2015年北京平谷中考一模数学试卷

一、选择题(本题共30分，每小题3分)

1．根据平谷区统计局发布的人口抽样调查情况，2014年末平谷区常住人口423 000人，将423 000用科学记数法表示应为（　　）．

A．4.23×10^{5}　　B．0.423×10^{6}　　C．42.3×10^{4}　　D．4.23×10^{4}

2．检查4个篮球的质量，把超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数，检查的结果如下表：

篮球的编号	1	2	3	4
与标准质量的差(克)	+4	+5	−5	−3

则质量较好的篮球的编号是（　　）．

A．1号　　B．2号　　C．3号　　D．4号

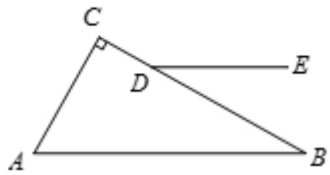
3．如图，在△ABC中，$\angle C=90°$，点D在BC边上，$DE/\!/AB$，若$\angle CDE=150°$，则$\angle A$的度数为（　　）．

A．30°

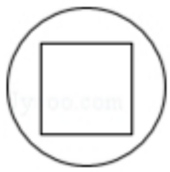
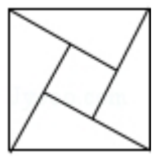
B．60°

C．120°

D．150°



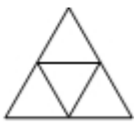
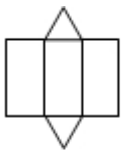
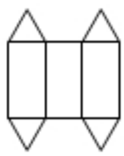
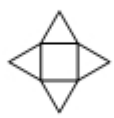
4．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）．

A．　B．　C．　D．

5．函数$y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$中自变量的取值范围是（　　）．

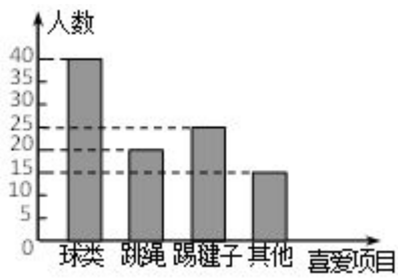
A．$x\neq1$　　B．$x>1$　　C．$x\geqslant1$　　D．$x\geqslant-1$

6．下列四个图形中，是三棱柱的平面展开图的是（　　）．

A．　B．　C．　D．

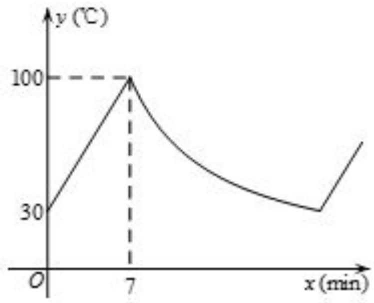
7．某学校为了解学生大课间体育活动情况，随机抽取本校部分学生进行调查．整理收集到的数据，绘制成如图所示的统计图．小明随机调查一名学生，他喜欢“踢毽子”的概率是（　　）．

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{5}$



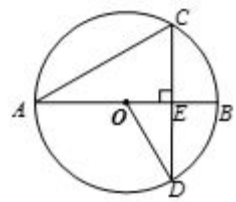
C. $\frac{2}{5}$　　　　D. $\frac{3}{20}$

8．某品牌的饮水机接通电源就进入自动程序：开机加热到水温$100℃$，停止加热，水温开始下降，此时水温（℃）与开机后用时（min）成反比例关系，直至水温降至$30℃$，饮水机关机．饮水机关机后即刻自动开机，重复上述自动程序．若在水温为$30℃$时，接通电源后，水温y（℃）和时间x（min）的关系如图所示，水温从$100℃$降到$35℃$所用的时间是（　　）．



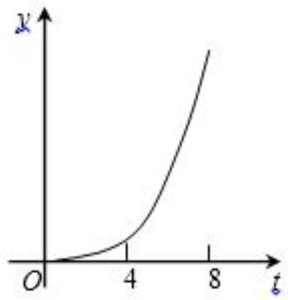
A．27分钟
B．20分钟
C．13分钟
D．7分钟

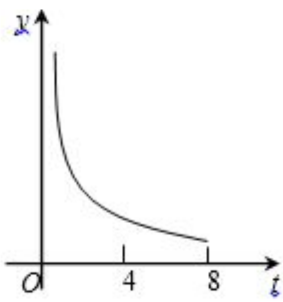
9．如图，AB是$\odot O$的直径，$\angle BAC=30°$，$CD\perp AB$于点E，$BE=2$，则$\odot O$的半径为（　　）．

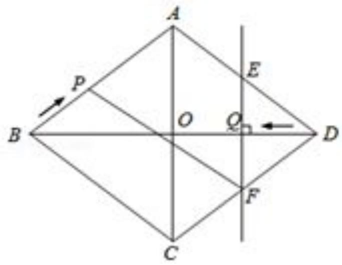


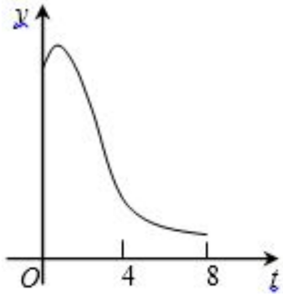
A．8
B．6
C．4
D．2

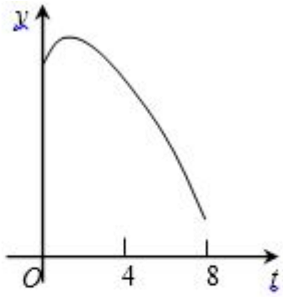
10．已知：如图，菱形$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，且$AC=12\text{cm}$，$BD=16\text{cm}$．点P从点B出发，沿BA方向匀速运动，速度为1cm/s；同时，直线EF从点D出发，沿DB方向匀速运动，速度为1cm/s，$EF\perp BD$，且与AD，BD，CD分别交于点E，Q，F；当直线EF停止运动时，点P也停止运动．连接PF，设运动时间为$t(\text{s})$（$0<t<8$）．设四边形$APFE$的面积为y（cm^2），则下列图象中，能表示y与t的函数关系的图象大致是（　　）．

A.


B.




C.


D.


二、填空题(本题共18分，每小题3分)

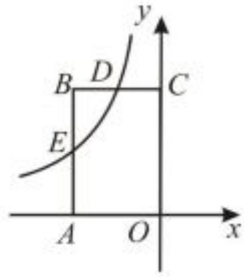
11．分解因式：$a^3-4a^2b+4ab^2=$__________．

12．甲、乙二人进行射击比赛，已知他们每人五次射击的成绩如下表（单位：环），那么二人中成绩最稳定的是__________.

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
甲	9.3	7.9	4	7.1	6
乙	6.1	6.8	7.2	8	6.2

13．如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 看一栋高楼顶部 B 的仰角为 $30°$，看这栋高楼底部 C 的俯角为 $60°$，热气球 A 与高楼的水平距离为 120m，这栋高楼 BC 的高度为__________米.

14．如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A，C 分别在 x 轴和 y 轴上，若 $OA=4$，$OC=6$，写出一个函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$，使它的图象与矩形 $OABC$ 的两边 AB，BC 分别交于点 D，E，这个函数的表达式为__________.



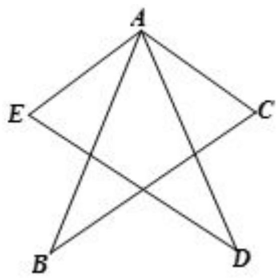
15．在学习二次函数的图象时，小米通过向上（或向下）平移 $y=ax^2$ 的图象，得到 $y=ax^2+c$ 的图象；向左（或向右）平移 $y=ax^2$ 的图象，得到 $y=a(x-h)^2$ 的图象．小米经过探究发现一次函数的图象也应该具有类似的性质．请你思考小米的探究，直接写出一次函数 $y=2x+3$ 的图象向左平移 4 个单位长度，得到的函数图象的解析式为__________.

16．在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，有一个锐角为 $60°$，$BC=6$．若点 P 在直线 AC 上（不与点 A，C 重合），且 $\angle ABP=30°$，则 CP 的长为__________.

三、解答题(本题共 30 分，每小题 5 分)

17．如图，$AB=AD$，$AC=AE$，$\angle CAD=\angle EAB$.

求证：$BC=DE$.



18．计算：$\sqrt{8}-2\cos 45^{\circ}+(-\frac{1}{4})^{-1}+(\pi-3.14)^{0}$．

19．解不等式组$\begin{cases}-2x+1<x+4\\ \frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\leqslant 1\end{cases}$．

20．已知实数a满足$a^{2}+2a-13=0$，求$\frac{1}{a+1}-\frac{a+2}{a^{2}-1}\div\frac{(a+1)(a+2)}{a^{2}-2a+1}$的值．

21．关于x的一元二次方程$(m-1)x^{2}-2mx+m+1=0$有两个实数根．

（1）求m的取值范围；

（2）当m为何整数时，此方程的两个根都为正整数．

22．列方程或方程组解应用题：

为了提高产品的附加值，某公司计划将研发生产的1200件新产品进行精加工后再投放市场．现有甲、乙两个工厂都具备加工能力，公司派出相关人员分别到这两个工厂了解情况，获得如下信息：

信息一：甲工厂单独加工完成这批产品比乙工厂单独加工完成这批产品多用10天；

信息二：乙工厂每天加工的数量是甲工厂每天加工数量的1.5倍．

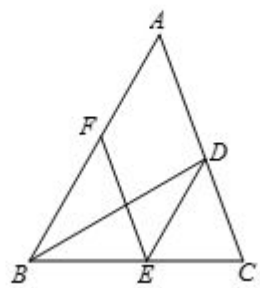
根据以上信息，求甲、乙两个工厂每天分别能加工多少件新产品？

四、解答题(本题共20分，每小题5分)

23．如图，BD是$\triangle ABC$的角平分线，点E，F分别在BC，AB上，且$DE\parallel AB$，$EF\parallel AC$．

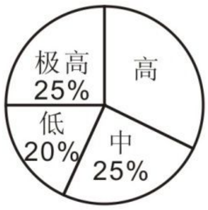
（1）求证：$BE=AF$；

（2）若$\angle ABC=60^\circ$，$BD=12$，求DE的长及四边形$ADEF$的面积．

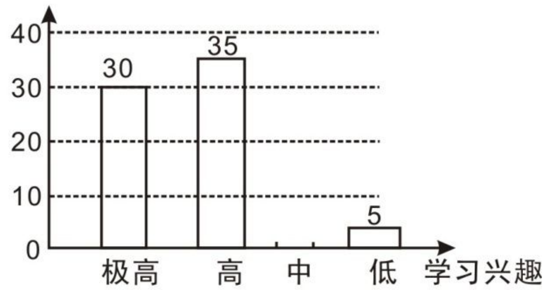


24．“小组合作学习”成为我区推动课堂教学改革，打造自主高效课堂的重要举措．某中学从全校学生中随机抽取100人作为样本，对“小组合作学习”实施前后学生的学习兴趣变化情况进行调查分析，统计如下：

小组合作学习前学生学习兴趣



小组合作学习后学生学习兴趣



请结合图中信息解答下列问题：

（1）小组合作学习前学生学习兴趣为“高”的所占的百分比为__________；

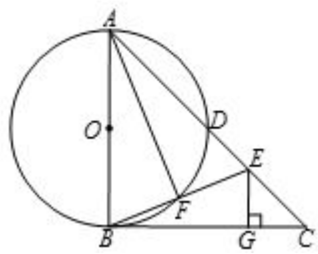
（2）补全小组合作学习后学生学习兴趣的统计图；

（3）通过“小组合作学习”前后学生学习兴趣的对比，请你估计全校2000名学生中学习兴趣获得提高的学生有多少人？

25．如图，AB为⊙O的直径，BC切⊙O于点B，AC交⊙O于点D，$\angle BAC=2\angle CBE$，交AC于点E，交⊙O于点F，连接AF．

（1）求证：$\angle CBE=\angle CAF$；

（2）过点E作$EG\perp BC$于点G，若$\angle C=45°$，$CG=1$，求⊙O的半径．



26．阅读下面材料：

学习了三角形全等的判定方法（即“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”）和直角三角形全等的判定方法（即“HL”）后，小聪继续对“两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等”的情形进行研究．

小聪将命题用符号语言表示为：在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，$AC=DF$，$BC=EF$，$\angle B=\angle E$．

小聪想：要想解决问题，应该对$\angle B$进行分类研究．

$\angle B$可分为“直角、钝角、锐角”三种情况进行探究．

第一种情况：当$\angle B$是直角时，如图1，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，$AC=DF$，$BC=EF$，$\angle B=\angle E=90^\circ$，根据“$HL$”定理，可以知道$\mathrm{Rt}\triangle ABC\cong \mathrm{Rt}\triangle DEF$．

第二种情况：当$\angle B$是锐角时，如图2，$BC=EF$，$\angle B=\angle E<90^\circ$，在射线$EM$上有点$D$，使$DF=AC$，画出符合条件的点$D$，则$\triangle ABC$和$\triangle DEF$的关系是__________；

A．全等　　　　　B．不全等　　　　　C．不一定全等

第三种情况：当$\angle B$是钝角时，如图3，在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，$AC=DF$，$BC=EF$，$\angle B=\angle E>90^\circ$，求证：$\triangle ABC\cong\triangle DEF$．

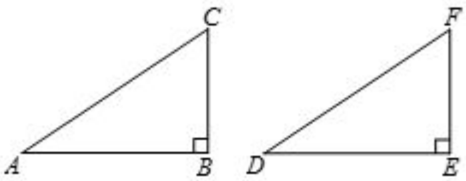


图1

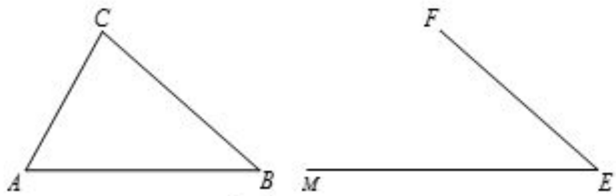


图2

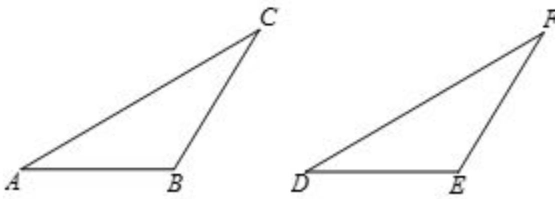


图3

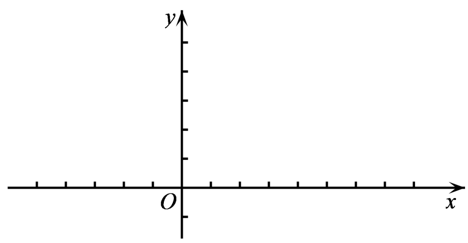
五、解答题(本题共22分，第27题7分，第28题8分，第29题7分)

27．已知抛物线$y=ax^2+x+c$（$a\neq 0$）经过$A(-1,0)$，$B(2,0)$两点，与y轴相交于点C，点D为该抛物线的顶点．

（1）求该抛物线的解析式及点D的坐标；

（2）点E是该抛物线上一动点，且位于第一象限，当点E到直线BC的距离为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，求点E的坐标；

（3）在（2）的条件下，在x轴上有一点P，且$\angle EAO+\angle EPO=\angle\alpha$，当$\tan\alpha=2$时，求点$P$的坐标．



28．（1）如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC$，$\angle ABC=80°$，$\angle A+\angle C=180°$，点 M 是 AD 边上一点，把射线 BM 绕点 B 顺时针旋转 $40°$，与 CD 边交于点 N，请你补全图形，求 MN，AM，CN 的数量关系；

（2）如图 2，在菱形 $ABCD$ 中，点 M 是 AD 边上任意一点，把射线 BM 绕点 B 顺时针旋 $\frac{1}{2}\angle ABC$，与 CD 边交于点 N，连结 MN，请你补全图形并画出辅助线，直接写出 AM，CN，MN 的数量关系是__________；

（3）如图 3，正方形 $ABCD$ 的边长是 1，点 M，N 分别在 AD，CD 上，若 $\triangle DMN$ 的周长为 2，则 $\triangle MBN$ 的面积最小值为__________．

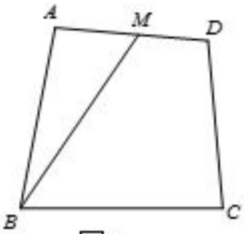


图 1

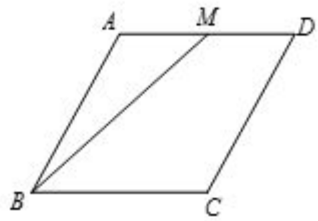


图 2

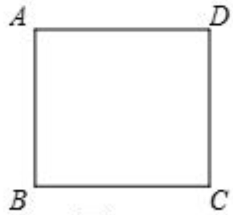


图 3

29．设 a，b 是任意两个不等实数，我们规定：满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的所有取值的全体叫做闭区间，表示为 $[a,b]$．对于一个函数，如果它的自变量 x 与函数值 y 满足：当 $m\leqslant x\leqslant n$ 时，有 $m\leqslant y\leqslant n$，我们就称此函数是闭区间 $[m,n]$ 上的“闭函数”．如函数 $y=-x+4$，当 $x=1$ 时，$y=3$；当 $x=3$ 时，$y=1$，即当 $1\leqslant x\leqslant 3$ 时，有 $1\leqslant y\leqslant 3$，所以说函数 $y=-x+4$ 是闭区间 $[1,3]$ 上的“闭函数”．

（1）反比例函数 $y=\dfrac{2015}{x}$ 是闭区间 $[1,2015]$ 上的“闭函数”吗？请判断并说明理由；

（2）若二次函数 $y=x^2-2x-k$ 是闭区间 $[1,2]$ 上的“闭函数”，求 k 的值；

（3）若一次函数 $y=kx+b$ $(k\neq 0)$ 是闭区间 $[m,n]$ 上的“闭函数”，求此函数的解析式（用含 m，n 的代数式表示）．

2015年北京平谷中考一模数学试卷答案

一、选择题(本题共30分，每小题3分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	B	C	B	B	A	C	C	D

二、填空题(本题共18分，每小题3分)

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$a(a-2b)^2$	乙	$160\sqrt{3}$	$y=-\frac{1}{x}$	$y=2x+11$	6或$2\sqrt{3}$或$4\sqrt{3}$

三、解答题(本题共30分，每小题5分)

17．证明：$\because \angle CAD=\angle EAB$，

$\therefore \angle CAD+\angle BAD=\angle EAB+\angle BAD$．

即$\angle CAB=\angle EAD$．

$\because AB=AD$，$AC=AE$，

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ADE$．

$\therefore BC=DE$．

18．解：原式$=2\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+(-4)+1$

$=\sqrt{2}-3$．

19．解：$\begin{cases}-2x+1<x+4 ① \\ \frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\leqslant 1 ②\end{cases}$

解不等式①，得$x>-1$，

解不等式②，得$x\leqslant 4$，

∴原不等式组的解集为：$-1<x\leqslant 4$．

20．解：$\frac{1}{a+1}-\frac{a+2}{a^2-1}\div\frac{(a+1)(a+2)}{a^2-2a+1}$

$=\frac{1}{a+1}-\frac{a+2}{a^2-1}\div\frac{(a+1)(a+2)}{(a-1)^2}$

$=\frac{1}{a+1}-\frac{a+2}{(a+1)(a-1)}\cdot\frac{(a-1)^2}{(a+1)(a+2)}$

$=\frac{1}{a+1}-\frac{a-1}{(a+1)^2}$

$=\frac{a+1}{(a+1)^2}-\frac{a-1}{(a+1)^2}$

$=\dfrac{2}{(a+1)^2}$

$=\dfrac{2}{a^2+2a+1}$.

$\because$ $a^2+2a-13=0$，

$\therefore$ $a^2+2a=13$.

$\therefore$原式$=\dfrac{2}{13+1}=\dfrac{1}{7}$.

21．解：（1）根据题意得 $m\neq 1$，

$\Delta=(-2m)^2-4(m-1)(m+1)=4$，

$\therefore$ m 的取值范围是 $m\neq 1$；

（2）$\therefore$ $x_1=\dfrac{2m-2}{2(m-1)}=1$，

$x_2=\dfrac{2m+2}{2(m-1)}=\dfrac{m+1}{m-1}$，

$x_2=1+\dfrac{2}{m-1}$，

$\because$方程的两个根都是正整数，

$\therefore$ $\dfrac{2}{m-1}$ 是正整数，

$\therefore$ $m-1=1$ 或 2，

$\therefore$ $m=2$ 或 3.

22．解：设甲工厂每天能加工 x 件新产品，则乙工厂每天加工 $1.5x$ 件新产品．

依题意得，$\dfrac{1200}{x}=\dfrac{1200}{1.5x}+10$.

解得 $x=40$.

经检验，$x=40$ 是原方程的解，并且符合题意．

$\therefore$ $1.5x=60$.

答：甲、乙两个工厂每天能加工新产品的件数分别为 40 件、60 件．

四、解答题(本题共 20 分，每小题 5 分)

23．（1）证明：$\because$ $DE/\!/AB$，$EF/\!/AC$，

$\therefore$四边形 $ADEF$ 是平行四边形，

$\angle ABD=\angle BDE$.

$\therefore$ $AF=DE$.

$\because$ BD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore$ $\angle ABD=\angle DBE$.

$\therefore$ $\angle DBE=\angle BDE$.

$\therefore$ $BE=DE$.

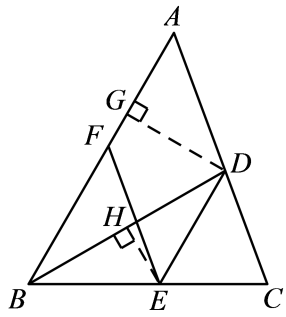
$\therefore$ $BE=AF$.

（2）解：过点 D 作 $DG\perp AB$ 于点 G，过点 E 作 $EH\perp BD$ 于点 H，

$\because \angle ABC = 60°$， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle ABD = \angle EBD = 30°$，

$\therefore DG = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{2}\times 12 = 6$.



$\because BE = DE$，

$\therefore BH = DH = \dfrac{1}{2}BD = 6$.

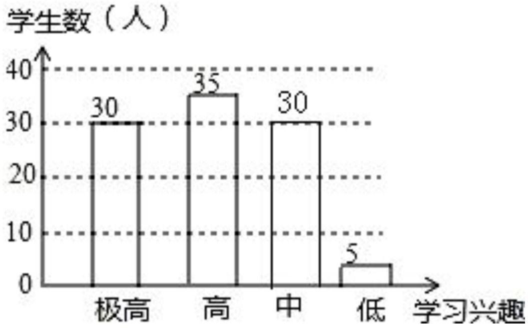
$\therefore BE = \dfrac{BH}{\cos 30°} = 4\sqrt{3}$.

$\therefore DE = BE = 4\sqrt{3}$.

∴四边形 $ADEF$ 的面积为： $DE \cdot DG = 24\sqrt{3}$.

24．解：（1） 30%；

（2）小组合作学习后学生学习兴趣的统计图如下：



（3）小组合作学习前学生学习兴趣“中”的有 $100\times 25\% = 25$ （人），

小组合作学习后学习兴趣提高了 $30 - 25 = 5$ （人）；

小组合作学习前学生学习兴趣“高”的有 $100\times 30\% = 30$ （人），

小组合作学习后学习兴趣提高了 $35 - 30 = 5$ （人）；

小组合作学习前学生学习兴趣为“极高”的有 $100\times 25\% = 25$ （人），

小组合作学习后学习兴趣提高了 $30 - 25 = 5$ （人），

$\therefore 2000\times\dfrac{5+5+5}{100} = 300$ （人）．

答：全校 2000 名学生中学习兴趣获得提高的学生有 300 人．

25．（1）证明：$\because BC$ 切⊙ O 于点 B，

$\therefore \angle ABF + \angle CBE = 90°$.

$\because AB$ 是⊙ O 的直径，

$\therefore \angle AFB = 90°$.

$\therefore \angle ABF + \angle BAF = 90°$.

$\therefore \angle CBE = \angle BAF$.

$\because \angle BAC = 2\angle CBE$，

$\therefore \angle BAF + \angle CAF = 2\angle CBE$.

即 $\angle CBE = \angle CAF$.

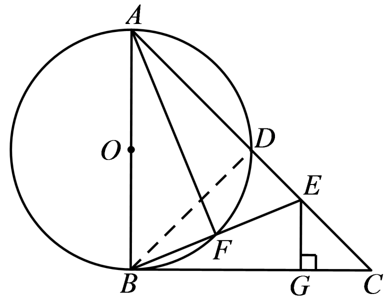
（2）$\because EG \perp BC$ 于点 G，

$\therefore \angle CBE + \angle BEG = 90°$.

∵ $\angle CAF+\angle AEF=90°$，

∴ $\angle BEG=\angle AEF$．

连接 BD，



∵ AB 是⊙ O 的直径，

∴ $\angle ADB=90°$．

∴ $\angle BDE=\angle BGE=90°$．

∵ $BE=BE$，

∴ $\triangle BED\cong\triangle BEG$．

∴ $ED=EG$．

∵ $\angle C=\angle CEG=45°$，

∴ $EG=CG=1$， $CE=\sqrt{2}$．

∴ $DE=1$．

∴ $CD=1+\sqrt{2}$．

在 Rt$\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90°$， $\angle C=45°$，

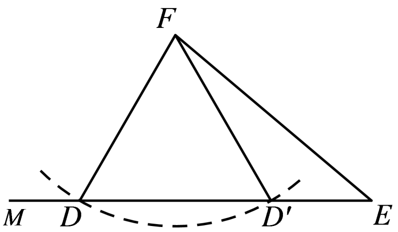
∴ $\angle BAC=45°$．

∴ $AD=BD=CD=1+\sqrt{2}$．

∴ $AB=2+\sqrt{2}$．

∴⊙ O 的半径为 $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$．

26．解：如图所示，选择 C．



证明：如图，过点 C 作 $CG\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 G，

过点 F 作 $DH\perp DE$ 交 DE 的延长线于点 H，

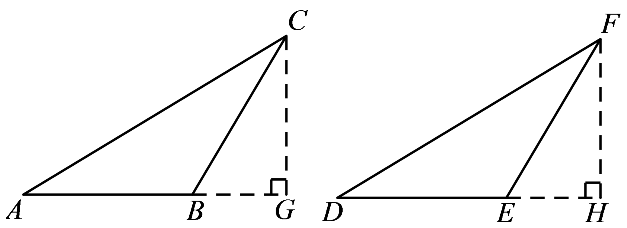
∵ $\angle B=\angle E$，

∴ $180°-\angle B=180°-\angle E$，

即 $\angle CBG=\angle FEH$，

在 $\triangle CBG$ 和 $\triangle FEH$ 中，

$$\begin{cases}\angle CBG=\angle FEH\\ \angle G=\angle H=90°\\ BC=EF\end{cases}，$$



∴ $\triangle CBG\cong\triangle FEH$ （AAS），

∴ $CG=FH$，

在 Rt$\triangle ACG$ 和 Rt$\triangle DFH$ 中，

$$\begin{cases}AC=DF\\ CG=FH\end{cases}，$$

Rt$\triangle ACG\cong$Rt$\triangle DFH$ （HL），

∴ $\angle A=\angle D$，

在△ABC 和△DEF 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ \angle B=\angle E\\ AC=DF\end{cases},$$

∴ $\triangle ABC\cong\triangle DEF$ （AAS）.

五、解答题(本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分，第 29 题 7 分)

27．解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+x+c$ （$a\neq 0$）经过 $A(-1,0)$， $B(2,0)$ 两点，

∴ $\begin{cases}a-1+c=0\\ 4a+2+c=0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a=-1\\ c=2\end{cases}$.

∴抛物线为 $y=-x^2+x+2$ ①；

∴顶点 $D(\frac{1}{2},\frac{9}{4})$.

（2）如图，作 $EN/\!/BC$，交 y 轴于 N，过 C 作 $CM\perp EN$ 于 M，

令 $x=0$，得 $y=2$，

∴ $OC=OB=2$.

∴ $\angle OCB=45°$.

∵ $EN/\!/BC$，

∴ $\angle CNM=\angle OCB=45°$.

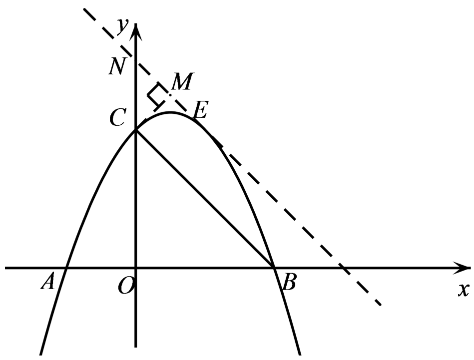
∵ $CM\perp EN$ 于 M，

∴ $\angle CNM=\angle CMN=45°$.

∴ $MN=CM=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

∴ $CN=1$.

∴直线 NE 的解析式为：$y=-x+3$ ②



把②代入①，解得 $\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$.

∴ $E(1,2)$.

（3）过 E 作 $EF\perp AB$ 于 F，

∴ $\tan\angle EOF=2$，

又∵ $\tan\angle\alpha=2$，

∴ $\angle EOF=\angle\alpha$，

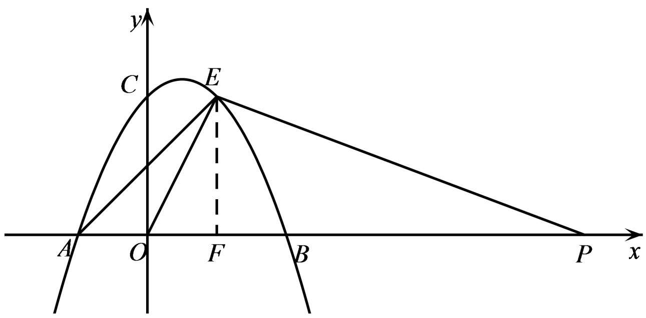
∵ $\angle EOF=\angle EAO+\angle AEO=\angle\alpha$，

$\angle EAO+\angle EPO=\angle\alpha$，

∴ $\angle EPO=\angle AEO$，

∵ $\angle EAO=\angle PAE$，

∴ $\triangle AEP\backsim\triangle AOE$，



$\therefore \frac{AP}{AE}=\frac{AE}{AO}$，

$\because AE=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$， $AO=1$，

$\therefore AP=8$，

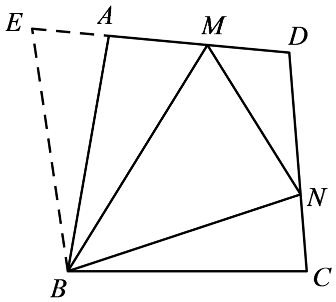
$\therefore OP=7$，

$\therefore P(7,0)$，

由对称性可得， $P'(-5,0)$，

$\therefore P(7,0)$ 或 $(-5,0)$.

28．解：（1）如图所示，



延长 DA 到点 E， 使 $AE=CN$， 连接 BE，

$\because \angle BAD+\angle C=180°$.

$\therefore \angle EAB=\angle C$.

又$\because AB=BC$， $AE=CN$，

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBN$.

$\therefore \angle EBA=\angle CBN$， $BE=BN$.

$\therefore \angle EBN=\angle ABC$.

$\because \angle ABC=80°$， $\angle MBN=40°$，

$\therefore \angle EBM=\angle NBM=40°$.

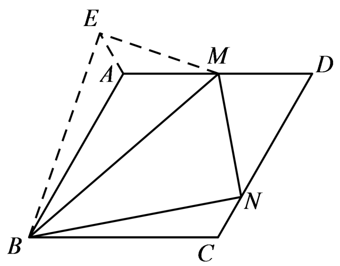
$\because BM=BM$，

$\therefore \triangle EBM\cong\triangle NBM$.

$\therefore EM=NM$.

$\therefore MN=AM+CN$.

（2）



$MN<AM+CN$.

（3） $\sqrt{2}-1$.

29．解：（1）反比例函数 $y=\dfrac{2015}{x}$ 是闭区间 $[1,2015]$ 上的“闭函数”．理由如下：

反比例函数 $y=\dfrac{2015}{x}$ 在第一象限，y 随 x 的增大而减小，

当 $x=1$ 时，$y=2015$；

当 $x=2015$ 时，$y=1$，

即图象过点 $(1, 2015)$ 和 $(2015, 1)$，

∴当 $1 \leqslant x \leqslant 2015$ 时，有 $1 \leqslant y \leqslant 2015$，符合闭函数的定义，

∴反比例函数 $y=\dfrac{2015}{x}$ 是闭区间 $[1,2015]$ 上的“闭函数”；

（2）由于二次函数 $y=x^2-2x-k$ 的图象开口向上，

对称轴为 $x=1$，

∴二次函数 $y=x^2-2x-k$ 在闭区间 $[1,2]$ 内，y 随 x 的增大而增大．

当 $x=1$ 时，$y=1$，

∴ $k=-2$．

当 $x=2$ 时，$y=2$，

∴ $k=-2$．

即图象过点 $(1, 1)$ 和 $(2, 2)$，

∴当 $1 \leqslant x \leqslant 2$ 时，有 $1 \leqslant y \leqslant 2$，符合闭函数的定义，

∴ $k=-2$．

（3）因为一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 是闭区间 $[m,n]$ 上的“闭函数”，

根据一次函数的图象与性质，有：

（Ⅰ）当 $k>0$ 时，即图象过点 (m, m) 和 (n, n)，

$\begin{cases} mk+b=m \\ nk+b=n \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=0 \end{cases}$．

∴ $y=x$．

（Ⅱ）当 $k<0$ 时，即图象过点 (m, n) 和 (n, m)，

$\begin{cases} mk+b=n \\ nk+b=m \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=m+n \end{cases}$．

∴ $y=-x+m+n$，

∴一次函数的解析式为 $y=x$ 或 $y=-x+m+n$．

2015年北京平谷初三一模数学试卷部分解析

一．选择题

1.【答案】A

【解析】423 000用科学记数法表示应为4.23×10^5．故选A．

2.【答案】D

【解析】-3的绝对值最小，故4号篮球质量最好．故选D．

3.【答案】B

【解析】$\angle CDE=150^\circ$，则$\angle EDB=180^\circ-\angle CDE=30^\circ$，

又$DE/\!/AB$，$\therefore\angle ABC=\angle EDB=30^\circ$．

Rt$\triangle ABC$中，$\angle A=90^\circ-\angle ABC=60^\circ$．故选B．

4.【答案】C

【解析】由轴对称图形及中心对称图形定义知只有C选项正确．故选C．

5.【答案】B

【解析】$y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$中自变量的取值范围是$x-1>0$，即$x>1$．故选B．

6.【答案】B

【解析】由展开图概念知选项B正确．故选B．

7.【答案】A

【解析】由概率公式知喜欢踢毽子的概率为$\dfrac{25}{40+20+25+15}=\dfrac{1}{4}$．故选A．

8.【答案】C

【解析】由图像知反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$过点$(7,100)$，故$k=700$．

令$y=35$，解得$x=20$．

水温从100℃降到35℃所用的时间为$20-7=13$．$\therefore$故选C．

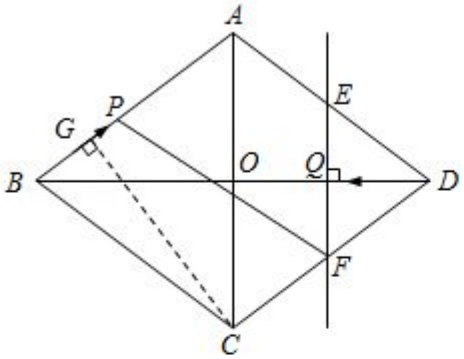
9.【答案】C

【解析】由垂径定理知$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，又由圆周角定理知$\angle BOD=2\angle BAC=60^\circ$，

Rt$\triangle OED$中$OD=2OE$，即$r=2(r-2)$，解得$r=4$．故选C．

10.【答案】D

【解析】如图，过点C作$CG\perp AB$于点G，



$\because S_{菱形ABCD}=AB\cdot CG=AC\cdot BD$，

即 $10\cdot CG=\frac{1}{2}\times 12\times 16$，

$\therefore CG=\frac{48}{5}$.

$\therefore S_{梯形APFD}=\frac{1}{2}(AP+DF)\cdot CG$

$=\frac{1}{2}(10-t+\frac{5}{4}t)\cdot\frac{48}{5}=\frac{6}{5}t+48$.

$\because \triangle DFQ\backsim\triangle DCO$，

$\therefore \frac{QD}{OD}=\frac{QF}{OC}$.

即 $\frac{t}{8}=\frac{QF}{6}$，

$\therefore QF=\frac{3}{4}t$.

同理， $EQ=\frac{3}{4}t$.

$\therefore EF=QF+EQ=\frac{3}{2}t$.

$\therefore S_{\triangle EFD}=\frac{1}{2}EF\cdot QD=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}t\times t=\frac{3}{4}t^2$.

$\therefore y=(\frac{6}{5}t+48)-\frac{3}{4}t^2=-\frac{3}{4}t^2+\frac{6}{5}t+48$.

由解析式知图像为 D.

故选 D.

二、填空题

11.【答案】 $a(a-2b)^2$

【解析】 $a^3-4a^2b+4ab^2=a(a^2-4ab+4b^2)=a(a-2b)^2$． 故答案为 $a(a-2b)^2$.

12.【答案】乙

【解析】 $\overline{x_{甲}}=\frac{9.3+7.9+4+7.1+6}{5}=6.86$，

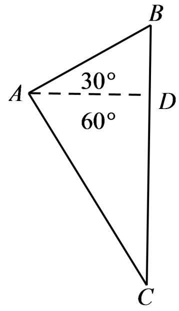
$S_{甲}{}^2=\frac{(9.3-6.86)^2+(7.9-6.86)^2+(4-6.86)^2+(7.1-6.86)^2+(6-6.86)^2}{5}=3.5132$

$\overline{x_{乙}}=\frac{6.1+6.8+7.2+8+6.2}{5}=6.86$，

$S_{乙}{}^2=\dfrac{(6.1-6.86)^2+(6.8-6.86)^2+(7.2-6.86)^2+(8-6.86)^2+(6.2-6.86)^2}{5}=0.4864$.

$S_{甲}>S_{乙}$，故乙成绩稳定．故答案为乙．

13.【答案】$160\sqrt{3}$



【解析】由图知 $DC=\sqrt{3}AD=120\sqrt{3}$， $BD=\dfrac{120}{\sqrt{3}}=40\sqrt{3}$，故 $BC=BD+DC=160\sqrt{3}$．

故答案为$160\sqrt{3}$．

14.【答案】 $y=-\dfrac{1}{x}$

【解析】 $y=-\dfrac{1}{x}$ （答案不唯一）．故答案为 $y=-\dfrac{1}{x}$ ．

15.【答案】 $y=2x+11$

【解析】 $y=2x+11$．故答案为 $y=2x+11$．

16.【答案】 6 或 $2\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{3}$

【解析】如图 1：

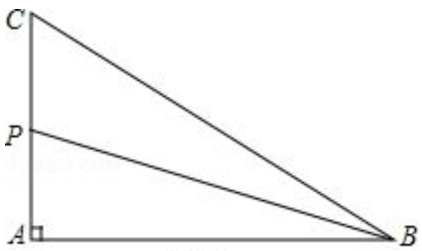


图1

当 $\angle C=60°$时， $\angle ABC=30°$，与 $\angle ABP=30°$ 矛盾；

如图 2：

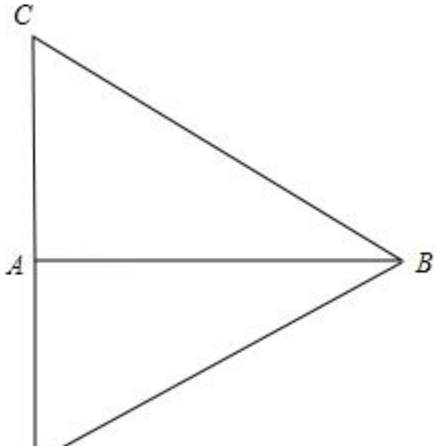


图2

当 $\angle C=60°$时， $\angle ABC=30°$，

∵ $\angle ABP=30°$，

∴ $\angle CBP=60°$，

∴ $\triangle PBC$ 是等边三角形，

$\therefore CP = BC = 6$；

如图 3：

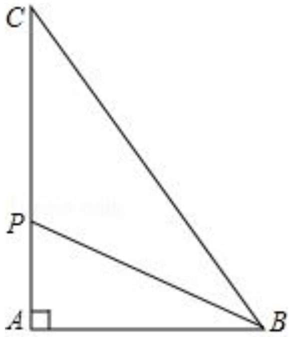


图3

当 $\angle ABC = 60°$ 时，$\angle C = 30°$，

$\because \angle ABP = 30°$，

$\therefore \angle PBC = 60° - 30° = 30°$，

$\therefore PC = PB$，

$\because BC = 6$，

$\therefore AB = 3$，

$\therefore PC = PB = \dfrac{3}{\cos 30°} = \dfrac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$；

如图 4：

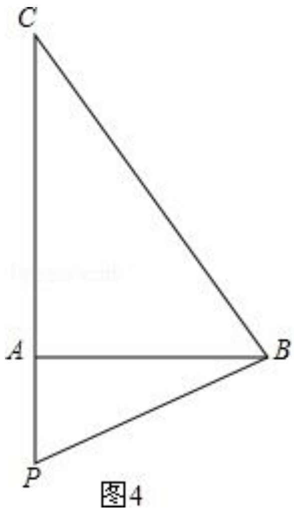


图4

当 $\angle ABC = 60°$ 时，$\angle C = 30°$，

$\because \angle ABP = 30°$，

$\therefore \angle PBC = 60° + 30° = 90°$，

$\therefore PC = BC \div \cos 30° = 4\sqrt{3}$．

故答案为：6 或 $2\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{3}$．