



## 2014年北京八中初二（上）期中数学试卷

### 一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）.

A.  $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2$

B.  $x^2y - xy^2 - 1 = xy(x-y) - 1$

C.  $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$

D.  $ax + ay + a = a(x + y)$

2. 计算  $-3^{-2}$  的结果是（ ）.

A.  $-9$

B.  $9$

C.  $\frac{1}{9}$

D.  $-\frac{1}{9}$

3. 根据下列已知条件，不能唯一确定  $\triangle ABC$  的大小和形状的是（ ）.

A.  $AB = 3, BC = 4, AC = 5$

B.  $AB = 4, BC = 3, \angle A = 30^\circ$

C.  $\angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ, AB = 4$

D.  $\angle C = 90^\circ, AB = 6, AC = 5$

4. 下列变形正确的是（ ）.

A.  $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$

B.  $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$

C.  $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$

D.  $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$

5. 若  $(x-4)(x+7)$  是二次三项式  $x^2 + ax - 28$  的因式分解结果，那么  $a$  的值为（ ）.

A.  $3$

B.  $-3$

C.  $11$

D.  $-11$

$$\frac{2-|x|}{x+2}$$

6. 若分式  $\frac{2-|x|}{x+2}$  的值为  $0$ ，则  $x$  的值是（ ）.

A.  $x = 0$

B.  $x = \pm 2$

C.  $x = -2$

D.  $x = 2$

7. 已知  $a-b=1$ ，则  $a^2-b^2-2b$  的值为（ ）.

A.  $4$

B.  $3$

C.  $1$

D.  $0$

8. 不论  $a, b$  为任何实数， $a^2 + b^2 - 6a + 10b + 35$  的值总是（ ）.

A. 非负数

B. 恒为正数

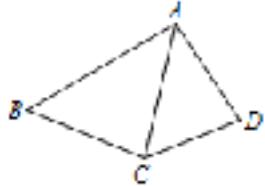
C. 恒为负数

D. 不等于  $0$

9. 如图，在四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ， $AB > AC$ ，下列结论正确的是（ ）.

A.  $AB - AD > CB - CD$

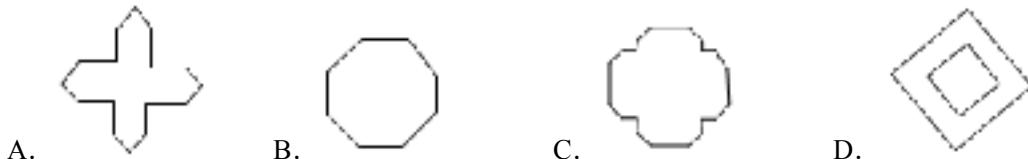
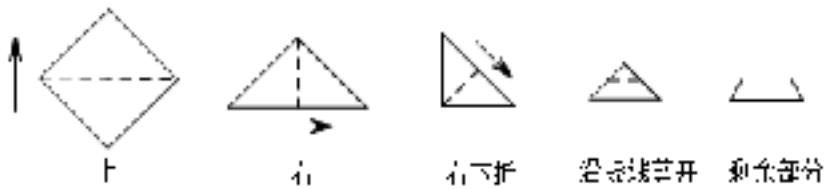
B.  $AB - AD = CB - CD$





- C.  $AB - AD < CB - CD$
- D.  $AB - AD$  与  $CB - CD$  的大小关系部确定

10. 若把一个正方形纸片按下图所示方法三次对折后再沿虚线剪开，则剩余部分展开后得到的图形是（ ）.

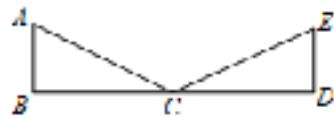


## 二、填空题（每空2分，共20分）

11. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时，分式  $\frac{1}{1-x}$  有意义.

12. 在多项式  $-12ab^3c - 8a^3b$  中应提取的公因式是\_\_\_\_\_.

13. 如图，已知  $AB \perp BD$ ， $AB \parallel ED$ ， $AB = ED$ ，要说明  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，若以“SAS”为依据，还需要添加的条件为\_\_\_\_\_；若添加条件  $AC = EC$ ，则可以用\_\_\_\_\_公理（或定理）判定全等.



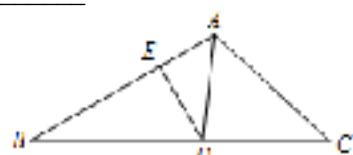
14. 当  $a$  为\_\_\_\_\_时，关于  $x$  的方程  $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$  有增根.

15. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{x-a}{x-1} = 4$  的解为非负数，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

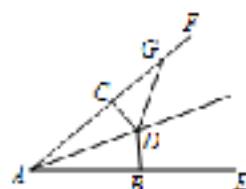
16. 已知  $\frac{x-1}{x} = 2$ ，则  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  \_\_\_\_\_， $x^4 + \frac{1}{x^4} =$  \_\_\_\_\_.

17. 已知三角形的两边分别是 5 和 7，则第三边的中线长  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

18. 如图， $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $\angle BAC$  的角平分线， $DE \perp AB$  于点  $E$ ，  
 $S_{\triangle ABC} = 7$ ， $DE = 2$ ， $AB = 4$ ，则  $AC$  长是\_\_\_\_\_.



19. 如图： $DB \perp AE$  于  $B$ ， $DC \perp AF$  于  $C$ ，且  $DB = DC$ ， $\angle BAC = 40^\circ$ ，  
 $\angle ADG = 130^\circ$ ，则  $\angle DGF =$  \_\_\_\_\_.



20. 在平面直角坐标系中，已知点  $A(1, 2)$ ， $B(5, 5)$ ， $C(5, 2)$ ，存在点  $E$ ，使



$\triangle ACE$  和  $\triangle ACB$  全等, 写出所有满足条件的  $E$  点的坐标\_\_\_\_\_.



三、将下列各式因式分解.

21.  $4x^2y - 4xy + y$

22.  $(x - 1)(x - 3) - 8$

四、计算题.

23.  $(-\frac{b}{a})^2 \cdot (\frac{b}{a^2})^2 \div (-2ab)^2$

24.  $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

五、解分式方程.

25.  $\frac{a^2 - 4a}{a^2 - 1} + 1 = \frac{2a}{a+1}$



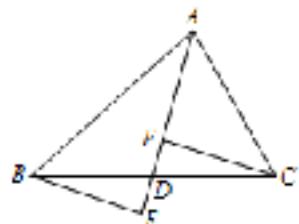
## 六、作图题.

26. 某地区要在区域  $S$  内 (即  $\angle COD$  内部) 建一个超市  $M$  , 如图所示, 按照要求, 超市  $M$  到两个新建的居民小区  $A$  ,  $B$  的距离相等, 到两条公路  $OC$  ,  $OD$  的距离也相等, 这个超市应该建在何处? (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)



## 七、解答题.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 分别过点  $B$  、  $C$  作  $AD$  及其延长线的垂线  $BE$  、  $CF$  , 垂足分别为点  $E$  、  $F$  .  
求证:  $BE = CF$  .



28. 已知  $x^2 - x - 6 = 0$  , 求  $\frac{x^2}{x^3 + x^2 + 36}$  的值.



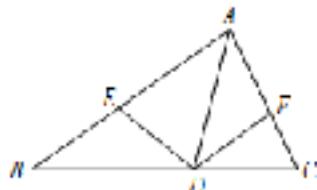
29. 某校七年级准备购买一批笔记本奖励优秀学生，在购买时发现，每本笔记本可以打九折，用360元钱购买的笔记本，打折后购买的数量比打折前多10本。

(1) 求打折前每本笔记本的售价是多少元？

(2) 由于考虑学生的需求不同，学校决定购买笔记本和笔袋共90件，笔袋每个原售价为6元，两种物品都打九折，若购买总金额不低于360元，且不超过365元，问有哪几种购买方案？

30. 如图， $\triangle ABC$  中， $AD$  是 $\angle BAC$  的平分线， $E$ 、 $F$  分别是 $AB$ 、 $AC$  上的点，连接 $DE$ 、 $DF$ ， $\angle EDF + \angle BAC = 180^\circ$ 。

求证： $DE = DF$ 。





### 八、解答题.

31. 已知：在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  的顶点  $A$ 、 $C$  分别在  $y$  轴、 $x$  轴上，且  $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ .

(1) 如图1，当  $A(0, -2)$ ， $C(1, 0)$ ，点  $B$  在第四象限时，则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 如图2，若  $BO$  平分  $\angle ABC$ ，交  $AC$  于  $D$ ，过  $A$  作  $AE \perp y$  轴，垂足为  $E$ ，则  $AE$  与  $BD$  之间的数量关系是\_\_\_\_\_；

(3) 如图3，当点  $C$  在  $x$  轴正半轴上运动，点  $A$  在  $y$  轴正半轴，点  $B$  在第四象限时，作  $BD \perp y$  轴于点  $D$ ，试判断①  $\frac{OC + BD}{OA}$  与②  $\frac{OC - BD}{OA}$  中\_\_\_\_\_是定值（只填序号），并求出这个定值.

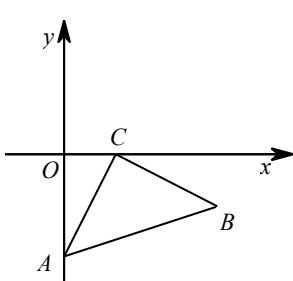


图1

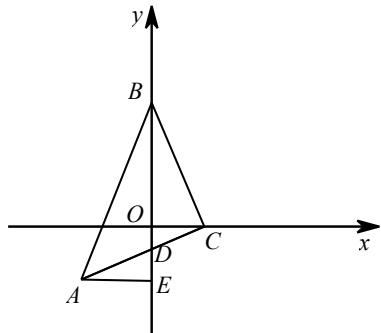


图2

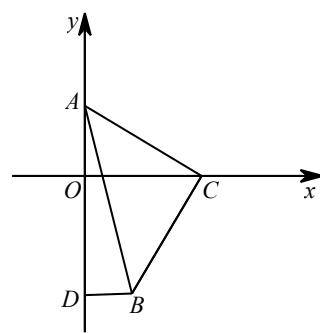


图3



## 2014年北京八中初二（上）期中数学试卷答案

### 一、选择题（每小题3分，共30分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	B	A	D	C	B	C	A

### 二、填空题（每空2分，共20分）

11.  $\neq 1$                           12.  $-4ab$   
 13.  $BC = CD$ , HL              14. 1  
 15.  $a \leq 4$  且  $a \neq 1$             16. 6, 34  
 17.  $1 < x < 6$                     18. 3  
 19.  $150^\circ$                         20.  $(1, -1)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(5, -1)$

### 三、将下列各式因式分解.

21. 解:  $4x^2y - 4xy + y$

$$\begin{aligned} &= y(4x^2 - 4x + 1) \\ &= y(2x - 1)^2 \end{aligned}$$

22. 解:  $(x - 1)(x - 3) - 8$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 4x - 5 \\ &= (x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

### 四、计算题.

23. 解:  $\left(-\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 \div (-2ab)^2$

$$\begin{aligned} &= \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{b^2}{a^4} \cdot \frac{1}{4a^2b^2} \\ &= \frac{b^2}{4a^8} \end{aligned}$$

24. 解:  $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x} \\ &= \frac{2x}{x(x+1)} - \frac{x-1}{x(x+1)} \\ &= \frac{2x-x+1}{x(x+1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x+1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x} .$$



## 五、解分式方程.

25. 解:  $\frac{a^2 - 4a}{a^2 - 1} + 1 = \frac{2a}{a + 1}$

去分母, 得  $a^2 - 4a + a^2 - 1 = 2a(a - 1)$ ,

整理, 得  $-2a = 1$ ,

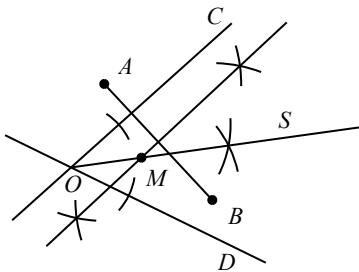
解得  $a = -\frac{1}{2}$ .

经检验,  $a = -\frac{1}{2}$  为原方程的解.

$\therefore$  原方程的解为  $a = -\frac{1}{2}$ .

## 六、作图题.

26. 解: 如图所示, 超市应建在点  $M$  处.



## 七、解答题.

27. 证明:  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,

$\therefore BD = CD$ .

$\because BE \perp AE$ ,  $CF \perp AE$ ,

$\therefore \angle E = \angle CFD = 90^\circ$ .

在  $\triangle BDE$  和  $\triangle CDF$  中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle CFD \\ \angle BDE = \angle CDF \\ BD = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF$  (AAS).

$\therefore BE = CF$ .

28. 解:  $\because x^2 - x - 6 = 0$ ,

$\therefore x^2 = x + 6$ .

$$\therefore \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 36} = \frac{x + 6}{x(x + 6) + x + 6 + 36}$$



$$= \frac{x+6}{x+6+6x+x+6+36} = \frac{x+6}{8(x+6)} = \frac{1}{8}.$$



29. 解：(1) 设打折前每本笔记本的售价是 $x$ 元.

$$\frac{360}{0.9x} - \frac{360}{x} = 10$$

由题意，得

$$\frac{360}{0.9x} - \frac{360}{x} = 10,$$

解得 $x = 4$ .

经检验， $x = 4$  为原方程的解，且符合题意.

答：打折前每本笔记本的售价是4元.

(2) 设购买笔记本 $m$ 件，则购买笔袋 $90-m$ 件.

$$\text{由题意，得 } 360 \leq 0.9 \times [4m + 6(90-m)] \leq 365,$$

$$67 \frac{2}{9} \leq m \leq 70$$

解得

$$67 \frac{2}{9} \leq m \leq 70.$$

$$\therefore m = 68 \text{ 或 } m = 69 \text{ 或 } m = 70.$$

$\therefore$  共有三种购买方案：

①购买笔记本68件，购买笔袋22件；

②购买笔记本69件，购买笔袋21件；

③购买笔记本70件，购买笔袋20件.

30. 证明：过点 $C$ 作 $DM \perp AB$ 于点 $M$ ， $DN \perp AC$ 于点 $N$ .

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore DM = DN.$$

$$\therefore \angle EDF + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle AFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD + \angle DFN = 180^\circ,$$

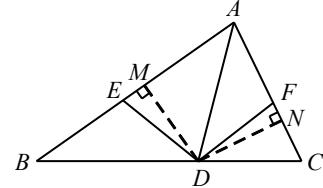
$$\therefore \angle DEM = \angle DFN.$$

在 $\triangle DEM$ 和 $\triangle DFN$ 中，

$$\begin{cases} \angle DEM = \angle DFN \\ \angle EMD = \angle FND = 90^\circ \\ DM = DN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DEM \cong \triangle DFN \text{ (AAS)}.$$

$$\therefore DE = DF.$$



## 八、解答题.

31. 解：(1) 点 $B$ 的坐标为 $(3, -1)$ .

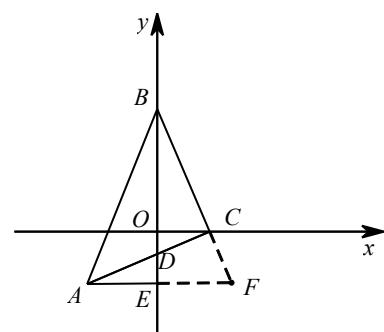
$$(2) BD = 2AE.$$

如图所示，可证 $\triangle ACF \cong \triangle BCD$ ，从而 $BD = AF = 2AE$ .

(3) ②为定值，定值为1. 理由如下：

如图所示，易证 $\triangle AOC \cong \triangle BMC$ ，

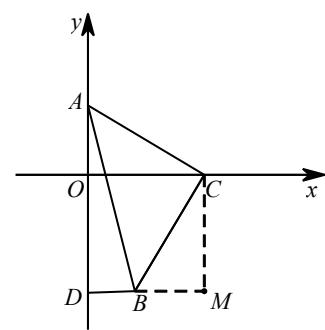
$$\therefore OA = BM,$$





$$\therefore OC = DM ,$$

$$\therefore \frac{OC - BD}{OA} = \frac{DM - BD}{OA} = \frac{BM}{OA} = 1 .$$





## 2014年北京八中初二（上）期中数学试卷部分答案解析

### 一、选择题

1. 【答案】C

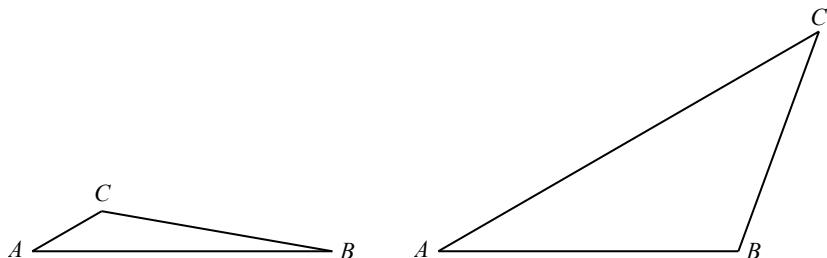
【解析】A、B 不属于因式分解，D 中应为  $ax + ay + a = a(x + y + 1)$ .

2. 【答案】D

$$-3^{-2} = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}.$$

3. 【答案】B

【解析】选项 B 中，可得到如图所示的两个三角形。



4. 【答案】B

$$\text{【解析】A 中, 等式左右不相等; C 中, } \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}; \text{ D 中, } \frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = 1.$$

5. 【答案】A

$$\text{【解析】} (x-4)(x+7) = x^2 + 3x - 28, \text{ 即 } a = 3.$$

6. 【答案】D

$$\text{【解析】由题意, 得 } 2 - |x| = 0, x + 2 \neq 0, \text{ 解得 } x = 2.$$

7. 【答案】C

$$\text{【解析】} a^2 - b^2 - 2b = (a+b)(a-b) - 2b = a + b - 2b = a - b = 1.$$

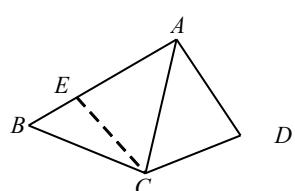
8. 【答案】B

$$\text{【解析】} a^2 + b^2 - 6a + 10b + 35 = a^2 - 6a + 9 + b^2 + 10b + 25 + 2 = (a-3)^2 + (b+5)^2 + 2 > 0.$$

9. 【答案】C

【解析】在  $AB$  上截取  $AE = AD$ .

$\because$  对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ， $\therefore \angle EAC = \angle DAC$ ，  
 $\therefore \triangle AEC \cong \triangle ADC$ .  $\therefore EC = CD$ .



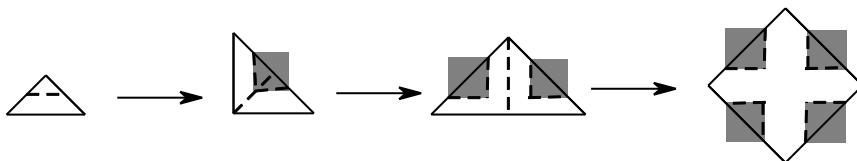


$\therefore AB - AD = AB - AE = BE < BC - CE = BC - CD$ ,

即  $AB - AD < CB - CD$ .

### 10. 【答案】A

【解析】将剪去的部分依次还原，可得 A 中的图形正确.



### 二、填空题

#### 11. 【答案】 $\neq 1$

【解析】由题意，得  $1-x \neq 0$ ，解得  $x \neq 1$ .

#### 12. 【答案】 $-4ab$

【解析】多项式  $-12ab^3c - 8a^3b$  中应提取的公因式是  $-4ab$ .

#### 13. 【答案】 $BC = DC$ , HL

【解析】以“SAS”为依据，只需找到相等角的另一对边相等，即  $BC = DC$ ；若添加条件  $AC = EC$ ，则知道两直角三角形的一组直角边和斜边对应相等，应用的为 HL 判定全等.

#### 14. 【答案】1

【解析】解方程  $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$ ，得  $x = \frac{3}{a+2}$ ， $\because$  方程有增根， $\therefore x = \frac{3}{a+2} = 1$ ， $\therefore a = 1$ .

#### 15. 【答案】 $a \leq 4$

【解析】解方程  $\frac{x-a}{x-1} = 4$ ，得  $x = \frac{4-a}{3}$ ，由题意，得  $x = \frac{4-a}{3} \geq 0$ ，解得  $a \leq 4$ .  
 $\therefore a \neq 1$ ， $\therefore a \leq 4$  且  $a \neq 1$ .

#### 16. 【答案】6, 34

【解析】 $\because \frac{x-\frac{1}{x}}{x} = 2$ ， $\therefore (x - \frac{1}{x})^2 = 4$ ， $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 4$ ， $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ ， $\therefore (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 36$ ，  
 $\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 36$ ， $x^4 + \frac{1}{x^4} = 34$ .

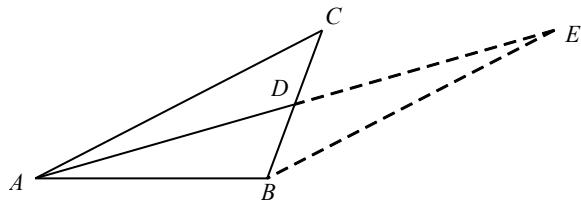
#### 17. 【答案】 $1 < x < 6$

【解析】如图所示， $AB = 5$ ， $AC = 7$ ， $AD$  为  $BC$  中线，倍长  $AD$  至点  $E$ ，连结  $BE$ .

$\therefore AD = ED$ ， $\angle ADC = \angle EDB$ ， $CD = BD$ ， $\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB$ ， $\therefore BE = AC = 7$ .



在  $\triangle ABE$  中,  $BE - AB < AE < BE + AB$ , 即  $2 < 2AD < 12$ ,  $\therefore 1 < x < 6$ .



18. 【答案】3

【解析】过点 D 作  $DF \perp AC$  于点 F.

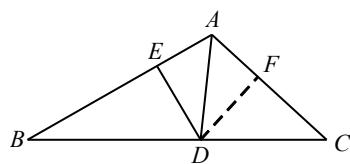
$\because AD$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $DE \perp AB$ ,

$$\therefore DF = DE = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} AC \cdot DF = 7$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times AC \times 2 = 7$$

$$\therefore AC = 3.$$



19. 【答案】 $150^\circ$

【解析】 $\because DB \perp AE$  于 B,  $DC \perp AF$  于 C, 且  $DB = DC$ ,

$\therefore AD$  为  $\angle EAF$  的角平分线,

$$\therefore \angle GAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 20^\circ$$

$$\therefore \angle DGF = \angle GAD + \angle ADG = 150^\circ.$$

20. 【答案】 $(1, -1)$ 、 $(1, 5)$ 、 $(5, -1)$

【解析】如图所示, 满足条件的 E 点的坐标为  $(1, -1)$ 、 $(1, 5)$ 、 $(5, -1)$ .

