2014年北京四中初二上期中数学试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1．剪纸艺术是我国文化宝库中的优秀遗产，在民间广泛流传，下面四幅剪纸作品中，属于轴对称图形的是（ ）．

A. 　B. 　C. 　D. 

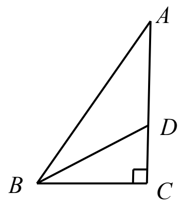
2．下列各式不能分解因式的是（ ）．

A．$2x^2-4x$　B．$x^2+x+\frac{1}{4}$　C．x^2+9y^2　D．$1-m^2$

3．点$P(-3,5)$关于y轴的对称点的坐标是（ ）．

A．$(3,5)$　B．$(3,-5)$　C．$(5,-3)$　D．$(-3,-5)$

4．如图，$\text{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle ABC$的平分线BD交AC于点D，若$CD=3\text{cm}$，则点D到AB的距离是（ ）．



A．5cm

B．4cm

C．3cm

D．2cm

5．下列各式中，正确的是（ ）．

A．$-\frac{-3x}{5y}=\frac{3x}{-5y}$　B．$-\frac{a+b}{c}=\frac{-a+b}{c}$

C．$\frac{-a-b}{c}=\frac{a-b}{-c}$　D．$-\frac{a}{b-a}=\frac{a}{a-b}$

6．下列命题是真命题的是（ ）．

A．等底等高的两个三角形全等

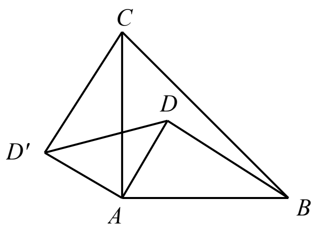
B．周长相等的直角三角形都全等

C．有两边和一角对应相等的两个三角形全等

D．有一边对应相等的两个等边三角形全等

7．如图，D是等腰$\text{Rt}\triangle ABC$内一点，BC是斜边，如果将$\triangle ABD$绕点A逆时针方向旋转到$\triangle ACD'$的位置，则$\angle ADD'$的度数（ ）．

A．$25°$



B. $30°$

C. $35°$

D. $45°$

8．在等腰$\triangle ABC$中，已知$AB=2BC$， $AB=20$，则$\triangle ABC$的周长为（ ）．

A． 40　　B． 50　　C． 40或50　　D．无法确定

9．已知三角形的两边长分别为5和7，则第三边的中线长x的范围是（ ）．

A． $2<x<12$　　B． $5<x<7$　　C． $1<x<6$　　D．无法确定

10．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中， $AC=BC$， $\angle ACB=90^{\circ}$， AD平分$\angle BAC$， $BE\perp AD$交AC的延长线于F，E为垂足，则结论：

（1） $AD=BF$；（2） $CF=CD$；（3） $AC+CD=AB$；（4） $BE=CF$；（5） $BF=2BE$，

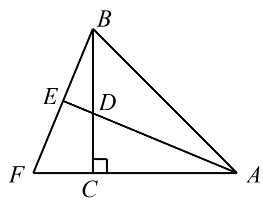
其中正确的结论个数是（ ）．

A． 1

B． 2

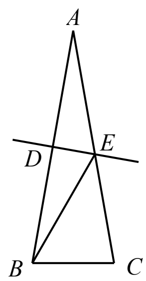
C． 3

D． 4



二、填空题（本题共20分，每小题2分）

11．若式子$\dfrac{x^2}{x-4}$有意义，则x的取值范围是__________．



12．计算$\dfrac{12}{m^2-9}+\dfrac{2}{3-m}=$__________．

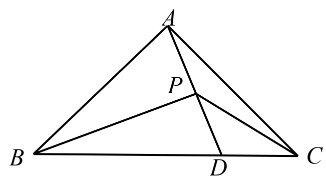
13．如图，在$\triangle ABC$中， $AB=AC$， $\angle A=20^{\circ}$，线段AB的垂直平分线交AB于D，交AC于E，连接BE，则$\angle CBE$为__________度．

14．若关于x的二次三项式x^2+kx+b的因式分解为$(x-1)(x-3)$，则$k+b$的值为__________．

15．若$a+b=7$， $ab=5$，则$a^2-ab+b^2=$__________．

16．当x取__________值时， $x^2+6x+10$有最小值，最小值是__________．

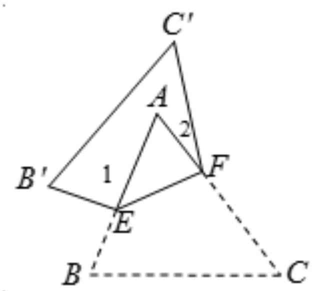
17．某农场挖一条480米的渠道，开工后，每天比原计划多挖20米，结果提前4天完成任务，若设原计划每天挖x米，则列出的方程是__________．



18．如图， $\triangle ABC$中，在BC上截取$BD=BA$，作$\angle ABC$的平分线与AD相交于点P，连结PC，若$BD=2CD$， $\triangle ABC$的面积为$2\mathrm{cm}^2$，则$\triangle DPC$的面积为__________．

19．如图，把$\triangle ABC$沿EF对折，叠合后的图形如图所示．若$\angle A=60^{\circ}$，

$\angle 1=95^{\circ}$，则$\angle 2$的度数为__________.



20．如果满足条件“$\angle ABC=30^{\circ}$，$AC=1$，$BC=k(k>0)$”的$\triangle ABC$是唯一的，那么k的取值范围是__________.

三、解答题

21．把多项式分解因式（每题4分，共8分）

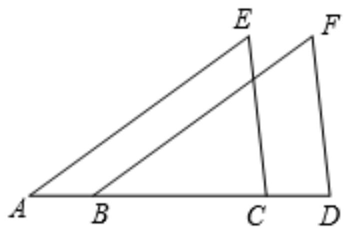
（1）$3a^3b-12ab^3$；　　（2）$(x^2-x)^2-4(x^2-x)+4$．

22．（每题4分，共8分）

（1）计算：$\dfrac{1}{a-1}\div\dfrac{a}{a^2-1}-\dfrac{a}{a-1}$．　　（2）解方程：$\dfrac{x}{2x-3}+\dfrac{5}{3-2x}=4$．

23．（本题5分）已知：如图，A、B、C、D四点在同一直线上，$AB=CD$，$AE\parallel BF$且$AE=BF$．

求证：$EC=FD$．



24．（每题4分，共8分）

（1）先化简，再求值：$\left(\dfrac{1}{m-3}+\dfrac{1}{m+3}\right)\div\dfrac{2m}{m^2-6m+9}$，其中$m=9$．

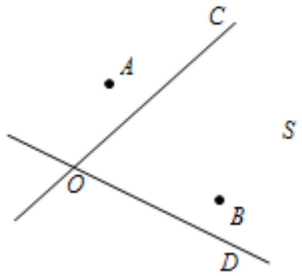
（2）已知$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=3$，求代数式$\dfrac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}$的值．

25．列分式方程解应用题：（本题5分）（温馨提示：你可借助图示、表格等形式“挖掘”等量关系）

赵老师为了响应市政府“绿色出行”的号召，上下班由自驾车方式改为骑自行车方式．已知赵老师家距学校20千米，上下班高峰时段，自驾车的速度是自行车速度的2倍，骑自行车所用时间比自驾车所用时间多$\frac{5}{9}$小时．求自驾车和自行车的速度．

四、解答题

26．（本题4分）某地区要在区域S内（即$\angle COD$内部）建一个超市M，如图所示，按照要求，超市M到两个新建的居民小区A，B的距离相等，到两条公路OC，OD的距离也相等．这个超市应该建在何处？（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）



27．（本题5分）阅读下列材料：

如图，在四边形$ABCD$中，已知$\angle ACB=\angle BAD=105^\circ$，$\angle ABC=\angle ADC=45^\circ$．

求证：$CD=AB$．

小刚是这样思考的：

由已知可得，$\angle DCA=60^\circ$，$\angle DAC=75^\circ$，$\angle CAB=30^\circ$，$\angle ACB+\angle DAC=180^\circ$，

由求证及特殊角度数可联想到构造特殊三角形．

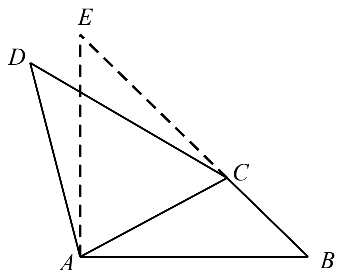
即过点A作$AE\perp AB$交BC的延长线于点E，则$AB=AE$，$\angle E=\angle D$．

$\because$在$\triangle ADC$与$\triangle CEA$中，

$$\begin{cases}\angle D=\angle E\\ \angle DAC=\angle ECA=75^\circ\\ AC=CA\end{cases}$$

$\therefore\triangle ADC\cong\triangle CEA$，

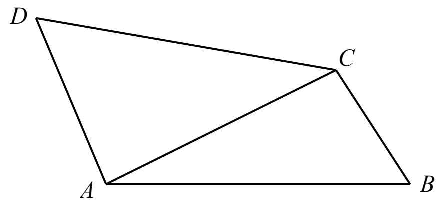
得$CD=AE=AB$．



请你参考小刚同学思考问题的方法，解决下面问题：

如图，在四边形$ABCD$中，若$\angle ACB+\angle CAD=180^\circ$，$\angle B=\angle D$，

请问：CD与AB是否相等？若相等，请你给出证明：若不相等，请说明理由．


D
C
A
B

28. （本题7分）在等边$\triangle ABC$中，D为射线BC上一点，CE是$\angle ACB$外角的平分线，$\angle ADE=60^\circ$，$EF\perp BC$于F．

（1）如图1，若点D在线段BC上．

求证：①$AD=DE$；②$BC=DC+2CF$；

（2）如图2，若点D在线段BC的延长线上，（1）中的两个结论是否仍然成立？请说明理由．

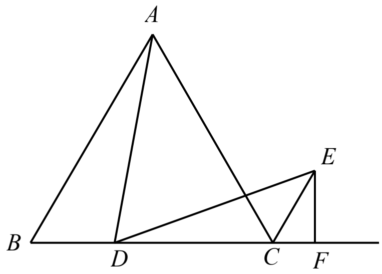


图1

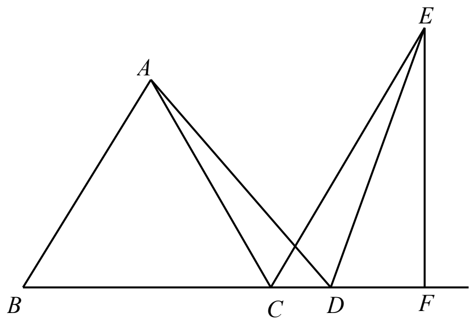
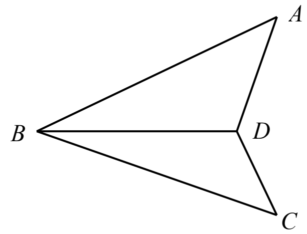


图2

附加题（满分20分）：

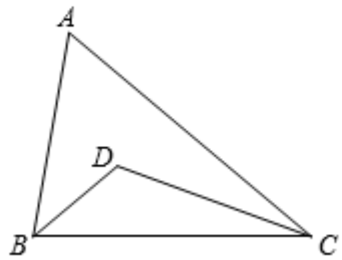
1. （本题4分）已知$a^2-3a-1=0$，求$a^6+120a^{-2}=$__________.

2. （本题4分）如图，$\angle ABC=\angle BCD=\angle DAB=45^\circ$，$BD=2$，则四边形$ABCD$的面积为__________.



3. （本题6分）已知$m^2=n+2$，$n^2=m+2$，$m\neq n$，求$m^3-2mn+n^3$的值.

4. （本题6分）已知：$\triangle ABC$中，$\angle ABC=2\angle ACB$，$\angle ABC$的平分线BD与$\angle ACB$的平分线CD相交于点D，且$CD=AB$，求证：$\angle A=60^\circ$.



2014年北京四中初二上期中数学试卷答案

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	C	D	D	D	B	C	D

二、填空题（本题共20分，每小题2分）

题号	11	12	13	14	15
答案	$x\neq 4$	$-\dfrac{2}{m+3}$	60	-1	34
题号	16	17	18	19	20
答案	-3，1	$\dfrac{480}{x}-\dfrac{480}{x+20}=4$	$\dfrac{1}{3}\text{cm}^2$	$25°$	$k=2$ 或 $0<k\leqslant 1$

三、解答题

21. （1）解：$3a^3b-12ab^3=3ab(a^2-4b^2)=3ab(a+2b)(a-2b)$.

（2）解：$(x^2-x)^2-4(x^2-x)+4=(x^2-x-2)^2=(x-2)^2(x+1)^2$.

22. （1）解：原式 $=\dfrac{1}{a-1}\cdot\dfrac{(a-1)(a+1)}{a}-\dfrac{a}{a-1}$

$=\dfrac{a+1}{a}-\dfrac{a}{a-1}$

$=\dfrac{a^2-1}{a(a-1)}-\dfrac{a^2}{a(a-1)}$

$=-\dfrac{1}{a(a-1)}$.

（2）解：去分母得，$x-5=4(2x-3)$，

整理得，$7x=7$，

解得，$x=1$.

经检验，$x=1$ 为原方程的解.

22. 证明：$\because AE\parallel BF$，

$\therefore \angle A=\angle FBD$.

$\because AB=CD$，

$\therefore AB+BC=CD+BC$，即 $AC=BD$.

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BFD$ 中，

$$\begin{cases} AE = BF \\ \angle A = \angle FBD \\ AC = BD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD$ （SAS）．

$\therefore EC = FD$．

24. （1）解：原式$=\dfrac{m+3+m-3}{(m-3)(m+3)}\cdot\dfrac{(m-3)^2}{2m}$

$=\dfrac{m+3+m-3}{(m-3)(m+3)}\cdot\dfrac{(m-3)^2}{2m}$

$=\dfrac{2m}{(m-3)(m+3)}\cdot\dfrac{(m-3)^2}{2m}$

$=\dfrac{m-3}{m+3}$.

$\because m=9$,

$\therefore$原式$=\dfrac{9-3}{9+3}=\dfrac{1}{2}$.

（2）解：$\because \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=3$,

$\therefore x-y=-3xy$,

$\dfrac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}=\dfrac{-6xy-14xy}{-3xy-2xy}=4$.

25. 解：设自行车的速度为x千米/小时，则自驾车的速度为$2x$千米/小时.

依题意得：$\dfrac{20}{x}-\dfrac{20}{2x}=\dfrac{5}{9}$,

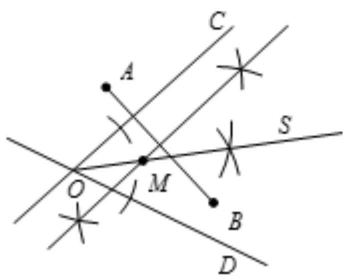
解得$x=18$.

经检验，$x=18$是原方程的解，且符合实际意义.

$2x=36$.

答：自行车的速度为18千米/小时，则自驾车的速度为36千米/小时.

26. 解：如图所示，点M即为所求.



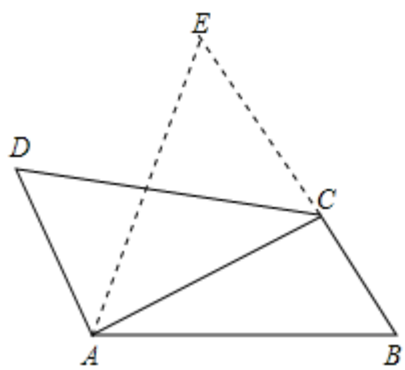
27. 解：CD与AB相等，证明如下：

作$AE=AB$交BC延长线于点E,

$\therefore \angle B=\angle E$.

$\because \angle B=\angle D$,

$\therefore \angle D=\angle E$.



$\because \angle ACB+\angle CAD=180^\circ$， $\angle ACB+\angle ECA=180^\circ$，

$\therefore \angle DAC=\angle ECA$．

在$\triangle DAC$和$\triangle ECA$中，

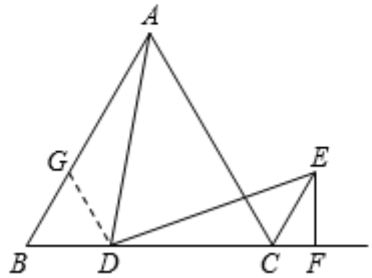
$$\begin{cases}\angle D=\angle E\\ \angle DAC=\angle ECA\\ AC=CA\end{cases},$$

$\therefore \triangle DAC\cong\triangle ECA$ （AAS），

$\therefore CD=AE$，

$\therefore CD=AB$．

28．（1）证明：①过点D作$DG\parallel AC$交AB于点G．



$\because \triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=AC$， $\angle B=\angle ACB=60^\circ$，

$\therefore \angle BDG=\angle ACB=60^\circ$，

$\therefore \angle BGD=60$，

$\therefore \triangle BDG$是等边三角形，

$\therefore BG=BD$，

$\therefore AG=DC$．

$\because CE$是$\angle ACB$外角的平分线，

$\therefore \angle DCE=120^\circ=\angle AGD$．

$\because \angle ADE=60^\circ$，

$\therefore \angle ADB+\angle EDC=120^\circ=\angle ADB+\angle DAG$，

$\therefore \angle EDC=\angle DAG$，

$\therefore \triangle AGD\cong\triangle DCE$．

$\therefore AD=DE$．

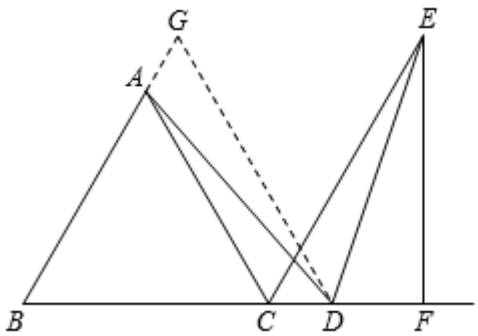
②$\because \triangle AGD\cong\triangle DCE$，

$\therefore GD=CE$，

$\therefore BD=CE$，

$\therefore BC=BD+DC=DC+2CF$．

（2）①成立；②不成立，此时$BC=2CF-CD$．



过D作$DG\parallel AC$交BA延长线于G．

同（1）可证明$\triangle AGD\cong\triangle DCE$，

$\therefore AD=DE$， $GD=CE$．

$\therefore BD=CE$，

在$\triangle CEF$中， $\angle ECF=60^\circ$， $\angle CFE=90^\circ$，

$\therefore CE=2CF$．

$\therefore BC = BD - CD = 2CF - CD$.

附加题（满分20分）：

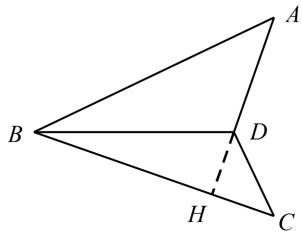
1. 【答案】1309

【解析】$\because a^2 - 3a - 1 = 0$， $\therefore a^2 = 3a + 1$， $\therefore a^4 = (3a+1)^2 = 9a^2 + 6a + 1 = 33a + 10$，

$\therefore a^8 = (33a+10)^2 = 1089a^2 + 660a + 100 = 3927a + 1189$，

$\therefore a^6 + 120a^{-2} = \dfrac{a^8 + 120}{a^2} = \dfrac{3927a + 1189 + 120}{3a+1} = \dfrac{1309(3a+1)}{3a+1} = 1309$.

2. 【答案】2



【解析】延长 AD 交 BC 于点 H.

$\because \angle ABC=\angle BCD=\angle DAB=45^\circ$,

$\therefore \angle AHB=90^\circ$,

$\therefore \triangle AHB$ 与 $\triangle CHD$ 均为等腰直角三角形.

设 $CH=m$, $BH=n$, 则 $AH=n$, $DH=m$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BHD$ 中, $BH^2+HD^2=BD^2$,

$\therefore m^2+n^2=2^2=4$,

则 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABH}+S_{\triangle CDH}=\frac{1}{2}m^2+\frac{1}{2}n^2=2$.

故答案为 2.

3. 解: $\because m^2=n+2$, $n^2=m+2$,

$\therefore m^2-n^2=n+2-m-2$,

$\therefore (m+n)(m-n)=n-m$,

$\because m\neq n$,

$\therefore m+n=-1$.

$\therefore m^3-2mn+n^3$

$=m\cdot m^2-2mn+n\cdot n^2$

$=mn+2m-2mn+mn+2n$

$=2(m+n)$

$=-2$.

4. 证明: 过点 A 作 $AE\parallel BC$ 交 BD 延长线于 E, 连接 CE.

设 AC、BE 相交于点 O, 则 $\angle 1=\angle ACB$, $\angle 2=\angle 3$.

$\because \angle ABC=2\angle ACB$,

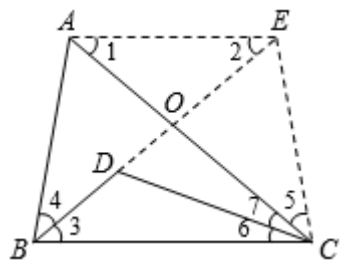
$\therefore \angle 3=\angle ACB$,

$\therefore OB=OC$, $\angle 1=\angle 2$,

$\therefore OA=OE$.

又 $\because \angle AOB=\angle EOC$,

$\therefore \triangle AOB\cong\triangle EOC$.



$\therefore \angle BAC=\angle CED$, $\angle 5=\angle 4=\angle 3$, $AB=CE$.

$\because CD=AB$,

$\therefore CD=CE$,

$\therefore \angle CED=\angle CDE=\angle 3+\angle 6$,

又 $\because \angle DCE=\angle 5+\angle 7$, $\angle 6=\angle 7$,

$\therefore \angle CED = \angle CDE = \angle DCE = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle CED = 60^\circ$.

2014年北京四中初二上期中数学试卷部分答案解析

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1. 【答案】D

【解析】观察可知，D 中的图形为轴对称图形．故选D．

2. 【答案】C

【解析】$2x^2-4x=2x(x-2)$；$x^2+x+\frac{1}{4}=(x+\frac{1}{2})^2$；$1-m^2=(1+m)(1-m)$．故选C．

3. 【答案】A

【解析】点 $P(-3,5)$ 关于 y 轴的对称点的坐标是 $(3,5)$．故选A．

4. 【答案】C

【解析】由角平分线性质定理可知，点 D 到 AB 的距离是等于 $CD=3\text{cm}$．故选C．

5. 【答案】D

【解析】$-\frac{-3x}{5y}=\frac{3x}{5y}$；$-\frac{a+b}{c}=\frac{-a-b}{c}$；$\frac{-a-b}{c}=\frac{a+b}{-c}$．故选D．

6. 【答案】D

【解析】有一边对应相等的两个等边三角形全等为真命题．故选D．

7. 【答案】D

【解析】由题意知，$\triangle ABD\cong\triangle ACD'$，$\therefore AD=AD'$，$\angle D'AC=\angle DAB$，

$\therefore \angle D'AD=\angle D'AC+\angle CAD=\angle DAB+\angle CAD=90°$，$\therefore \angle ADD'=45°$．故选D．

8. 【答案】B

【解析】若 AB 为底边，则 $BC=CA=10$，不能构成三角形，

$\therefore AB$ 为腰，$\therefore AC=20$，$BC=10$，故 $\triangle ABC$ 的周长为 50．故选B．

9. 【答案】C

【解析】倍长中线，得到一个边长分别为 5，7，$2x$ 的三角形，则 $7-5<2x<7+5$，即 $1<x<6$．故答案为C．

10. 【答案】D

【解析】易证 $\triangle ACD\cong\triangle BCF$，则 $AD=BF$，$CF=CD$．

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$AD\perp BF$，$\therefore AB=AF$，$BE=EF$，

$\therefore AC+CD=AC+CF=AF=AB$，$BF=2BE$．

$\because BE=EF>CD=CF$，即 $BE>CF$．

故（1）（2）（3）（5）正确，即正确的结论个数为 4．故选D．

二、填空题（本题共20分，每小题2分）

11. 【答案】$x\neq 4$

【解析】由题意，得 $x-4\neq 0$，$\therefore x\neq 4$．故答案为 $x\neq 4$．

12. 【答案】$-\dfrac{2}{m+3}$

【解析】$\dfrac{12}{m^2-9}+\dfrac{2}{3-m}=\dfrac{12}{(m+3)(m-3)}-\dfrac{2(m+3)}{(m+3)(m-3)}=\dfrac{12-2m-6}{(m+3)(m-3)}=-\dfrac{2}{m+3}$．故答案为 $-\dfrac{2}{m+3}$．

13. 【答案】60

【解析】$\because AB=AC$，$\angle A=20^\circ$，$\therefore \angle ABC=\angle C=80^\circ$．

$\because$线段 AB 的垂直平分线交 AB 于 D，$\therefore AE=BE$，$\therefore \angle ABE=\angle A=20^\circ$，

$\therefore \angle CBE=\angle ABC-\angle ABE=80^\circ-20^\circ=60^\circ$．故答案为 60．

14. 【答案】-1

【解析】$x^2+kx+b=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$，$\therefore k=-4$，$b=3$，$\therefore k+b=-1$．故答案为 -1．

15. 【答案】34

【解析】$\because a+b=7$，$ab=5$，$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=39$，$\therefore a^2-ab+b^2=34$．故答案为 34．

16. 【答案】-3，1

【解析】$x^2+6x+10=(x+3)^2+1$，当 $x=-3$ 时，有最小值 1．故答案为 -3，1．

17. 【答案】$\dfrac{480}{x}-\dfrac{480}{x+20}=4$

【解析】由题意可知，所列方程为 $\dfrac{480}{x}-\dfrac{480}{x+20}=4$．故答案为 $\dfrac{480}{x}-\dfrac{480}{x+20}=4$．

18. 【答案】$\dfrac{1}{3}\text{cm}^2$

【解析】$\because BD=2CD$，$\therefore S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ACD}$，$\therefore S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}$．

$\because BD=BA$，BP 平分 $\angle ABD$，$\therefore AP=PD$，$\therefore S_{\triangle PDC}=S_{\triangle APC}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ADC}$，

$\therefore S_{\triangle PDC}=\dfrac{1}{6}S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{3}$．故答案为 $\dfrac{1}{3}\text{cm}^2$．

19. 【答案】25°

【解析】由折叠性质，易得 $\angle 1+\angle 2=2\angle A$，$\therefore \angle 2=25^\circ$．故答案为 25°．

20. 【答案】$k=2$或$0<k\leqslant 1$

【解析】作$\angle MBN=30^\circ$，在射线BN上任取一点C，使$BC=k$.

①如图1，当$0<k<1$时，以C为圆心，1为半径画圆，$\odot C$与射线BM的交点为A，此时只与圆有唯一的交点，$\therefore \triangle ABC$是唯一的.

②如图2，当$k=1$时，以C为圆心，1为半径画圆，$\odot C$与射线BM的交点为A，B，

$\therefore \triangle ABC$是唯一的.

③如图3，当$k=2$时，以C为圆心，1为半径画圆，$\odot C$与射线BM的交点为A，是唯一的，

$\therefore \triangle ABC$是唯一的.

故当$k=2$或$0<k\leqslant 1$时，$\triangle ABC$是唯一的.

故答案为$k=2$或$0<k\leqslant 1$.

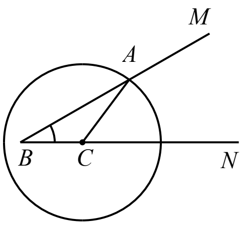


图1

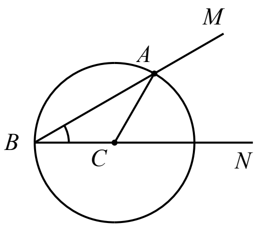


图2

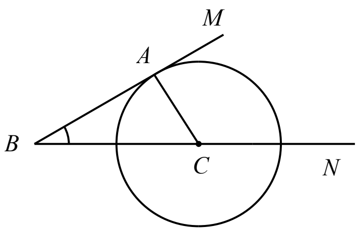


图3