

2014年北京101初二（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1. 下列有4个汽车标志图案，其中不是轴对称图形的是（ ）.



2. 下列计算中正确的是（ ）.

A. $2x + 3y = 5xy$ B. $x \cdot x^4 = x^4$ C. $x^8 \div x^2 = x^4$ D. $(x^2y)^3 = x^6y^3$

3. 一种细菌的半径是 $0.000\ 04\ \text{mm}$ ，用科学记数法把它表示为（ ）.

A. $0.4 \times 10^{-4}\ \text{mm}$ B. $-0.4 \times 10^{-4}\ \text{mm}$ C. $4 \times 10^{-5}\ \text{mm}$ D. $-4 \times 10^{-5}\ \text{mm}$

4. 如果把分式 $\frac{3x}{x+y}$ 中的 x ， y 都扩大 10 倍，则分式的值（ ）.

A. 扩大 100 倍 B. 扩大 10 倍 C. 不变 D. 扩大 20 倍

5. 一个等腰三角形的两边长分别是 3 和 7 ，则它的周长为（ ）.

A. 17 B. 15 C. 13 D. 13 或 17

6. 若 $3 \times 9^m = 3^9$ ，则 m 的值是（ ）.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 若分式 $\frac{2x-4}{x+1}$ 的值为 0 ，则 x 的值为（ ）.

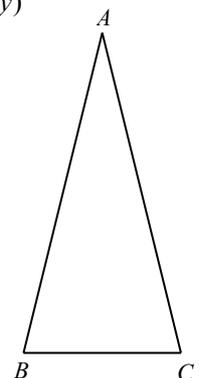
A. 2 B. -1 C. 1 D. 2 或 -1

8. 下列各式从左到右的变形，属于因式分解的是（ ）.

A. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$ B. $x^2 - 2x + 1 = x(x-2) + 1$
 C. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ D. $mx + my + nx + ny = m(x+y) + n(x+y)$

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ，作出 AB 边的垂直平分线 DE ，交 AC 于点 D ，交 AB 于点 E ，连接 BD ，下列结论正确的是（ ）.

- ① BD 平分 $\angle ABC$ ； ② $AD = BD = BC$ ；
 ③ $\triangle BDC$ 的周长等于 $AB + BC$ ； ④ 点 D 是 AC 中点
- A. ②③ B. ①②④
 C. ①②③ D. ①②③④





10. 方程 $xy - 2x - 2y + 7 = 0$ 的整数解有 ().

A. 1组

B. 2组

C. 3组

D. 4组

二、填空题 (本题共24分, 每小题4分)

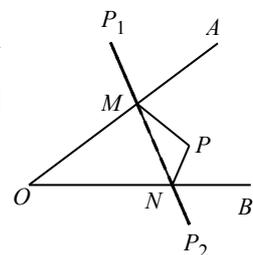
11. 若分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

12. 因式分解: $x^3 - 6x^2 + 9x =$ _____.

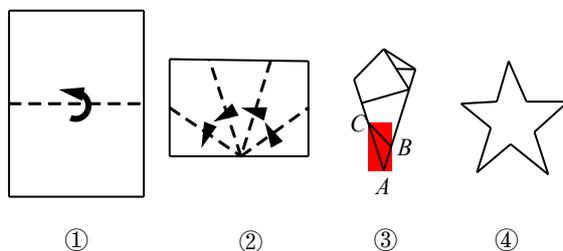
13. 已知 $a^2 + b^2 + 2a - 4b + 5 = 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AB 的中垂线与 AC 所在的直线相交所得的锐角为 50° , 则底角 B 的大小为_____.

15. 已知: 如图, 点 P 为 $\angle AOB$ 内一点, 分别作出 P 点关于 OA , OB 的对称点 P_1 , P_2 , 连接 P_1P_2 , 交 OA 于点 M , 交 OB 于点 N , $P_1P_2 = 15$, 则 $\triangle PMN$ 的周长为_____; 若 $\angle O = 40^\circ$, 则 $\angle MPN =$ _____.



16. 跟我学剪五角星: 如图, 先将一张长方形纸片按图①的虚线对折, 得到图②, 然后将图②沿虚线折叠得到图③, 再将图③沿虚线 BC 剪下 $\triangle ABC$, 展开即可得到一个五角星. 若想得到一个正五角星 (如图④, 正五角星的5个角都是 36°), 则在图③中 $\angle BAC$ 的度数为_____, 应沿什么角度剪, 即 $\angle ABC$ 的度数为_____.



三、解答题 (共9小题)

17. 计算:

(1) $(\sqrt{7}-1)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} + |2-\sqrt{5}| + (-2)^3$;

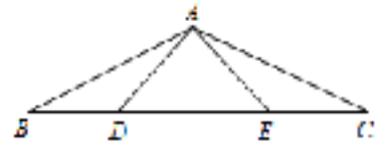
(2) $(x+y)(x-y) + (2x+y)(x+y)$;

(3) $\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}$;

(4) 解分式方程: $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$.



18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D, E 两点在 BC 边上, 且 $AD = AE$.
求证: $BD = CE$.



19. 已知 $x - 5y = 0$, 求 $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x + 3y}{x + y}$ 的值.

20. 列方程(组)解应用题:

某建筑集团完成一阶段的高架桥铺设任务, 在合同期内高效完成了任务, 这是记者与该集团工程师的一段对话:

记者: 你们是用 9 天完成 4800 米长的高架桥铺设任务的?

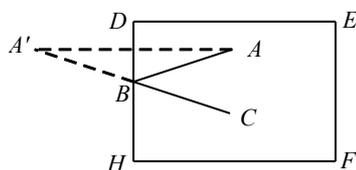
工程师: 我们铺设 600 米后, 采用新的铺设技术, 这样每天铺设长度是原来的 2 倍.

通过这段对话, 请你求出该建筑集团原来每天铺设的米数.

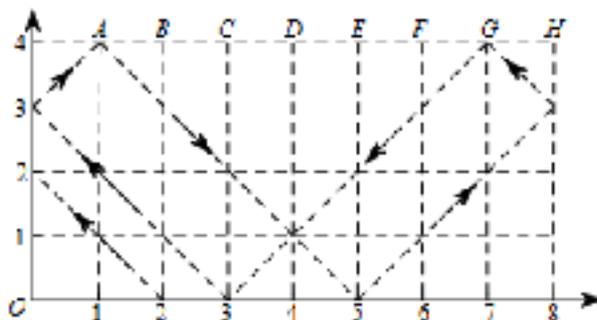
21. 已知 $x^2 + x - 1 = 0$, 求 $x^3 + 2x^2 + 3$ 的值.

22. 操作题:

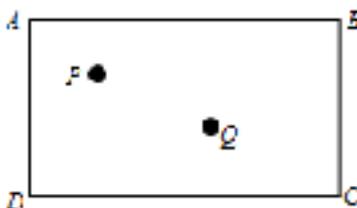
台球桌的形状是一个长方形，当母球被击打后可能不同的边上反弹，为了使母球最终击中目标球，击球者需作出不同的设计，确定击球方向，如图，目标球从 A 点出发经 B 点到 C 点，相当于从 A' 点出发直接击打目标球 C ，其实质上是图形的轴对称变换，关键是找母球关于桌边的对称点的位置。



(1) 如下图，小球起始点位于点 $(3, 0)$ ，沿所示的方向击球，小球运动的轨迹如图所示，如果小球起始时位于点 $(2, 0)$ 处，仍按原来的方向击球，那么在点 A, B, C, D, E, F, G, H 中，小球会击中的点是_____。



(2) 在下图中，请你设计一条路径，使得球 P 依次撞击台球桌边 AB, BC 反射后，撞到球 Q 。(不写作法，保留作图痕迹)



23. 阅读理解：

把多项式 $x^2 - 3x - 10$ 分解因式得 $(x-5)(x+2)$ ，由此方程 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 可以变形为 $(x-5)(x+2) = 0$ ，解得 $x = 5$ 或 $x = -2$ 。

观察多项式 $x^2 - 3x - 10$ 的因式 $(x-5)$ ， $(x+2)$ 与方程 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 的解 $x = 5$ 或 $x = -2$ 之间的关系，可以发现，如果 $x = 5$ ， $x = -2$ 是方程 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 的解，那么 $(x-5)$ ， $(x+2)$ 是多项式 $x^2 - 3x - 10$ 的因式。这样，若要把一个多项式分解因式，可以通过其对应方程的解来确定其中的因式。

例如：对于多项式 $x^3 - 3x + 2$ ，观察可知，当 $x = 1$ 时， $x^3 - 3x + 2 = 0$ ，则 $x^3 - 3x + 2 = (x-1)A$ ，其中 A 为整式，即 $(x-1)$ 是多项式 $x^3 - 3x + 2$ 的一个因式。若要确定整式 A ，则可用竖式除法：

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x - 2 \\
 x-1 \overline{) x^3 + 0 \cdot x^2 - 3x + 2} \\
 \underline{x^3 - x^2} \\
 x^2 - 3x \\
 \underline{x^2 - x} \\
 -2x + 2 \\
 \underline{-2x + 2} \\
 0
 \end{array}$$

所以 $x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2) = (x-1)(x-1)(x+2) = (x-1)^2(x+2)$

根据阅读材料，请回答下列问题（直接填空）：

(1) 因式分解： $x^2 - x - 2 =$ _____；

(2) 观察可知，当 $x =$ _____ 时， $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$ ，可得 _____ 是多项式 $x^3 + x^2 - 5x + 3$ 的一个因式，分解因式： $x^3 + x^2 - 5x + 3 =$ _____。

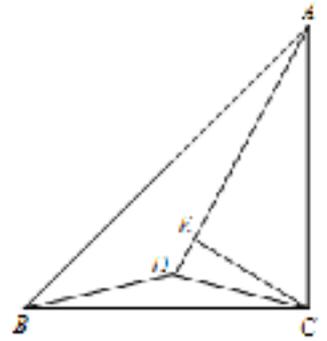
(3) 已知： $x^3 + mx - 2 = (x+1)B$ ，其中 B 为整式，则分解因式： $x^3 + mx - 2 =$ _____。

24. 如图：在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为 $\triangle ABC$ 内一点， $\angle BAD = 15^\circ$ ， $AD = AC$ ， $CE \perp AD$ 于点 E ，且 $CE = 5$ 。

(1) 求 BC 的长；

(2) 求证： $\angle DCE = \angle DCB$ ；

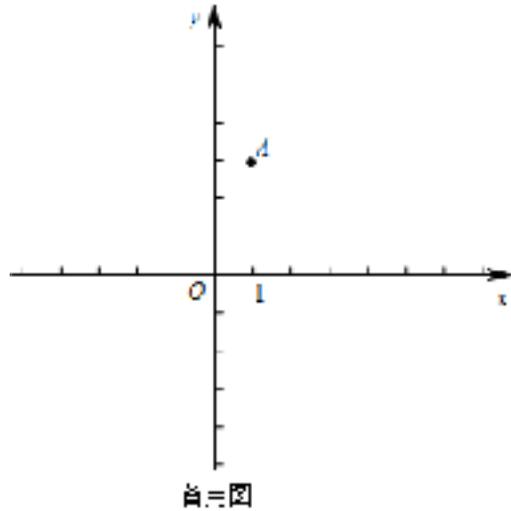
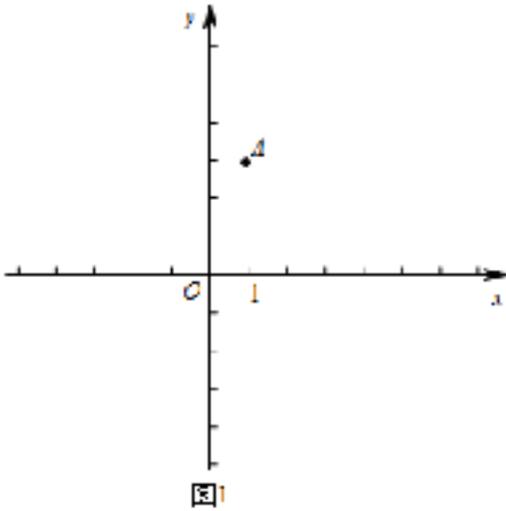
(3) 求证： $BD = CD$ 。





25. 已知：如图1，在直角坐标系中，点 $A(1, 3)$ ，点 B 与 A 关于 y 轴对称，将 B 沿 y 轴正方向平移一个单位得到点 C ，点 D 与 O 关于直线 AB 对称， P 是直线 AB 上的动点.

- (1) 点 B 的坐标为_____，点 C 的坐标为_____；
- (2) 点 $E(5, 0)$ ，当 $\triangle POE$ 是等腰三角形，符合条件的 P 的个数为_____；
- (3) 点 Q 是 y 轴上的动点，当 $\angle BQC = 25^\circ$ 时，求 $\angle OBQ + \angle QCD$ 的度数.



2014年北京101初二（上）期中数学试卷答案

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	C	A	B	A	C	C	D

二、填空题（本题共24分，每小题4分）

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| 11. $x \neq 1$ | 12. $x(x-3)^2$ |
| 13. $-1, 2$ | 14. 20° 或 70° |
| 15. $15, 100^\circ$ | 16. $36^\circ, 126^\circ$ |

三、解答题（共9小题）

17. 解：（1）原式 $= 1 + 3 + \sqrt{5} - 2 - 8$
 $= \sqrt{5} - 6;$

（2）原式 $= x^2 - y^2 + 2x^2 + 2xy + xy + y^2$
 $= 3x^2 + 3xy;$

（3）原式 $= \frac{a}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{(a+b)(a-b)}$
 $= \frac{a-a+b}{(a+b)(a-b)}$
 $= \frac{b}{a^2-b^2};$

（4）去分母，得 $2+x(x+2)=x^2-4,$
 去括号，得 $2+x^2+2x=x^2-4,$
 整理，得 $2x=-6,$
 解得 $x=-3.$
 经检验 $x=-3$ 为原方程的解.

18. 证明： $\because AB = AC,$
 $\therefore \angle B = \angle C.$
 $\because AD = AE,$
 $\therefore \angle ADE = \angle AED,$
 $\therefore \angle ADB = \angle AEC.$
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，



$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle ADB = \angle AEC \\ AD = AE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \quad (\text{AAS}) .$$

$$\therefore BD = CE .$$

19. 解: $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x + 3y}{x + y}$
 $= \frac{(x + y)(x - y)}{(x - y)^2} \cdot \frac{x + 3y}{x + y}$
 $= \frac{x + 3y}{x - y}$
 $\therefore x - 5y = 0,$
 $\therefore x = 5y.$
 $\therefore \text{原式} = \frac{5y + 3y}{5y - y} = \frac{8y}{4y} = 2.$

20. 解: 设原来每天铺设 x 米,

根据题意, 得 $\frac{600}{x} + \frac{4800 - 600}{2x} = 9.$

解得: $x = 300.$

经检验: $x = 300$ 是分式方程的解, 并且符合实际意义.

答: 该建筑集团原来每天铺设 300 米.

21. 解: $\therefore x^2 + x - 1 = 0,$

$\therefore x^2 + x = 1.$

$x^3 + 2x^2 + 3$

$= x(x^2 + x) + x^2 + 3$

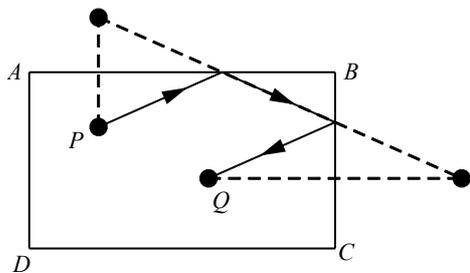
$= x + x^2 + 3$

$= 1 + 3$

$= 4.$

22. 解: (1) B 和 F ;

(2) 如图所示:



23. 解: (1) $(x + 1)(x - 2);$

(2) $1, x - 1, (x - 1)^2(x + 3);$



$$(3) (x+1)^2(x-2)$$

24. 解: (1) $\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ.$$

$$\therefore CE \perp AD,$$

$$\therefore \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = 2CE = 10.$$

$$\therefore BC = AC = 10.$$

(2) $\because AD = AC, \angle DAC = 30^\circ,$

$$\therefore \angle DCA = \angle CDA = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ECA = 90^\circ - \angle EAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DCA - \angle ECA = 15^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle DCB = 90^\circ - \angle DCA = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DCB.$$

(3) 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H .

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle CDH$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCE = \angle DCB \\ \angle CED = \angle CHD = 90^\circ \\ CD = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle CDH \quad (\text{AAS}).$$

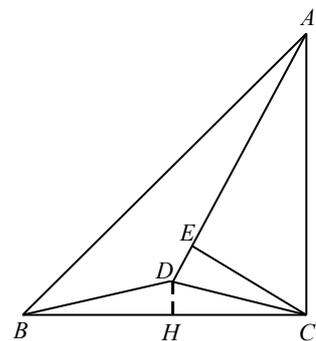
$$\therefore HC = CE,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2} AC,$$

$$\therefore HC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore HB = HC,$$

$$\therefore BD = CD.$$



下面提供其余几种证明方法, 仅供参考:

①如图1, 构造 $\triangle AGD \cong \triangle CDB$.

②如图2, 构造正方形.

③如图3, 构造 $\triangle CMD \cong \triangle CDB$.

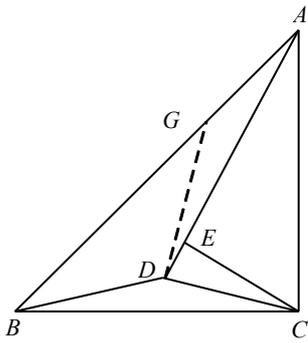


图1

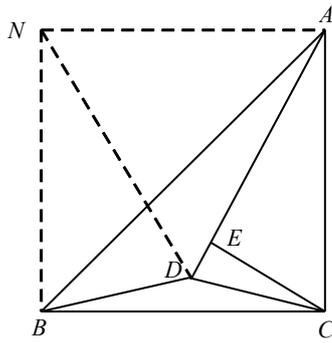


图2

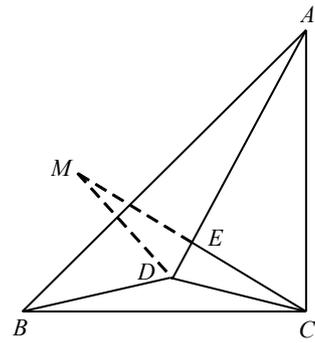


图3

④如图4，构造 $\triangle AEC$ 关于 AD 的对称图形.

⑤如图5，作 $\triangle ABD$ 的对称图形 $\triangle APC$.

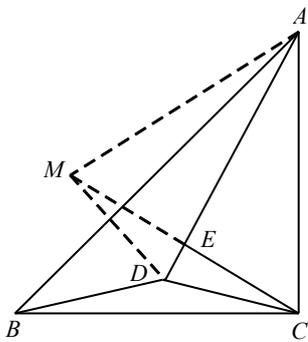


图4

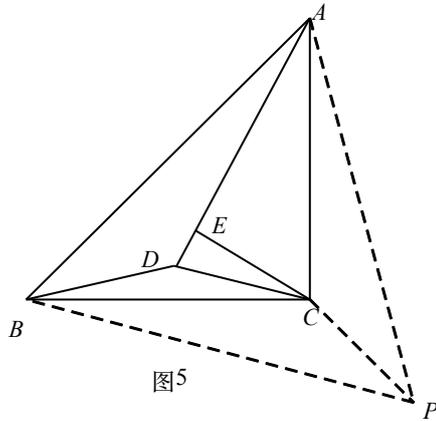


图5

25. 解：(1) 如图1所示，点 B 的坐标为 $(-1, 3)$ ，点 C 的坐标为 $(-1, 4)$ ；
 (2) 如图2所示，符合条件的 P 的个数为5.

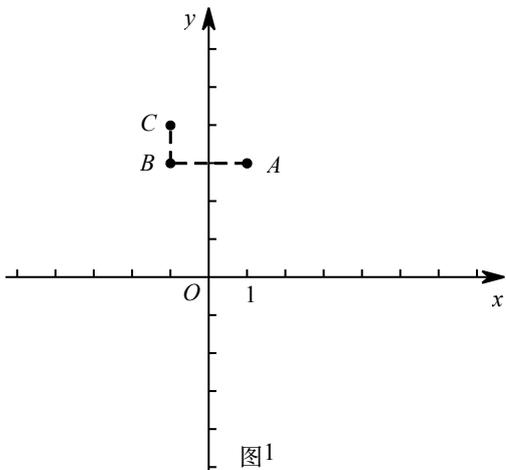


图1

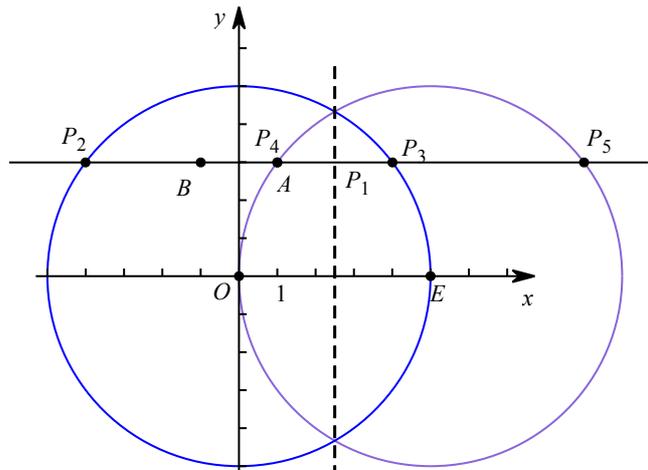


图2

(3) 如图3所示，连接 AB ， BC ， AD ， AC ，过点 C 作 $CH \perp y$ 轴于点 H 。
 易证明 $\triangle ABC \cong \triangle DHC$ ， $\triangle OBF \cong \triangle DAF$ 。



$$\therefore CD = CA, \quad \angle DCH = \angle ACB, \quad \angle ADF = \angle BOF.$$

$$\therefore CH \parallel AB,$$

$$\therefore \angle HCA = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle DCH + \angle HCA = \angle BCA + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH + \angle BOQ = 45^\circ.$$

$$\text{又} \because CH \parallel AB,$$

$$\text{易得 } \angle QCH - \angle QBF = \angle BQC = 25^\circ.$$

$$\therefore \angle OBQ + \angle QCD = \angle HCD + \angle FBO + \angle QCH - \angle QBF$$

$$= 90^\circ - \angle BOQ + 90^\circ - \angle CDH + 25^\circ$$

$$= 180^\circ - 45^\circ + 25^\circ$$

$$= 160^\circ.$$

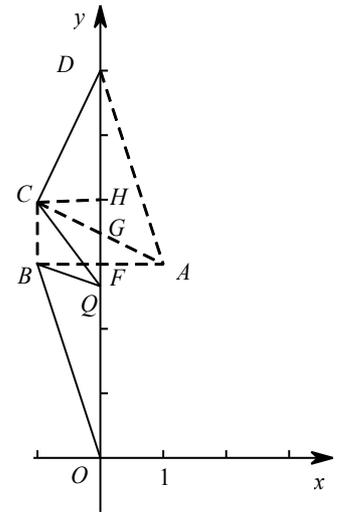


图3

2014年北京101初二（上）期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】D

【解析】观察图形可知，只有D中的图案不是轴对称图形.

2. 【答案】D

【解析】 $2x$ 与 $3y$ 不是同类项，不能合并； $x \cdot x^4 = x^5$ ； $x^8 \div x^2 = x^6$.

3. 【答案】C

【解析】 $0.000\ 04\ \text{mm}$ 用科学记数法表示为 $4 \times 10^{-5}\ \text{mm}$

4. 【答案】C

【解析】把分式 $\frac{3x}{x+y}$ 中的 x ， y 都扩大10倍，得 $\frac{30x}{10x+10y} = \frac{3x}{x+y}$ ，分式的值不变.

5. 【答案】A

【解析】一个等腰三角形的两边长分别是3和7，则腰长为7，底边长为3，故周长为17.

6. 【答案】B

【解析】 $\because 3 \times 9^m = 3^{2m+1} = 3^9$ ， $\therefore 2m+1=9$ ， $\therefore m=4$.

7. 【答案】A

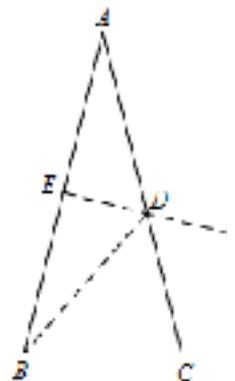
【解析】由题意得 $2x-4=0$ ， $x+1 \neq 0$ ，解得 $x=2$.

8. 【答案】C

【解析】观察可知，只有C选项的结果为整式的乘积，故只有C选项的变形属于因式分解.

9. 【答案】C

【解析】如图所示， $\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ， $\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ$ ，
 $\because DE$ 为 AB 的垂直平分线， $\therefore BD = AD$ ， $\therefore \angle ABD = \angle A = 36^\circ$ ，
 $\therefore \angle CBD = 36^\circ$ ， $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$ ，
 $\therefore \angle BDC = 72^\circ$ ， $\therefore \angle BDC = \angle C$ ， $\therefore BC = BD$ ， $\therefore AD = BD = BC$ ，
 $\triangle BDC$ 的周长等于 $BD + BC + DC = AD + DC + BC = AC + BC = AB + BC$ ，
 故①②③均正确.



10. 【答案】D

【解析】 $\because xy - 2x - 2y + 7 = 0$ ， $\therefore (x-2)y = 2x-7$ ， $\therefore y = \frac{2x-7}{x-2} = 2 - \frac{3}{x-2}$.



$\therefore x, y$ 均为整数, $\therefore \frac{3}{x-2}$ 为整数, $\therefore x-2$ 能被 3 整除, $\therefore x-2 = \pm 1$ 或 $x-2 = \pm 3$.

$\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$. 共有 4 组整数解.

二、填空题 (本题共24分, 每小题4分)

11. 【答案】 $x \neq 1$

【解析】 由题意得 $x - 1 \neq 0$, 解得 $x \neq 1$.

12. 【答案】 $x(x - 3)^2$

【解析】 因式分解: $x^3 - 6x^2 + 9x = x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$.

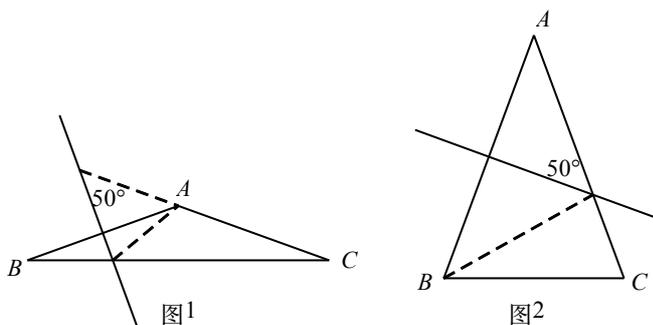
13. 【答案】 $-1, 2$

【解析】 $a^2 + b^2 + 2a - 4b + 5 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2 = 0$, $\therefore a = -1, b = 2$.

14. 【答案】 20° 或 70°

【解析】 如图1, 易得此时 $\angle BAC = 140^\circ$, $\therefore \angle B = 20^\circ$.

如图2, 易得此时 $\angle BAC = 40^\circ$, $\therefore \angle B = 70^\circ$.



15. 【答案】 $15, 100^\circ$

【解析】 连接 $OP, OP_1, OP_2, PP_1, PP_2$.

由对称可知, $MP_1 = MP, NP = NP_2$,

$\therefore \triangle PMN$ 的周长为 $MN + MP + NP = MN + MP_1 + NP_2 = P_1P_2 = 15$.

由对称可知, $\angle OPM = \angle OP_1M, \angle OPN = \angle OP_2N$,

$\therefore \angle MPN = \angle OPM + \angle OPN = \angle OP_1M + \angle OP_2N = 180^\circ - 2\angle O = 100^\circ$.



16. 【答案】 $36^\circ, 108^\circ$

【解析】 $\angle BAC = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$;

由于五角星的角为 36° , \therefore 图③中, $\angle ACB = 18^\circ$, $\therefore \angle ABC = 126^\circ$.