# 2015北京石景山中考一模数学

**一、选择题（本题共30分，每小题3分）**

**下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．**

1．$-3$的绝对值是（　　）．

A．3　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$-\frac{1}{3}$　　　　D．$-3$

2．2015年1－3月，全国网上商品零售额6310亿元，将6310用科学记数法表示应为（　　）．

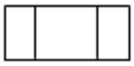
A．$6.310\times10^{3}$　　　　B．$63.10\times10^{2}$　　　　C．$0.6310\times10^{4}$　　　　D．$6.310\times10^{4}$

3．若一个正多边形的每一个外角都是40°，则这个多边形的边数为（　　）．

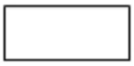
A．7　　　　B．8　　　　C．9　　　　D．10

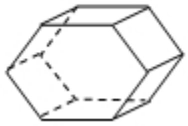
4．如图所示的几何体的俯视图是（　　）．

A．

B．

C．

D．



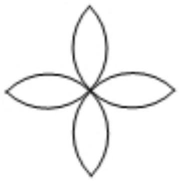
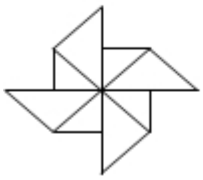
5．某班25名女生在一次“1分钟仰卧起坐”测试中，成绩如下表：

| 成绩（次） | 43 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 51 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 2 | 3 | 5 | 7 | 4 | 2 | 2 |

则这25名女生测试成绩的众数和中位数分别是（　　）．

A．47，46　　　　B．47，47　　　　C．45，48　　　　D．51，47

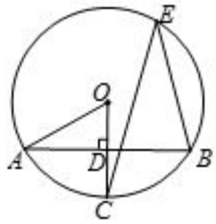
6．下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）．

A．　B．　C．　D．

7．某超市货架上摆放着外观、颜色、样式、规格完全相同的盒装酸奶，其生产日期有三盒是“20150410”，五盒是“20150412”，两盒是“20150413”．若从中随机抽取一盒，恰好抽到生产日期为“20150413”的概率是（　　）．

A．$\frac{1}{10}$　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．$\frac{2}{5}$　　　　D．$\frac{1}{5}$

8．如图，$A$，$B$，$E$ 为⊙$O$ 上的点，⊙$O$ 的半径 $OC \perp AB$ 于点 $D$，若 $\angle CEB = 30°$，$OD = 1$，则 $AB$ 的长为（　　）.



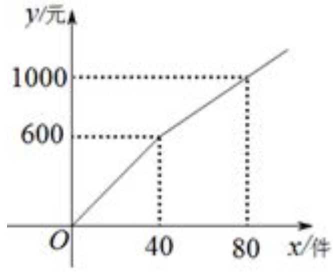

A．$\sqrt{3}$

B．4

C．$2\sqrt{3}$

D．6

9．某商户以每件8元的价格购进若干件“四季如春植绒窗花”到市场去销售，销售金额 $y$（元）与销售量 $x$（件）的函数关系的图象如图所示，则降价后每件商品销售的价格为（　　）.



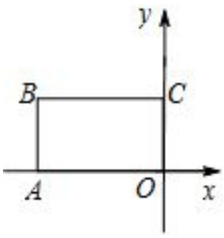

A．5元

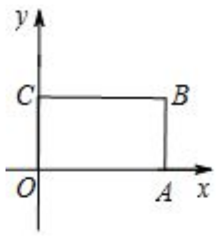
B．10元

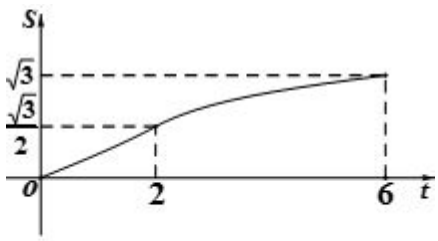
C．12.5元

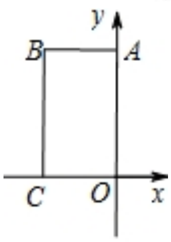
D．15元

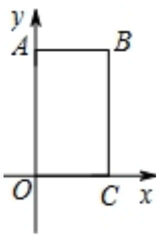
10．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，四边形 $OABC$ 是矩形，且 $A$，$C$ 在坐标轴上，满足 $OA = \sqrt{3}$，$OC = 1$．将矩形 $OABC$ 绕原点 $O$ 以每秒 $15°$ 的速度逆时针旋转．设运动时间为 $t$ 秒（$0 \leqslant t \leqslant 6$），旋转过程中矩形在第二象限内的面积为 $S$，表示 $S$ 与 $t$ 的函数关系的图象大致如右图所示，则矩形 $OABC$ 的初始位置是（　　）.

A．


B．


C．


D．

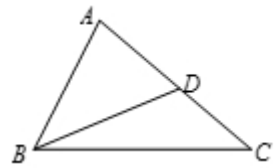

**二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）**

11．分解因式：$x^3 - 9x =$__________.

12．二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义的条件是__________.

13．已知点 $A(4, 6)$ 与 $B(3, n)$ 都在反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}$（$k \neq 0$）的图象上，则 $n =$__________.

14. 如图，$\triangle ABC$ 中，$D$ 是边 $AC$ 上一点，连接 $BD$ . 要使 $\triangle ABC \backsim \triangle ACB$，需要补充的一个条件为__________.

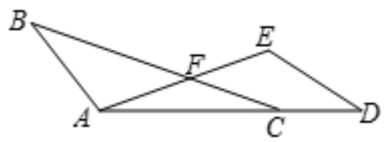



15．2014 年 5 月 1 日起，北京市居民用水实施阶梯水价．按年度用水量计算，将居民家庭全年用水量划分为三档，水价分档递增，水量分档和水价标准如下：第一阶梯用水量不超过 180 立方米，水价为每立方米 5 元；第二阶梯用水量在 180（不含）— 260（含）立方米之间，超出 180 立方米的部分的水价为每立方米 7 元；第三阶梯用水量为 260 立方米以上，超出 260 立方米的部分的水价为每立方米 9 元．若某居民家庭全年用水量为 240 立方米，则应缴纳的水费为__________元．

16．小涵设计了一个走棋游戏：在平面直角坐标系 $xOy$ 中，棋子从点 $(0,0)$ 出发，第 1 步向上走 1 个单位，第 2 步向上走 2 个单位，第 3 步向右走 1 个单位，第 4 步向上走 1 个单位，第 5 步向上走 2 个单位，第 6 步向右走 1 个单位，第 7 步向上走 1 个单位……依此规律走棋．当走完第 8 步时，棋子所处位置的坐标为__________；当走完第 100 步时，棋子所处位置的坐标为__________.

**三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）**

17．如图，点 $A$，$C$，$D$ 在同一条直线上，$BC$ 与 $AE$ 交于点 $F$，$AE = AC$，$AD = BC$，$FA = FC$．
求证：$\angle B = \angle D$．




18．计算：$(\pi - 1)^0 - \sqrt{27} + 2\cos 30° + (\frac{1}{2})^{-1}$．

19．解不等式组：$\begin{cases} x + 1 \geqslant \dfrac{x}{2} \\ 2x + 6 > 3x + 2 \end{cases}$．

20．已知 $x^2-6x-1=0$，求代数式 $(x+2)^2-2x(x-1)$ 的值．

21．已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2-2x+3-m=0$ 有两个实数根．

（1）求 $m$ 的取值范围；

（2）若 $m$ 为符合条件的最小整数，求此方程的根．

22．列方程或方程组解应用题：

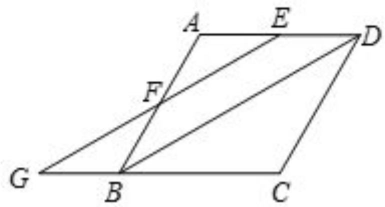
小辰和小丁从学校出发，到离学校2千米的“首钢篮球馆”看篮球比赛．小丁步行16分钟后，小辰骑自行车出发，结果两人同时到达．已知小辰的速度是小丁速度的3倍，求两人的速度．

**四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）**

23．如图，菱形 $ABCD$ 中，点 $E$，$F$ 分别为 $AD$，$AB$ 上的点，且 $AE=AF$，连接 $EF$ 并延长，交 $CB$ 的延长线于点 $G$，连接 $BD$．

（1）求证：四边形 $EGBD$ 是平行四边形；

（2）连接 $AG$，若 $\angle FGB=30°$，$GB=AE=1$，求 $AG$ 的长．

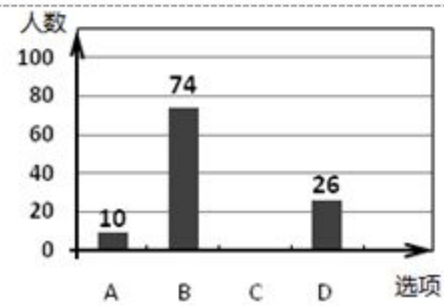


24．为了解大学生参加公益活动的情况，几位同学设计了调查问卷，对几所大学的学生进行了随机调查．问卷如下：

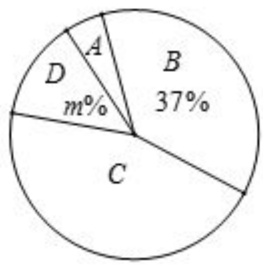
2014－2015 学年度第一学期你参加过几次公益活动?
A．没有参加过公益活动
B．参加过一次公益活动
C．参加过二次至四次公益活动
D．参加过五次或五次以上公益活动

以下是根据调查结果的相关数据绘制的统计图的一部分．

2014－2015 学年度第一学期
大学生参加公益活动统计图




2014－2015 学年度第一学期
大学生参加公益活动分布统计图




请回答以下问题：

（1）此次调查对象共__________人，扇形统计图中 $m$ 的值为__________；

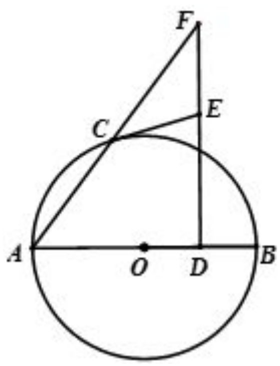
（2）请补全条形统计图并在图上标出数据；

（3）据统计，该市某大学有学生 $15000$ 人，请根据上述调查结果估计这所大学 $2014-2015$ 学年度第一学期参加过至少两次公益活动的大约有__________人．

25．如图，$AB$ 是⊙ $O$ 的直径，$C$ 是⊙ $O$ 上一点，$D$ 是 $OB$ 中点，过点 $D$ 作 $AB$ 的垂线交 $AC$ 的延长线于点 $F$．过点 $C$ 作⊙ $O$ 的切线交 $FD$ 于点 $E$．

（1）求证：$CE=EF$；

（2）如果 $\sin F=\dfrac{3}{5}$，$EF=\dfrac{5}{2}$，求 $AB$ 的长．



26．**阅读下面材料：**

小红遇到这样一个问题：如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90^\circ$，$\angle D=60^\circ$，$AB=4\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{3}$，求 $AD$ 的长．

小红发现，延长 $AB$ 与 $DC$ 相交于点 $E$，通过构造 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）．

请回答：$AD$ 的长为__________．

参考小红思考问题的方法，解决问题：

如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$\tan A=\dfrac{1}{2}$，$\angle B=\angle C=135^\circ$，$AB=9$，$CD=3$，求 $BC$ 和 $AD$ 的长．

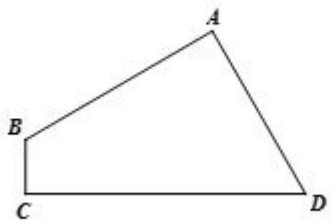


图 1

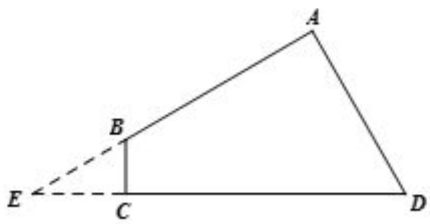


图 2

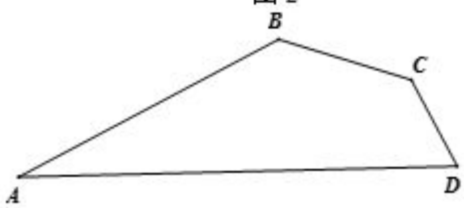


图 3

**五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）**

27．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，抛物线 $y=mx^2-2mx-3$（$m\neq 0$）与 $x$ 轴交于 $A(3,0)$，$B$ 两点．

（1）求抛物线的表达式及点 $B$ 的坐标；

（2）当 $-2<x<3$ 时的函数图象记为 $G$，求此时函数 $y$ 的取值范围；

（3）在（2）的条件下，将图象 $G$ 在 $x$ 轴上方的部分沿 $x$ 轴翻折，图象 $G$ 的其余部分保持不变，得到一个新图象 $M$．若经过点 $C(4,2)$ 的直线 $y=kx+b$（$k\neq 0$）与图象 $M$ 在第三象限内有两个公共点，结合图象求 $b$ 的取值范围．

28．在△$ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$．

（1）如图 1，直线 $l$ 是 $BC$ 的垂直平分线，请在图 1 中画出点 $A$ 关于直线 $l$ 的对称点 $A'$，连接 $A'C$，$A'B$，$A'C$ 与 $AB$ 交于点 $E$；

（2）将图 1 中的直线 $A'B$ 沿着 $EC$ 方向平移，与直线 $EC$ 交于点 $D$，与直线 $BC$ 交于点 $F$，过点 $F$ 作直线 $AB$ 的垂线，垂足为点 $H$．

①如图 2，若点 $D$ 在线段 $EC$ 上，请猜想线段 $FH$，$DF$，$AC$ 之间的数量关系，并证明；

②若点 $D$ 在线段 $EC$ 的延长线上，直接写出线段 $FH$，$DF$，$AC$ 之间的数量关系．

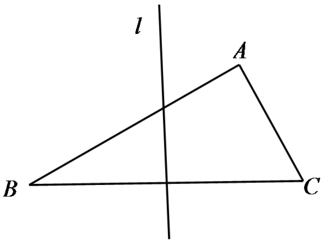


图1

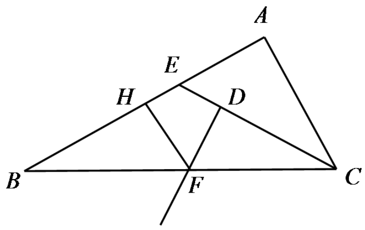
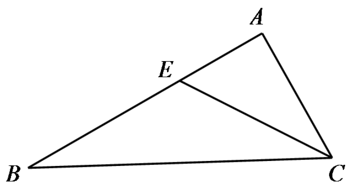


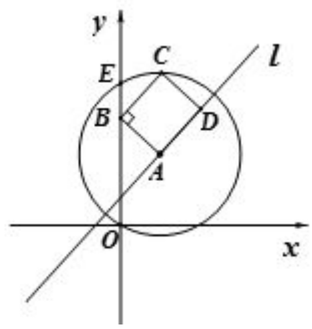
图2



备用图

29．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A$ 在直线 $l$ 上，以 $A$ 为圆心，$OA$ 为半径的圆与 轴的另一个交点为 $E$．给出如下定义：若线段 $OE$，⊙$A$ 和直线 $l$ 上分别存在点 $B$，点 $C$ 和点 $D$，使得四边形 $ABCD$ 是矩形（点 $A$，$B$，$C$，$D$ 顺时针排列），则称矩形 $ABCD$ 为直线 $l$ 的"理想矩形"．

例如，下图中的矩形 $ABCD$ 为直线 $l$ 的"理想矩形"．




（1）若点 $A(-1,2)$，四边形 $ABCD$ 为直线 $x=-1$ 的"理想矩形"，则点 $D$ 的坐标为__________；

（2）若点 $A(3,4)$，求直线 $y=kx+1$（$k\neq 0$）的"理想矩形"的面积；

（3）若点 $A(1,-3)$，直线 $l$ 的"理想矩形"面积的最大值为__________，此时点 $D$ 的坐标为__________．

## 2015北京石景山中考一模数学试卷答案

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

| 题 号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答 案 | A | A | C | B | B | C | D | C | B | D |

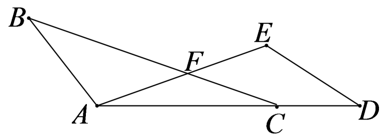
二、填空题（本题共18分，每小题3分）

| 题号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | $x(x+3)(x-3)$ | $x\leqslant\frac{1}{2}$ | 8 | $\angle ABD=\angle C$ | 1320 | $(2,9)$；$(33,100)$ |

三、解答题（本题共30分，每小题5分）

17．证明：$\because FA=FC$，

$\therefore \angle FAC=\angle FCA$．




在$\triangle ABC$和$\triangle EDA$中，

$$\begin{cases}BC=DA\\ \angle ACB=\angle EAD\\ AC=EA\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle EDA$．

$\therefore \angle B=\angle D$．

18．解：$(\pi-1)^0-\sqrt{27}+2\cos30^\circ+(\frac{1}{2})^{-1}$

$=1-3\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2$

$=3-2\sqrt{3}$．

19．解：解不等式$x+1\geqslant\frac{x}{2}$，得

$x\geqslant-2$．

解不等式$2x+6>3x+2$，得

$x<4$．

$\therefore$不等式组的解集为$-2\leqslant x<4$．

20．解：原式$=x^2+4x+4-2x^2+2x$

$=-x^2+6x+4$．

$\because x^2-6x-1=0$，

$\therefore x^2-6x=1$．

$\therefore$原式$=-(x^2-6x)+4$

$=-1+4$

$=3$．

21．解：（1）由题意：$\Delta \geqslant 0$，

即：$4-4(3-m) \geqslant 0$．

解得 $m \geqslant 2$．

（2）当 $m=2$ 时，原方程为 $x^2-2x+1=0$，

解得 $x_1=x_2=1$．

22．解：设小丁的速度是 $x$ 千米/小时，则小辰的速度是 $3x$ 千米/小时．

根据题意，得 $\frac{2}{x}-\frac{2}{3x}=\frac{16}{60}$．

解得 $x=5$．

经检验，$x=5$ 是所列方程的解，且符合题意．所以 $3x=15$．

答：小丁的速度是 5 千米/小时，小辰的速度是 15 千米/小时．

**四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）**

23．（1）证明：连接 $AC$ (图略)

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AC$ 平分 $\angle DAB$，且 $AC \perp BD$．

∵ $AF=AE$，

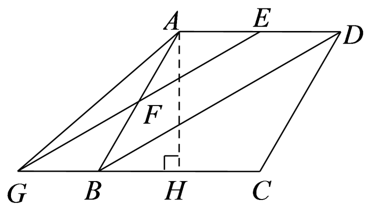
∴ $AC \perp EF$，

∴ $EG /\!/ BD$．

又∵菱形 $ABCD$ 中，$ED /\!/ BG$，

∴四边形 $EGBD$ 是平行四边形．

（2）解：过点 $A$ 作 $AH \perp BC$ 于 $H$．




∵ $\angle FGB=30^\circ$，

∴ $\angle DBC=30^\circ$，

∴ $\angle ABH=2\angle DBC=60^\circ$．

∵ $GB=AE=1$，

可求 $AB=AD=2$．

在 Rt△$ABH$ 中，$\angle AHB=90^\circ$

∴ $AH=\sqrt{3}$，$BH=1$．

∴ $GH=2$．

在 Rt△$AGH$ 中，

勾股定理得，$AH=\sqrt{7}$．

24．解：（1）200；13．

（2）（图略）90．

（3）$15000 \times \frac{200-84}{200}=8700$．

25．（1）证明：连结 $OC$．

∵ $CE$ 为切线，

∴ $OC \perp CE$．

$\therefore \angle 2+\angle 3=90°$ ．

$\because$ $FD\perp AB$，

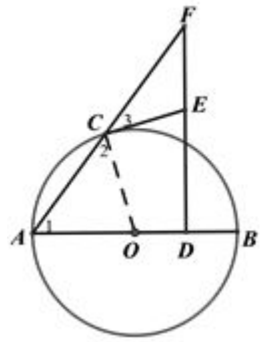
$\therefore \angle F+\angle 1=90°$ ．

又$\because$ $OC=OA$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$．

$\therefore \angle 3=\angle F$．

$\therefore CE=EF$．





（2）$\because$ $FD\perp AB$， $\sin F=\dfrac{3}{5}$，

设 $AD=3k$， $AF=5k$， 可得 $FD=4k$．

$\because$ $D$ 为 $OB$ 中点，

$\therefore DB=k$．

连结 $CB$ 交 $FD$ 于点 $G$．

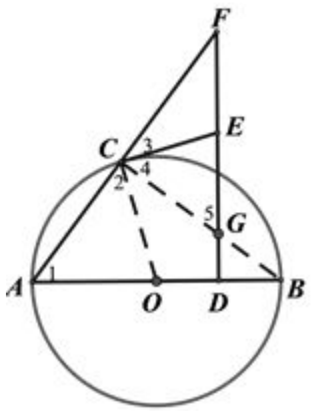
$\because$ $AB$ 为⊙ $O$ 直径，

$\therefore \angle ACB=\angle FCB=90°$ ．

$\therefore \angle F=\angle B$．

$\because$ $DB=k$，

$\therefore GD=\dfrac{3}{4}k$， 可得 $FG=\dfrac{13}{4}k.$





$\because$ $\angle FCB=90°$ ，

$\therefore \angle 5+\angle F=\angle 3+\angle 4$．

$\because$ $\angle F=\angle 3$，

$\therefore \angle 4=\angle 5$．

$\therefore CE=EF=EG$．

$\because$ $EF=\dfrac{5}{2}$，

$\therefore FG=5$．

$\therefore \dfrac{13K}{4}=5$， $k=\dfrac{20}{13}$．

$\therefore AB=\dfrac{80}{13}$．

26．解： $AD$ 的长为 $6$．

解决问题：

如图，延长 $AB$ 与 $DC$ 相交于点 $E$．

$\because$ $\angle ABC=\angle BCD=135°$，

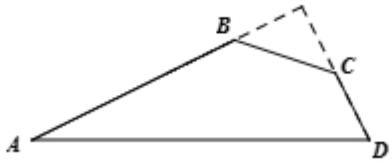
$\therefore \angle EBC=\angle ECB=45°$．

$\therefore BE=CE$， $\angle E=90°$．

设 $BE=CE=x$， 则 $BC=\sqrt{2}x$， $AE=9+x$， $DE=3+x$．

在 Rt△$ADE$ 中， $\angle E=90°$，

$\because$ $\tan A=\dfrac{1}{2}$，



$\therefore \dfrac{DE}{AE}=\dfrac{1}{2}$.

即 $\dfrac{3+x}{9+x}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore x=3$.

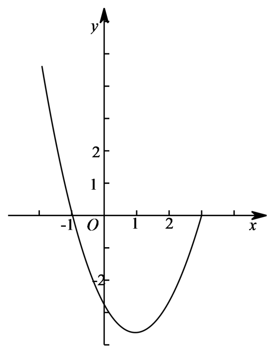
经检验 $x=3$ 是所列方程的解，且符合题意.

$\therefore BC=3\sqrt{2}$， $AE=12$， $DE=6$.

$\therefore AD=6\sqrt{5}$.

**五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）**

27．解：（1）将 $A(3,0)$ 代入，得 $m=1$.




$\therefore$抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$.

$B$ 点的坐标 $(-1,0)$.

（2） $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$.

$\because$当 $-2<x<1$ 时， $y$ 随 $x$ 增大而减小；

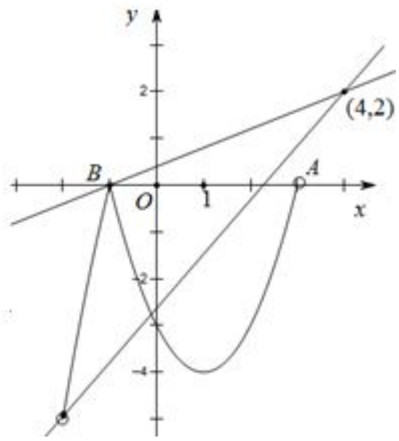
当 $1\leqslant x<3$ 时， $y$ 随 $x$ 增大而增大，

$\therefore$当 $x=1$， $y_{\min}=-4$；

当 $x=-2$， $y=5$.

$\therefore y$ 的取值范围是 $-4\leqslant y<5$.

（3）当直线 $y=kx+b$ 经过 $B(-1,0)$ 和点 $(4,2)$ 时，




解析式为 $y=\dfrac{2}{5}x+\dfrac{2}{5}$.

当直线 $y=kx+b$ 经过 $(-2,-5)$ 和点 $(4,2)$ 时，

解析式为 $y=\dfrac{7}{6}x-\dfrac{8}{3}$.

结合图象可得，

$b$ 的取值范围是 $-\dfrac{8}{3}<b<\dfrac{2}{5}$.

28．解：（1）正确画出图形.

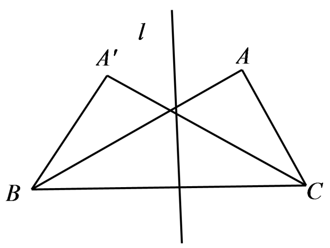



图1

（2）① $DF+FH=CA$.

证明：过点 $F$ 作 $FG\perp CA$ 于点 $G$.

$\because FH\perp BA$ 于点 $H$， $\angle A=90^\circ$， $FG\perp CA$，

∴四边形 $HFGA$ 为矩形.

∴ $FH = AG$， $FG \parallel AB$ .

∴ $\angle GFC = \angle EBC$ .

由（1）和平移可知，

$\angle ECB = \angle EBC = \angle GFC$ ,

$\angle FDC = \angle A = 90^\circ$ .

∴ $\angle FDC = \angle FGC = 90^\circ$ .

∵ $CF = FC$ ,

∴ $\triangle FGC \cong \triangle CDF$ .

∴ $CG = FD$ .

∴ $DF + FH = GC + AG$ .

即 $DF + FH = AC$ .

② $FH - DF = CA$ .

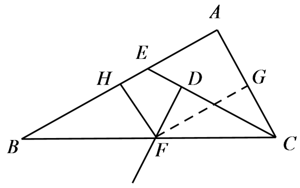



图2

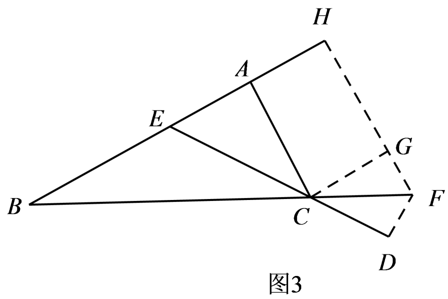



图3

29．解：（1） $D(-1, 0)$ .

（2）连结 $AO$， $AC$ ,

过点 $A$ 作 $AF \perp y$ 轴于点 $F$ .

则 $AC = AO = 5$， $AF = 3$ .

∵ $EF = 3$ ,

∴ $\angle 1 = 45^\circ$ .

∴ $AE = 3\sqrt{2}$ .

∴在 Rt$\triangle AEB$ 中，由勾股定理

$AB = 3\sqrt{2}$ .

∴在 Rt$\triangle ABC$ 中，由勾股定理

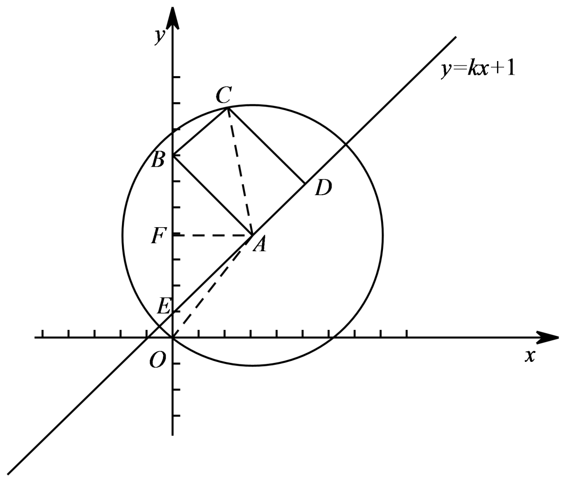
得， $BC = \sqrt{7}$ .

∴所求“理想矩形” $ABCD$ 面积为

$AB \times BC = 3\sqrt{14}$ .

（3）“理想矩形”面积的最大值是 5.

$D(-1, -2)$ 或 $(3, -2)$ .



家长训练营

# 2015 北京石景山初三一模数学试卷部分解析

## 一．选择题

1.【答案】A

【解析】$-3$ 的绝对值是 $3$．故选 A．

2.【答案】A

【解析】$6310$ 用科学记数法表示应为 $6.310\times10^{3}$．故选 A．

3.【答案】C

【解析】正多边形边数 $=\dfrac{360^\circ}{4}=9$．故选 C．

4.【答案】B

【解析】由俯视图概念知 B 选项正确．故选 B．

5.【答案】B

【解析】由表知 $47$ 出现次数最多，故众数为 $47$．中位数为第 $13$ 个数据，由表知第 $13$ 个数据为 $47$，故中位数是 $47$．故选 B．

6.【答案】C

【解析】由轴对称和中心对称概念知只有 C 选项满足既是轴对称又是中心对称图形．故选 C．

7.【答案】D

【解析】由概率公式知恰好抽到生产日期为“$20150413$”的概率是 $\dfrac{2}{3+5+2}=\dfrac{1}{5}$．故选 D．

8.【答案】C

【解析】由垂径定理知 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$， $AD=BD$，

又由圆周角定理知 $\angle AOC=2\angle CEB=60^\circ$．

∴ Rt$\triangle AOD$ 中， $AD=\sqrt{3}OD=\sqrt{3}$．

∴ $AB=2AD=2\sqrt{3}$．

故选 C．

9.【答案】B

【解析】降价后每件商品销售的价格为 $\dfrac{1000-600}{80-40}=10$．故选 B．

10.【答案】D

【解析】由函数图像知 $2$ 秒时函数图像发生变化，对应旋转 $2$ 秒时恰好一个顶点在 $y$ 轴上，由此知 D 选项符合要求．故选 D．

## 二、填空题

11．【答案】$x(x-3)(x+3)$

【解析】$x^3-9x=x(x^2-9)=x(x-3)(x+3)$．故答案为$x(x-3)(x+3)$．

12．【答案】$x\leqslant\frac{1}{2}$

【解析】二次根式$\sqrt{1-2x}$有意义的条件是$1-2x\geqslant0$，解得$x\leqslant\frac{1}{2}$．故答案为$x\leqslant\frac{1}{2}$．

13．【答案】8

【解析】由题知$k=4\times6=24$，$\therefore n=\frac{24}{3}=8$．故答案为$8$．

14．【答案】$\angle ABD=\angle C$

【解析】由相似的判定定理知答案不唯一，如$\angle ABD=\angle C$等．故答案为$\angle ABD=\angle C$．

15．【答案】1320

【解析】应缴纳的水费为$5\times180+7\times(240-180)=1320$．故答案为$1320$．

16．【答案】$(2,9)$；或$(33,100)$

【解析】规律为两步向上，一步向右，向上第一步走$1$个单位，向上第$2$步走$2$个单位，向右一次走$1$个单位．三步为一个循环，一个循环向上走$3$步，向右走$1$步．

故当走完第$8$步时，棋子所处位置的坐标为$(2,9)$．

当走完第$100$步时，棋子所处位置的坐标为$(33,100)$．

故答案为：$(2,9)$；或$(33,100)$．