2015年北京市延庆区中考数学一模试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1．2015年清明小长假延庆县的旅游收入约为1900万，将1900用科学记数法表示应为（　　）．

A．19×10^2　　B．1.9×10^3　　C．1.9×10^4　　D．0.19×10^4

2．$\dfrac{2}{3}$的倒数是（　　）．

A．$-\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$-\dfrac{3}{2}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

3．在一个不透明的口袋中装有5个完全相同的小球，把它们分别标号为1，2，3，4，5，从中随机摸出一个小球，其标号是奇数的概率为（　　）．

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

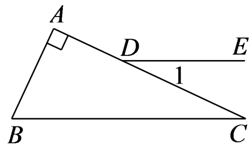
4．如图，$\triangle ABC$中，$\angle A=90°$，点D在AC边上，$DE\parallel BC$，若$\angle 1=35°$，则$\angle B$的度数为（　　）．

A．$25°$

B．$35°$

C．$55°$

D．$65°$



5．关于x的方程$x^2+2x+m^2=0$有两个相等的实数根，那么m的值为（　　）．

A．±2　　B．±1　　C．1　　D．2

6．在下列交通标志中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）．

A．　　B．　　C．　　D．

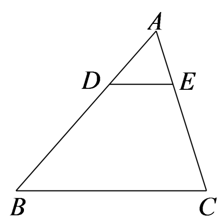
7．若把代数式x^2-2x+3化为$(x-m)^2+k$的形式，其中m，k为常数，结果为（　　）．

A．$(x+1)^2+4$　　B．$(x-1)^2+2$　　C．$(x-1)^2+4$　　D．$(x+1)^2+2$

8．如图，在$\triangle ABC$中，点D、E分别在AB、AC边上，$DE\parallel BC$，若$AD=1$，$BD=2$，则$\dfrac{DE}{BC}$的值为（　　）．

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$

C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{9}$

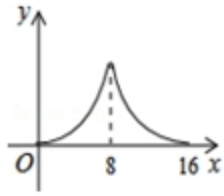


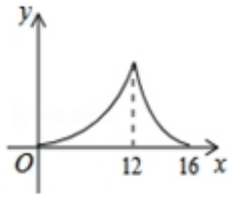
9．某校学生参加体育测试，某小组10名同学的完成引体向上的个数如下表，这10名同学引体向上个数的众数与中位数依次是（　　）.

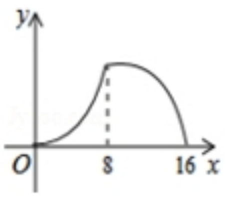
完成引体向上的个数	10	9	8	7
人数	1	1	3	5

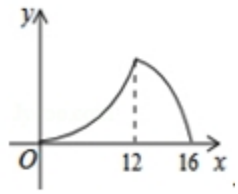
A．7和7.5　　B．7和8　　C．7.5和9　　D．8和9

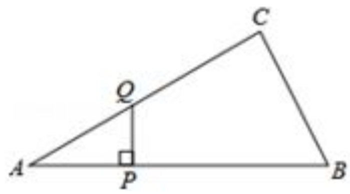
10．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，$AB=16$．点 P 是斜边 AB 上一点．过点 P 作 $PQ\perp AB$，垂足为 P，交边 AC（或边 CB）于点 Q，设 $AP=x$，$\triangle APQ$ 的面积为 y，则 y 与 x 之间的函数图象大致是（　　）.

A．

B．

C．

D．

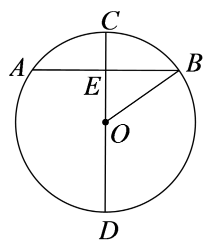


二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11．分解因式：$x^2y-4y=$__________.

12．若分式 $\dfrac{x-1}{x}$ 的值为0，则 x 的值等于__________.

13．如图，$\odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E，且 $CE=2$，$DE=8$，则 AB 的长为__________.



14．请写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点 $(0,-2)$ 的抛物线的表达式__________.

15．学习勾股定理相关内容后，张老师请同学们交流这样的一个问题：“已知直角三角形的两条边长分别为 3，4，请你求出第三边．”张华同学通过计算得到第三边是 5，你认为张华的答案是否正确：________，你的理由是____．

16．将正方体骰子（相对面上的点数分别为1和6、2和5、3和4）放置于水平桌面上，如图1．在图2中，将骰子向右翻滚90°，然后在桌面上按逆时针方向旋转90°，则完成一次变换．若骰子的初始位置为图1所示的状态，那么按上述规则连续完成3次变换后，骰子朝上一面的点数是__________；连续完成2015次变换后，骰子朝上一面的点数是__________．

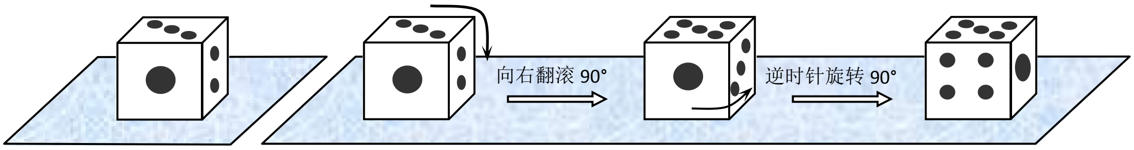
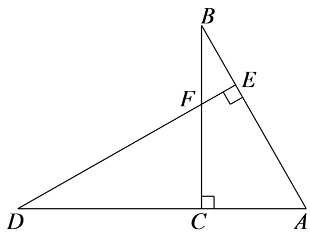


图 1　　　　　　　　　　图 2

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，延长 AC 到 D，使得 $CD = CB$，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E，交 BC 于 F．求证：$AB = DF$．



18．计算：$(3-\pi)^0 - 4\cos 45° + (\frac{1}{2})^{-1} + \left|-2\sqrt{2}\right|$．

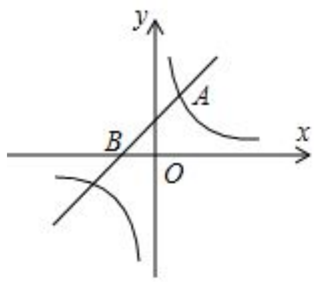
19．解不等式组：$\begin{cases} 3x > x-2 \\ \dfrac{x+1}{3} > 2x \end{cases}$.

20．已知 $x^2+4x-1=0$，求代数式 $(x+2)^2-(x+2)(x-2)+x^2$ 的值．

21．如图，一次函数 $y=x+1$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k 为常数，且 $k \neq 0$）的图象都经过点 $A(m,2)$.

（1）求点 A 的坐标及反比例函数的表达式；

（2）设一次函数 $y=x+1$ 的图象与 x 轴交于点 B，若点 P 是 x 轴上一点，且满足 $\triangle ABP$ 的面积是 2，直接写出点 P 的坐标．



22．列方程或方程组解应用题：

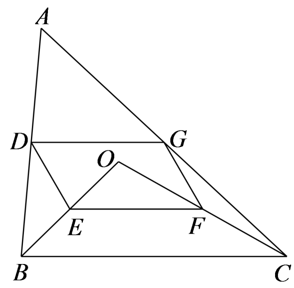
八年级的学生去距学校10千米的科技馆参观，一部分学生骑自行车先走，过了20分钟，其余的学生乘汽车出发，结果他们同时到达，已知汽车的速度是骑自行车学生速度的2倍，求骑车学生每小时走多少千米？

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23．如图，点O是$\triangle ABC$内一点，连结OB、OC，并将AB、OB、OC、AC的中点D、E、F、G依次连结，得到四边形$DEFG$．

（1）求证：四边形$DEFG$是平行四边形；

（2）如果$\angle OBC=45°$，$\angle OCB=30°$，$OC=4$，求EF的长．



24．某区对市民开展了有关雾霾的调查问卷，调查内容是“你认为哪种措施治理雾霾最有效”，有以下四个选项：A．使用清洁能源 B．汽车限行 C．绿化造林 D．拆除燃煤小锅炉

调查过程随机抽取了部分市民进行调查，并将调查结果绘制了两幅不完整的统计图，请回答下列问题：

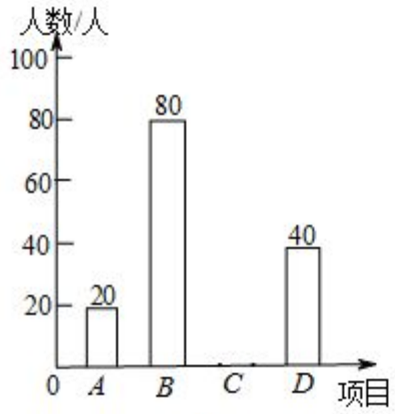


图1

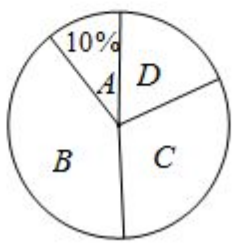


图2

（1）这次被调查的市民共有__________人．

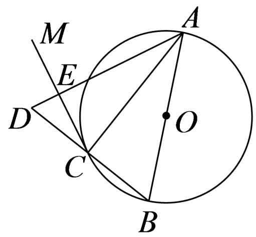
（2）请你将统计图1补充完整．

（3）已知该区人口为200000人，请根据调查结果估计该市认同汽车限行的人数．

25．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，过点 C 作⊙O 的切线 CM．

（1）求证：$\angle ACM=\angle ABC$；

（2）延长 BC 到 D，使 $CD=BC$，连接 AD 与 CM 交于点 E，若⊙O 的半径为 2，$ED=1$，求 AC 的长．



26．阅读下面资料：

问题情境：

（1）如图1，等边△ABC，$\angle CAB$ 和 $\angle CBA$ 的平分线交于点 O，将顶角为 $120°$ 的等腰三角形纸片（纸片足够大）的顶点与点 O 重合，已知 $OA=2$，则图中重叠部分△OAB 的面积是__________．

探究：

（2）在（1）的条件下，将纸片绕 O 点旋转至如图2所示位置，纸片两边分别与 AB，AC 交于点 E，F，求图2中重叠部分的面积．

（3）如图3，若 $\angle ABC=\alpha$（$0°<\alpha<90°$），点 O 在 $\angle ABC$ 的角平分线上，且 $BO=2$，以 O 为顶点的等腰三角形纸片（纸片足够大）与 $\angle ABC$ 的两边 AB，AC 分别交于点 E、F，$\angle EOF=180°-\alpha$，直接写出重叠部分的面积．（用含 α 的式子表示）

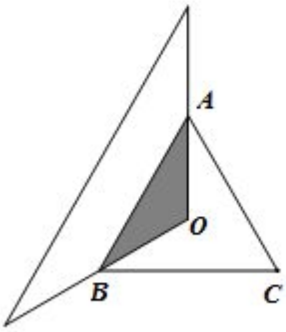


图 1

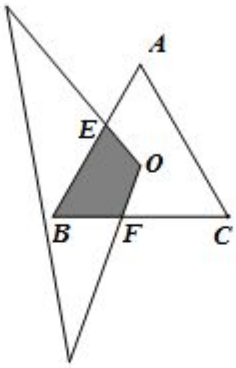


图 2

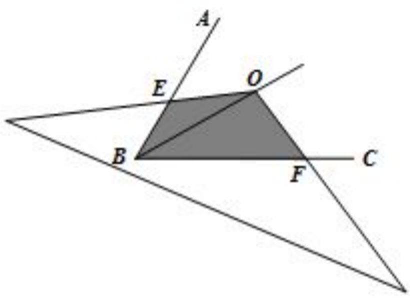


图 3

五、解答题（本题共 22 分，第 27 题 7 分、28 题各 7 分，29 题 8 分）

27．二次函数 $y=-x^2+mx+n$ 的图象经过点 $A(-1,4)$，$B(1,0)$，$y=-\dfrac{1}{2}x+b$ 经过点 B，且与二次函数 $y=-x^2+mx+n$ 交于点 D．过点 D 作 $DC\perp x$ 轴，垂足为点 C．

（1）求二次函数的表达式；

（2）点 N 是二次函数图象上一点（点 N 在 BD 上方），过 N 作 $NP\perp x$ 轴，垂足为点 P，交 BD 于点 M，求 MN 的最大值．

28．已知，点 P 是△ABC 边 AB 上一动点（不与 A，B 重合）分别过点 A，B 向直线 CP 作垂线，垂足分别为 E，F，Q 为边 AB 的中点．

（1）如图1，当点 P 与点 Q 重合时，AE 与 BF 的位置关系是__________，QE 与 QF 的数量关系是__________；

（2）如图2，当点 P 在线段 AB 上不与点 Q 重合时，试判断 QE 与 QF 的数量关系，并给予证明；

（3）如图3，当点 P 在线段 BA 的延长线上时，此时（2）中的结论是否成立？请画出图形并给予证明．

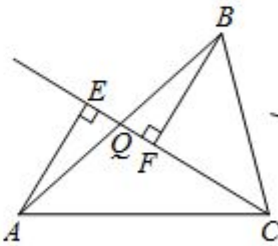


图 1

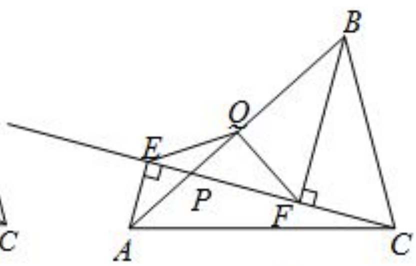


图 2

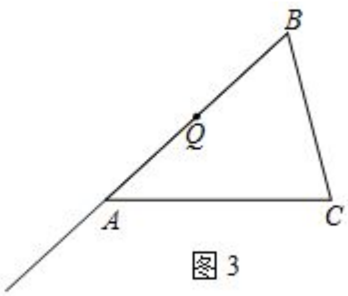


图 3

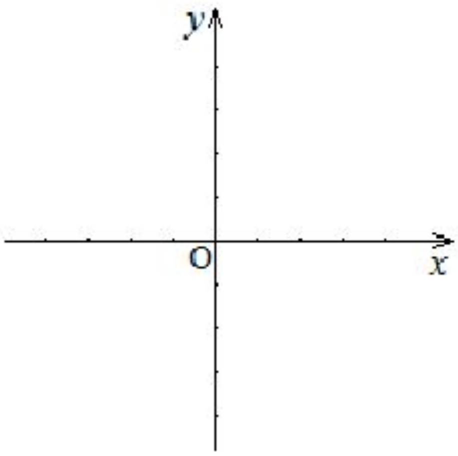
29. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和线段 AB，给出如下定义：在线段 AB 外有一点 P，如果在线段 AB 上存在两点 C、D，使得 $\angle CPD = 90°$，那么就把点 P 叫做线段 AB 的悬垂点.

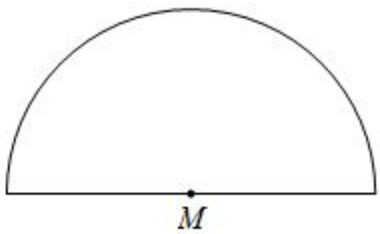
（1）已知点 $A(2, 0)$，$O(0, 0)$.

①若 $C(1, \frac{1}{2})$，$D(1, 1)$，$E(1, 2)$，在点 C，D，E 中，线段 AO 的悬垂点是______；

②如果点 $P(m, n)$ 在直线 $y = x - 1$ 上，且是线段 AO 的悬垂点，求 m 的取值范围；

（2）如图是帽形 M（半圆与一条直径组成，点 M 是半圆的圆心），且圆 M 的半径是1，若帽形内部的所有点是某一条线段的悬垂点，求此线段长的取值范围.





2015年北京市延庆区中考数学一模试卷答案

一、选择题（共8个小题，每小题4分，共32分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	C	C	B	C	B	B	A	D

二、填空题（共4个小题，每题4分，共16分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	$(x+2)(x-2)y$	1	8	$y=x^2+x-2$	不正确；若4为直角边，第三边为5；若4为斜边，第三边为$\sqrt{7}$	3，6

三、解答题（本题共30分，每小题5分）

17．证明：∵ $DE\perp AB$，

∴ $\angle DEA=90°$．

∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\angle DEA=\angle ACB$，

∴ $\angle D=\angle B$．

在$\triangle DCF$和$\triangle ACB$中，

$$\begin{cases}\angle DCB=\angle ACB\\ DC=BC\\ \angle B=\angle D\end{cases},$$

∴ $\triangle DCF\cong\triangle ACB$．

∴ $AB=DF$．

18．解：$(3-\pi)^0-4\cos45°+(\frac{1}{2})^{-1}+\left|-2\sqrt{2}\right|$

$=1-2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}$

$=3$．

19．解：由$3x>x-2$得：$x>-1$，

由$\frac{x+1}{3}>2x$得：$x<\frac{1}{5}$，

∴ $-1<x<\frac{1}{5}$．

20．解：$(x+2)^2-(x+2)(x-2)+x^2=x^2+4x+4-x^2+4+x^2=x^2+4x+8$．

∵ $x^2+4x-1=0$，

∴ $x^2+4x=1$，

∴原式$=9$．

21．解：（1）∵点 $A(m,2)$ 在一次函数 $y=x+1$ 的图象上，

∴ $m=1$.

∴点 A 的坐标为 $(1,2)$.

∵点 A 的反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上，

∴ $k=2$.

∴反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{2}{x}$.

（2）点 P 的坐标为 $(1,0)$ 或 $(-3,0)$.

22．解：骑车学生每小时走 x 千米，乘车学生每小时走 $2x$ 千米．

由题意得：$\dfrac{10}{x}-\dfrac{10}{2x}=\dfrac{1}{3}$ ，

解方程得：$60-30=2x$ ，

∴ $x=15$ ，

经检验：$x=15$ 是所列方程的解，且符合实际意义．

答：骑车学生每小时走15千米．

23．证明：（1）∵ D 、G 分别是 AB 、AC 的中点，

∴ $DG /\!/ BC$ ，$DG=\dfrac{1}{2}BC$.

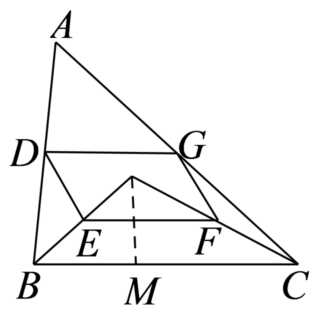
∵ E 、F 分别是 OB 、OC 的中点，

∴ $EF /\!/ BC$ ，$EF=\dfrac{1}{2}BC$ ，

∴ $DG=EF$ ，$DG /\!/ EF$ ，

∴四边形 $DEFG$ 是平行四边形．

（2）过点 O 作 $OM\perp BC$ 于 M ，



Rt△OCM 中，$\angle OCM=30°$ ，$OC=4$ ，

∴ $OM=\dfrac{1}{2}OC=2$ ，

∴ $CM=2\sqrt{3}$.

Rt△OBM 中，$\angle BMO=\angle OMB=45°$ ，

∴ $BM=OM=2$ ，

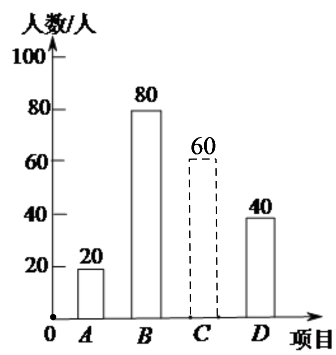
∴ $BC=2+2\sqrt{3}$ ，

∴ $EF=1+\sqrt{3}$.

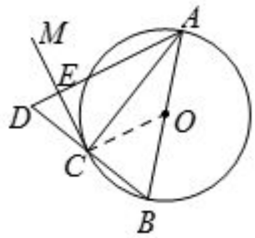
24．解：（1）200；

（2）如图所示；

（3）$80\div 200\times 200000=80000$.



25．（1）证明：连接 OC．



∵ AB 为⊙ O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$．

∴ $\angle ABC+\angle BAC=90°$．

∵ CM 是⊙ O 的切线，

∴ $OC\perp CM$．

∴ $\angle ACM+\angle ACO=90°$．

∵ $CO=AO$，

∴ $\angle BAC=\angle ACO$．

∴ $\angle ACM=\angle ABC$．

（2）解：∵ $BC=CD$， $OB=OA$，

∴ $OC\parallel AD$．

又∵ $OC\perp CE$，

∴ $CE\perp AD$．

∵ $\angle ACD=\angle ACB=90°$，

∴ $\angle AEC=\angle ACD$．

∴ $\triangle ADC\backsim\triangle ACE$．

∴ $\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AC}{AE}$．

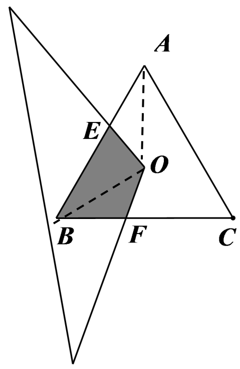
而⊙ O 的半径为 2，

∴ $AD=4$．

∴ $\dfrac{4}{AC}=\dfrac{AC}{3}$．

∴ $AC=2$．

26．解：（1）$\sqrt{3}$



（2）连接 AO、BO，如图，

由题意可得：$\angle EOF=\angle AOB$，则 $\angle EOA=\angle FOB$．

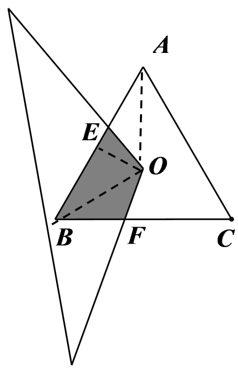
在 $\triangle EOA$ 和 $\triangle FOB$ 中，

$$\begin{cases}\angle EAO=\angle FBO\\ OA=OB\\ \angle EOA=\angle FOB\end{cases},$$

∴ $\triangle EOA\cong\triangle FOB$．

∴ $S_{\text{四边形}AEOF}=S_{\triangle OAB}$．

过点 O 作 $ON\perp AB$，垂足为 N，如图，



∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形，

∴ $\angle CAB=\angle CBA=60°$．

∵ $\angle CAB$ 和 $\angle CBA$ 的平分线交于点 O，

∴ $\angle OAB=\angle OBA=30°$．

∴ $OB=OA=2$．

∵ $ON\perp AB$，

∴ $AN=NB$， $ON=1$．

∴ $AN=\sqrt{3}$，

∴ $AB=2AN=2\sqrt{3}$．

∴ $S_{\triangle OAB}=AB\cdot ON=\sqrt{3}$．

$S_{四边形AEOF}=\sqrt{3}$．

（3） $S=4\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}$．

27．解：（1）∵二次函数 $y=-x^2+mx+n$ 的图象经过点 $A(-1,4)$， $B(1,0)$，

∴ $\begin{cases}4=-1-m+n\\0=-1+m+n\end{cases}$，

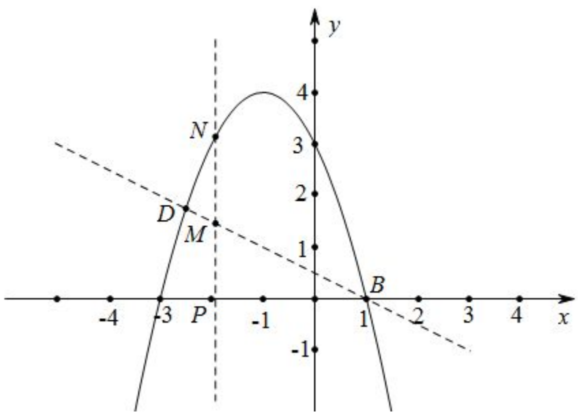
∴ $m=-2$， $n=3$，

∴二次函数的表达式为 $y=-x^2-2x+3$．

（2） $y=-\dfrac{1}{2}x+b$ 经过点 B，

∴ $b=\dfrac{1}{2}$，

画出图形如图所示．



设 $M(m,-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{1}{2})$，则 $N(m,-m^2-2m+3)$，

∴ $MN=-m^2-2m+3-(-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{1}{2})$，

∴ $MN=-m^2-\dfrac{3}{2}m+\dfrac{5}{2}$，

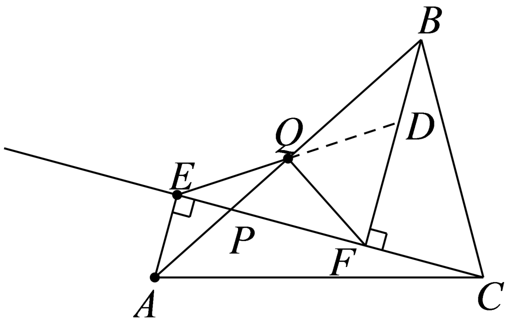
∴ $MN=-(m+\dfrac{3}{4})^2+\dfrac{49}{16}$，

∴ MN 的最大值为 $\dfrac{49}{16}$．

28．解：（1） $AE\parallel BF$， $QE=QF$，

（2） $QE=QF$．

证明：如图，延长 EQ 交 BF 于 D，



∵ $AE\parallel BF$，

∴ $\angle AEQ=\angle BDQ$，

在 $\triangle BDQ$ 和 $\triangle AEQ$ 中，

$\begin{cases}\angle AEQ=\angle BDQ\\\angle AQE=\angle BQD\\AQ=BQ\end{cases}$，

∴ $\triangle BDQ\cong\triangle AEQ$ （ ASA ），

∴ $QE=QD$，

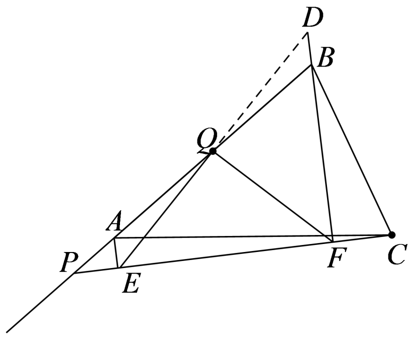
∵ $BF\perp CP$，

∴ FQ 是 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 斜边上的中线，

$\therefore QE = QF = QD$，即 $QE = QF$．

（3）答：（2）中的结论仍然成立，

证明：如图，延长 EQ、FB 交于 D，



$\because AE \parallel BF$，

$\therefore \angle AEQ = \angle D$，

在 $\triangle AQE$ 和 $\triangle BQD$ 中，

$$\begin{cases} \angle AEQ = \angle BDQ \\ \angle AQE = \angle BQD \\ AQ = BQ \end{cases},$$

$\therefore \triangle AQE \cong \triangle BQD$（AAS），

$\therefore QE = QD$，

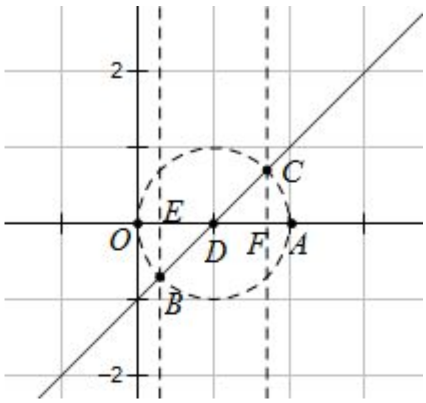
$\because BF \perp CP$，

$\therefore FQ$ 是 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 斜边 DE 上的中线，

$\therefore QE = QF$．

29．解：（1）①线段 AO 的悬垂点是 C，D；

（2）以点 D 为圆心，以1为半径做圆，



设 $y = x - 1$ 与⊙ D 交于点 B，C

与 x 轴，y 轴的交点坐标为 $(1, 0)$，$(0, -1)$，

$\therefore \angle ODB = 45°$，

$\therefore DE = BE$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle DBE$ 中，由勾股定理得：$DE = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \leqslant m \leqslant 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $m \neq 1$．

（3）设这条线段的长为 a．

①当 $a < 2$ 时，如图1，凡是⊙ D 外的点不满足条件；

②当 $a = 2$ 时，如图2，所有的点均满足条件；

③当 $a > 2$ 时，如图3，所有的点均满足条件．

综上所述：$a \geqslant 2$．

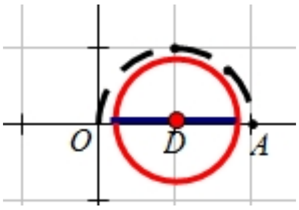


图 1

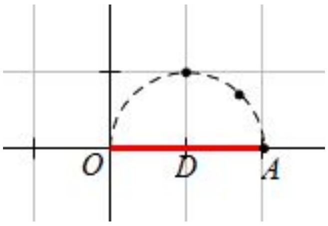


图 2

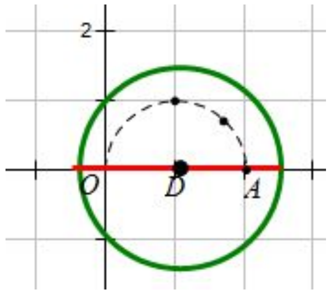


图 3

2015年北京延庆中考一模数学试卷部分解析

一、选择题

1.【答案】B

【解析】1900用科学记数法表示应为1.9×10^3.

故选B.

2.【答案】D

【解析】$\frac{2}{3}$的倒数是$\frac{3}{2}$.

故选D.

3.【答案】C

【解析】不透明的口袋中装有5个完全相同的小球，其中标号为奇数的有3个，故从中随机摸出一个小球，其标号是奇数的概率为$\frac{3}{5}$.

故选C.

4.【答案】C

【解析】$\because DE /\!/ BC$，$\angle1=35^\circ$，$\therefore \angle C=\angle1=35^\circ$，

$\triangle ABC$中，$\angle A=90^\circ$，$\angle B+\angle C=90^\circ$，$\therefore \angle B=55^\circ$.

故选C.

5.【答案】B

【解析】关于x的方程$x^2+2x+m^2=0$有两个相等的实数根，$\Delta=2^2-4m^2=4-4m^2=0$，解得$m=\pm1$.

故选B.

6.【答案】C

【解析】A选项是轴对称图形，不是中心对称图形；B、D选项是既不是中心对称图形，也不是轴对称图形；只有C选项既是轴对称图形又是中心对称图形.

故选C.

7.【答案】B

【解析】代数式$x^2-2x+3=(x-1)^2+2$.

故选B.

8.【答案】B

【解析】在$\triangle ABC$中，$\because DE\parallel BC$， $AD=1$，$BD=2$，$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$.

故选 B.

9.【答案】A

【解析】依题可知，这组数据的众数是7，中位数也是$\frac{7+8}{2}=7.5$.

故选 A.

10.【答案】D

【解析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，$AB=16$，$BC=8$，$AC=8\sqrt{3}$.

当Q运动到C点时，此时$AQ=8\sqrt{3}$，$PQ=4\sqrt{3}$，$AP=12$.

当$0<x\leqslant 12$时，$AP=x$，$PQ=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，$y=S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AP\cdot PQ=\frac{\sqrt{3}}{6}x^2$.

当$12<x<16$时，$AP=x$，$BP=16-x$，$PQ=\sqrt{3}(16-x)$，$y=S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AP\cdot PQ=\frac{\sqrt{3}}{2}x(16-x)$.

故选 D.

二、填空题

11.【答案】$(x+2)(x-2)y$

【解析】分解因式$x^2y-4y=y(x+2)(x-2)$.

答案为$(x+2)(x-2)y$.

12.【答案】1

【解析】分式$\frac{x-1}{x}$的值为0，即分母为0，$x-1=0$，$x=1$.

故答案为1.

13.【答案】8

【解析】$\because CE=2$，$DE=8$，$\therefore CD=10$，$OC=5$，$OE=3$.
$\because \odot O$的直径CD垂直弦AB于点E，$\therefore$由垂径定理可知，$AE=BE=4$，$AB=8$.
故答案为8.

14.【答案】$y=x^2+x-2$（答案不唯一）

【解析】一个开口向上$a>0$，与y轴交于点$(0,-2)$，$c=-2$，b可取任意数，这样抛物线的表达式可以

是 $y=x^2+x-2$，答案不唯一.

故答案为 $y=x^2+x-2$，答案不唯一.

15.【答案】不正确；若 4 为直角边，第三边为 5；若 4 为斜边，第三边为 $\sqrt{7}$

【解析】不正确；由勾股定理可知，若 4 为直角边，第三边为 5；若 4 为斜边，第三边为 $\sqrt{7}$.

故答案为不正确；若 4 为直角边，第三边为 5；若 4 为斜边，第三边为 $\sqrt{7}$.

16.【答案】3， 6

【解析】依题可知：

完成一次变换后， 5 在上面， 2 在下面， 4 在前面， 3 在后面，1在右面， 6 在左面；

完成二次变换后， 6 在上面，1在下面， 2 在前面， 5 在后面， 4 在右面， 3 在左面；

完成三次变换后， 3 在上面， 4 在下面，1在前面， 6 在后面， 2 在右面， 5 在左面；

完成四次变换后， 5 在上面， 2 在下面， 4 在前面， 3 在后面，1在右面， 6 在左面；

3 次变换一循环， $\frac{2015}{3}=671\cdots\cdots2$ ，

连续完成 3 次变换后，骰子朝上一面的点数是 3 ，

连续完成 2015 次变换后，骰子朝上一面的点数是 6 .

故答案为 3， 6 .