$.

同理 $A_2F_2 = \frac{3}{2}B_2E_2 = \frac{3}{2}$, $A_2F_3 = \frac{3}{2}B_3E_4 = \frac{3}{4}$.

故答案为 $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$.

