2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1．空气的单位体积质量是$0.001\,239$克/立方厘米，$0.001\,239$用科学记数法表示为（ ）．

A．$0.123\,9\times10^{2}$　B．$1.23\,9\times10^{3}$　C．$0.123\,9\times10^{-2}$　D．$1.23\,9\times10^{-3}$

2．下列各式中，正确的是（ ）．

A．$-\frac{-3x}{5y}=\frac{3x}{-5y}$　B．$-\frac{a+b}{c}=\frac{-a+b}{c}$　C．$\frac{-a-b}{c}=\frac{a-b}{-c}$　D．$-\frac{a}{b-a}=\frac{a}{a-b}$

3．若分式$\frac{x^{2}-1}{x+2}$的值为0，则x的值为（ ）．

A．1　B．0　C．-1　D．±1

4．下列各式不能因式分解的是（ ）．

A．$2x^{2}-4x$　B．$x^{2}+x+\frac{1}{4}$　C．$x^{2}+9y^{2}$　D．$1-m^{2}$

5．下列命题中错误的是（ ）．

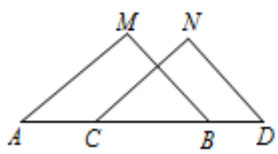
A．全等三角形的周长相等　B．全等三角形的对应角相等

C．全等三角形的面积相等　D．面积相等的两个三角形全等

6．如图，已知$MB=ND$，$\angle MBA=\angle NDC$，下列条件中不能判定$\triangle ABM\cong\triangle CDN$的是（ ）．

A．$\angle M=\angle N$　B．$AM\parallel CN$

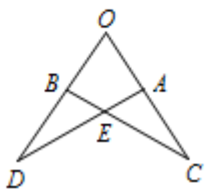
C．$AC=BD$　D．$AM=CN$



7．已知，如图，$\triangle OAD\cong\triangle OBC$，且$\angle O=70^\circ$，$\angle C=25^\circ$，则$\angle OAD=$（ ）．

A．95°　B．85°

C．75°　D．65°



8．若关于x的方程$\frac{2ax+3}{a-x}=\frac{5}{4}$的根为$x=2$，则$a$应取值（ ）．

A．1　B．3　C．-2　D．-3

9．若$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$，则$\frac{b}{a}-\frac{a}{b}-3$的值是（ ）．

A．-2　B．2　C．3　D．-3

10．在$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$中，已知$\angle A=\angle A'$，CD和$C'D'$分别为$\angle ACB$和$\angle A'C'B'$的平分线，从以下三个

条件：①$\angle B=\angle B'$，②$AC=A'C'$，③$CD=C'D'$中任取两个为题设，另一个为结论，则可以构成（ ）正确的命题.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

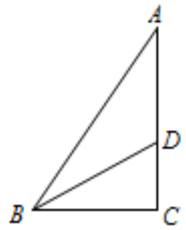
二、填空题（每空2分，共20分）

11．当 x ＿＿＿＿＿时，分式 $\dfrac{x-2}{x-3}$ 有意义．

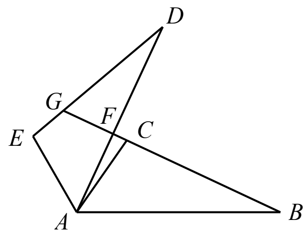
12．分解因式：$8m^2n+2mn=$ ＿＿＿＿＿．

13．分解因式：$(x-1)(x-3)-15=$ ＿＿＿＿＿．

14．如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D，若 $CD=3\ \mathrm{cm}$，则点 D 到 AB 的距离是＿＿＿＿＿ cm．



15．如图，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，$\angle CAD=10^\circ$，$\angle B=25^\circ$，$\angle EAB=120^\circ$，则 $\angle DFB=$ ＿＿＿＿＿ $^\circ$．



16．已知 $\triangle ABC$ 中，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$AB=8$，$AC=6$，求 AD 的取值范围是＿＿＿＿＿．

17．已知在 $\triangle ABC$ 中，三边长 a，b，c 满足 $a^2-16b^2-c^2+6ab+10bc=0$，则 a，b，c 满足的关系式＿＿＿＿＿．

18．在 $\triangle ABC$ 中，高 AD、BE 所在的直线交于 H 点，若 $BH=AC$，则 $\angle ABC=$ ＿＿＿＿＿．

三、解答题

19．分解因式：

（1）$x^2(m-2)+9y^2(2-m)$；　　　　（2）$(x^2-3)^2-2(x^2-3)+1$．

20．计算：

（1）$\dfrac{3}{x-4}-\dfrac{24}{x^2-16}$；　　　　（2）$(\dfrac{a^2b}{-c})^3\cdot(\dfrac{c^2}{-ab})^2\div(\dfrac{bc}{a})^4$．

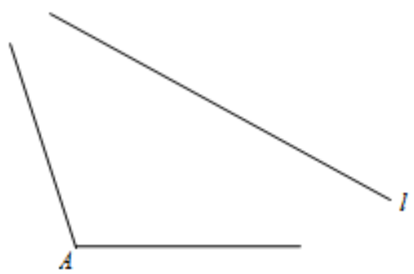
21．先化简，再求值：$(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\frac{1}{x})\div\frac{1}{x+1}$，其中$x=2$．

22．解方程：

（1）$\frac{3}{x}=\frac{2}{x-1}$；　　（2）$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$．

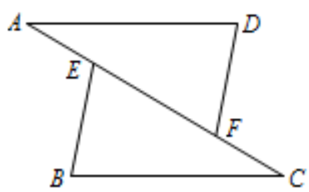
23．作图题：

已知：如图，$\angle A$与直线l，试在直线l上找一点P，使点P到$\angle A$的两边的距离相等．要求：尺规作图，保留痕迹，不写作法．



24．已知：如图，点A、E、F、C在同一条直线上，$AD=CB$，$\angle B=\angle D$，$AD\parallel BC$．

求证：$AE=CF$．

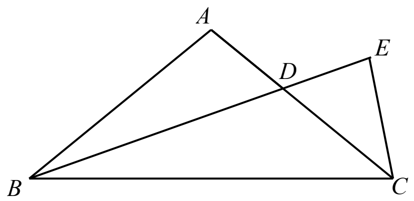


25．列方程解应用题：

从 A 地到 B 地的路程是 30 千米．甲骑自行车从 A 地到 B 地先走，半小时后，乙骑自行车从 A 地出发，结果两人同时到达．已知乙的速度是甲的速度的 1.5 倍，求甲、乙二人骑车速度各是多少?

26．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=100^\circ$，$\angle ABC=40^\circ$，BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，延长 BD 至 E，使 $DE=AD$，连接 EC．

求证：$BC=AB+CE$．

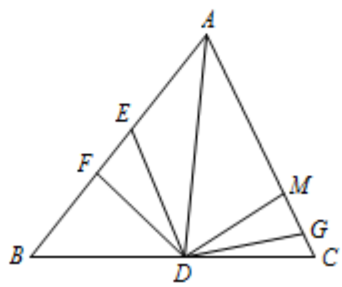


27．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAD=\angle DAC$，$DF\perp AB$，$DM\perp AC$，$AF=10\text{ cm}$，$AC=14\text{ cm}$，动点 E 以 2 cm/s 的速度从 A 点向 F 点运动，动点 G 以 1 cm/s 的速度从 C 点向 A 点运动，当一个点到达终点时，另一个点随之停止运动，设运动时间为 t 秒.

（1）求证：在运动过程中，不管 t 取何值，都有 $S_{\triangle AED}=2S_{\triangle DGC}$；

（2）当 t 取何值时，$\triangle DFE$ 与 $\triangle DMG$ 全等；

（3）在（2）的前提下，若 $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{119}{126}$，$S_{\triangle AED}=28\text{ cm}^2$，求 $S_{\triangle BFD}$．



附加题：

28．记 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$，如 $f(1)=\dfrac{1^2}{1+1^2}=\dfrac{1}{2}$；又如 $f(\dfrac{1}{2})=\dfrac{(\dfrac{1}{2})^2}{1+(\dfrac{1}{2})^2}=\dfrac{1}{5}$．

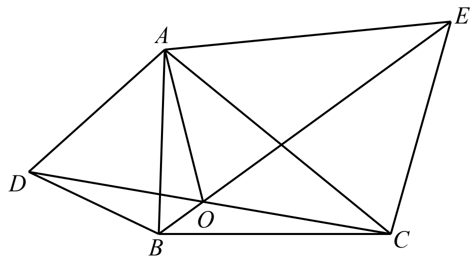
（1）$f(6)=$__________；$f(\dfrac{1}{4})=$__________；

（2）$f(1)+f(2)+(\dfrac{1}{2})+f(3)+(\dfrac{1}{3})+\cdots+f(n+1)+f(\dfrac{1}{n+1})=$__________．（结果用含 n 的式子表示，期中 n 为正整数）

29．如图，分别以 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 为边向外作等腰三角形 ABD 和 ACE，$AB=AD$，$AE=AC$，$\angle DAB=\angle CAE$，CD 与 BE 相交于点 O，连接 AO．

（1）求证：$BE=CD$；

（2）若设 $\angle BAD=\alpha$，$\angle AOE=\beta$，则用 α 表示 β 为：__________；并证明你的结论．



2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷答案

一、选择题（每小题3分，共30分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	D	C	D	D	B	C	A	C

二、填空题（每空2分，共20分）

11. $\neq 3$

12. $2mn(4m+1)$

13. $(x-6)(x+2)$

14. 3

15. $90°$

16. $1<AD<7$

17. $a+c=2b$

18. $45°$

三、解答题

19. 解：（1）$x^2(m-2)+9y^2(2-m)$

$=(m-2)(x^2-9y^2)$

$=(m-2)(x+3y)(x-3y)$．

（2）$(x^2-3)^2-2(x^2-3)+1$

$=(x^2-3-1)^2$

$=(x^2-4)^2$

$=(x+2)^2(x-2)^2$．

20. 解：（1）原式 $=\dfrac{3(x+4)-24}{(x+4)(x-4)}$

$=\dfrac{3(x-4)}{(x+4)(x-4)}$

$=\dfrac{3}{x+4}$．

（2）原式 $=-\dfrac{a^6b^3}{c^3}\cdot\dfrac{c^4}{a^2b^2}\cdot\dfrac{a^4}{b^4c^4}=-\dfrac{a^8}{b^3c^3}$．

21. 解：$(\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\dfrac{1}{x})\div\dfrac{1}{x+1}$

$=\dfrac{x(x-1)^2+(x+1)(x-1)}{x(x+1)(x-1)}\cdot(x+1)$

$=\dfrac{x(x-1)+(x+1)}{x}$

$=\dfrac{x^2+1}{x}$.

$\because x=2$,

$\therefore$原式$=\dfrac{4+1}{2}=\dfrac{5}{2}$.

22．解：（1）$\frac{3}{x}=\frac{2}{x-1}$，

去分母，得$3(x-1)=2x$，

整理，得$x=3$，

经检验$x=3$为原方程的解，

$\therefore$原方程的解为$x=3$．

（2）$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$，

去括号，得$(x+1)^2-4=x^2-1$，

整理，得$2x=2$，

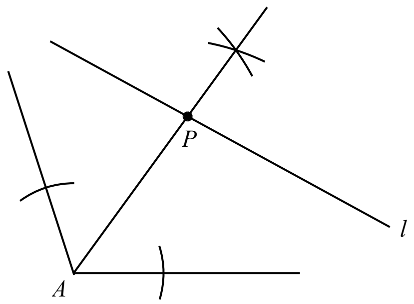
解得$x=1$，

检验：当$x=1$时，$x-1=0$，

$\therefore x=1$为方程的增根，

$\therefore$原方程无解．

23．解：如图所示：



24．证明：$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle A=\angle C$．

在$\triangle ADF$和$\triangle CBE$中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle C\\ AD=CB\\ \angle B=\angle D\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$（ASA）．

$\therefore AF=CE$，

$\therefore AF-EF=CE-EF$，即$AE=CF$．

25．解：设甲的速度为x千米/时，则乙的速度为$1.5x$千米/时．

由题意，得$\frac{30}{x}=\frac{30}{1.5x}+\frac{1}{2}$，

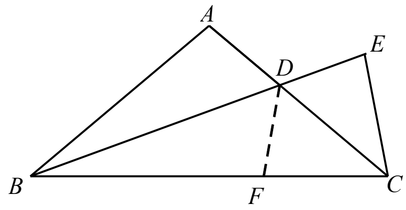
解得$x=20$，

经检验，$x=20$为原方程的解且符合题意，

$1.5\times 20=30$.

答：甲的速度为20千米/时，则乙的速度为30千米/时.

26. 证明：在BC上截取$BF=BA$，连接DF.



$\because \angle A=100^\circ$， $\angle ABC=40^\circ$，

$\therefore \angle ACB=40^\circ$.

$\because BD$是$\angle ABC$的角平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle FBD=20^\circ$.

又$\because BD=BD$， $BA=BF$，

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle FBD$ （SAS）.

$\therefore AD=FD$， $\angle ADB=\angle FDB$.

$\because \angle A=100^\circ$， $\angle ABD=20^\circ$，

$\therefore \angle ADB=\angle FDB=60^\circ$，

$\therefore \angle FDC=60^\circ$，

$\therefore \angle CDE=60^\circ$，

$\therefore \angle FDC=\angle EDC$.

$\because DE=AD$，

$\therefore DE=DF$.

又$\because AC=AC$，

$\therefore \triangle CDF\cong\triangle CDE$ （SAS）.

$\therefore CE=CF$，

$\therefore BC=BF+FC=AB+CE$.

27. 解：（1）$\because \angle BAD=\angle DAC$， $DF\perp AB$， $DM\perp AC$，

$\therefore DF=DM$，

$\because AE=2t$， $CG=t$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle DGC}}=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot DF\cdot AE}{\frac{1}{2}\cdot DM\cdot CG}=\dfrac{2t}{t}=2$，即$S_{\triangle AED}=2S_{DGC}$.

（2）若$\triangle DFE$与$\triangle DMG$全等，

则需要$EF=MG$，

$\because EF=10-2t$， $MG=|14-t-10|=|4-t|$，

$\therefore 10-2t=|4-t|$，

$\therefore t_1=6$， $t_2=\dfrac{14}{3}$.

当$t=6$时， $EF=-2$，舍去.

综上，当$t=\dfrac{14}{3}$时， $\triangle DFE$与$\triangle DMG$全等.

（3）$\because t=\frac{14}{3}$，

$\therefore AE=2t=\frac{28}{3}$．

$\because DF=DM$，

$\therefore S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD}=AB:AC=BD:BC=119:126$，

$\because AC=14$，

$\therefore AB=\frac{119}{9}$，

$\therefore BF=AB-AF=\frac{119}{9}-10=\frac{29}{9}$，

$\because S_{\triangle ADE}:S_{\triangle BDF}=AE:BF=\frac{28}{3}:\frac{29}{9}$，$S_{\triangle AED}=28\ \text{cm}^2$，

$\therefore S_{\triangle BDF}=\frac{29}{3}\text{cm}^2$．

附加题：

28．解：（1）$f(6)=\frac{6^2}{1+6^2}=\frac{36}{37}$，$f(\frac{1}{4})=\frac{(\frac{1}{4})^2}{1+(\frac{1}{4})^2}=\frac{1}{17}$．

（2）$\because f(n)+f(\frac{1}{n})=\frac{n^2}{1+n^2}+\frac{(\frac{1}{n})^2}{1+(\frac{1}{n})^2}=\frac{n^2}{1+n^2}+\frac{1}{1+n^2}=1$，

$\therefore f(1)+f(2)+(\frac{1}{2})+f(3)+(\frac{1}{3})+\cdots+f(n+1)+f(\frac{1}{n+1})=n+\frac{1}{2}$．

29．证明：（1）$\because \angle DAB=\angle CAE$，

$\therefore \angle DAB+\angle BAC=\angle CAE+\angle BAC$，即$\angle DAC=\angle BAE$．

在$\triangle ADC$和$\triangle ABE$中，

$$\begin{cases}AD=AB\\ \angle DAC=\angle BAE\\ AC=AE\end{cases}$$，

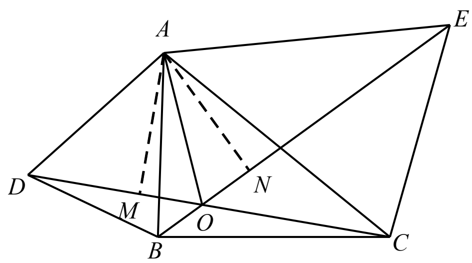
$\therefore \triangle ADC\cong\triangle ABE$（SAS）．

$\therefore BE=CD$．

（2）$\beta=90°-\frac{\alpha}{2}$．证明如下：

过点A作$AM\perp CD$于点M，作$AN\perp BE$于点N．

$\because \triangle ADC\cong\triangle ABE$，



$\therefore AM=AN$,

$\because \angle AMO=\angle ANO=90^\circ$,

$\therefore \angle AOM=\angle AOE$.

又$\because \triangle ADC\cong\triangle ABE$,

$\therefore \angle ADC=\angle ABE$,

由图象可得$\angle ADC+\angle DAB=\angle ABE+\angle DOB$,

$\therefore \angle DOB=\angle DAB=\alpha$,

$\because \angle DOB+\angle DOA+\angle AOE=180^\circ$,

$\therefore \alpha+2\beta=180^\circ$, 即$\beta=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$.

2014年北京师大附属实验中学初二（上）期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】D

【解析】$0.001\,239$ 用科学记数法表示为 $1.23\,9\times10^{-3}$.

2. 【答案】D

【解析】$-\dfrac{-3x}{5y}=\dfrac{3x}{5y}$；$-\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{-a-b}{c}$；$\dfrac{-a-b}{c}=\dfrac{a+b}{-c}$.

3. 【答案】D

【解析】由题意，得 $x^2-1=0$，$x+2\neq0$，解得 $x=\pm1$.

4. 【答案】C

【解析】$2x^2-4x=2x(x-2)$；$x^2+x+\dfrac{1}{4}=(x+\dfrac{1}{2})^2$；$1-m^2=(1+m)(1-m)$.

5. 【答案】D

【解析】面积相等的两个三角形不一定全等.

6. 【答案】D

【解析】若 $AM=CN$，则构成的条件为SSA，不能判定两个三角形全等.

7. 【答案】B

【解析】$\because\triangle OAD\cong\triangle OBC$，$\angle C=25^\circ$，$\therefore\angle D=\angle C=25^\circ$，

$\therefore\angle OAD=180^\circ-\angle O-\angle D=180^\circ-70^\circ-25^\circ=85^\circ$.

8. 【答案】C

【解析】由题意，得 $\dfrac{4a+3}{a-2}=\dfrac{5}{4}$，解得 $a=-2$.

9. 【答案】A

【解析】$\because\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a+b}$，$\therefore\dfrac{b-a}{ab}=\dfrac{1}{a+b}$，$\therefore\dfrac{b^2-a^2}{ab}=1$，即 $\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}=1$，$\therefore\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}-3=1-3=-2$.

10. 【答案】C

【解析】①②$\Rightarrow$③，①③$\Rightarrow$②成立，②③$\Rightarrow$①不成立.

二、填空题

11. 【答案】$\neq3$

【解析】由题意，得 $x-3\neq 0$，$\therefore x\neq 3$.

12. 【答案】$2mn(4m+1)$

【解析】$8m^2n+2mn=2mn(4m+1)$.

13. 【答案】$(x-6)(x+2)$

【解析】$(x-1)(x-3)-15=x^2-4x-12=(x-6)(x+2)$.

14. 【答案】3

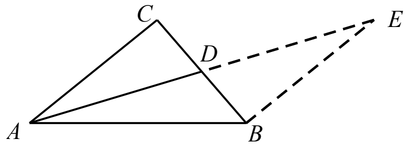
【解析】$\because BD$平分$\angle ABC$，点D到BC的距离$CD=3\text{ cm}$，$\therefore$点D到AB的距离也是3cm.

15. 【答案】$90°$

【解析】$\because \triangle ABC\cong\triangle ADE$，$\therefore \angle CAB=\angle EAD$．$\because \angle EAB=120°$，$\angle CAD=10°$，$\therefore \angle CAB=55°$，$\therefore \angle BAF=65°$，$\therefore \angle DFB=\angle B+\angle BAF=25°+65°=90°$.

16. 【答案】$1<AD<7$

【解析】如图所示，倍长AD到点E，连接BE.



易证$\triangle ADC\cong\triangle EDB$，$\therefore BE=AC=6$.

在$\triangle ABE$中，$AB-BE<AE<AB+BE$，

$\therefore 2<2AD<14$，$\therefore 1<AD<7$.

17. 【答案】$a+c=2b$

【解析】$\because a^2-16b^2-c^2+6ab+10bc=0$，$\therefore (a+3b)^2=(5b-c)^2$，

$\therefore a+3b=5b-c$或$a+3b=c-5b$，$\therefore a+c=2b$或$c-a=8b$.

$\because c-a<b$，$\therefore c-a=8b$舍去，$\therefore a+c=2b$.

18. 【答案】$45°$

【解析】如图，易证$\triangle ADC\cong\triangle BDH$，$\therefore AD=BD$，$\therefore \angle ABC=45°$.

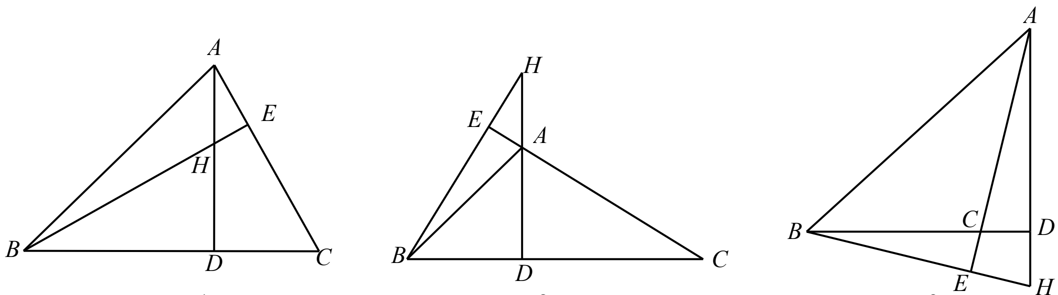


图1　图2　图3