

## 2014年北京八中初三上期中数学试卷

一、选择题（共8道小题，每小题4分，共32分）

1. 已知  $3x = 4y$ ，则  $\frac{x+y}{x-y}$  的值为（ ）.

- A.  $\frac{1}{7}$                       B.  $\frac{7}{3}$                       C. 7                      D.  $\frac{4}{7}$

2. 函数  $y = (3m-1)x^{m^2-2}$  是反比例函数，在每一个象限内  $y$  随  $x$  增大而增大，则  $m$  值为（ ）.

- A.  $\pm\sqrt{3}$                       B.  $\pm 1$                       C. 1                      D. -1

3. 在下面的图形中，形状相似的一组是（ ）.

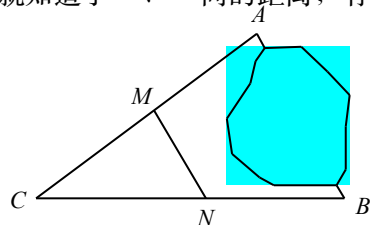
- A. 任意两个等腰三角形                      B. 任意两个矩形  
C. 任意两个等边三角形                      D. 任意两个菱形

4. 将抛物线  $y = 2x^2$  先向左平移3个单位，在向上平移4个单位，则得到的抛物线解析式为（ ）.

- A.  $y = 2(x-3)^2 + 4$                       B.  $y = 2(x+3)^2 + 4$   
C.  $y = 2(x-3)^2 - 4$                       D.  $y = 2(x+3)^2 - 4$

5. 如图， $A$ 、 $B$  两地被池塘隔开，小明通过下列方法测出了  $A$ 、 $B$  间的距离：先在  $AB$  外选一点  $C$ ，然后测出  $AC$ 、 $BC$  的中点  $M$ 、 $N$ ，并测量出  $MN$  的长为12m，由此他就知道了  $A$ 、 $B$  间的距离，有关他这次探究活动的描述错误的是（ ）.

- A.  $CM : MA = 1 : 2$   
B.  $MN \parallel AB$   
C.  $\triangle CMN \sim \triangle CAB$   
D.  $AB = 24$  m

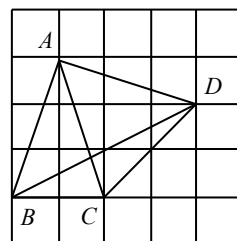


6. 已知二次函数  $y = 2(x+1)(x-a)$ ，其中  $a > 0$ ，且对称轴为直线  $x = 2$ ，则  $a$  的值是（ ）.

- A. 3                      B. 5                      C. 7                      D. 不能确定

7. 如图，四边形  $ABCD$  的顶点都在正方形网格的格点上，则  $\tan \angle CBD$  的值为（ ）.

- A.  $\frac{1}{2}$   
B. 1  
C.  $\frac{4}{3}$   
D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



8. 已知抛物线  $C_1: y = -x^2 + 2mx + 1$  ( $m$  为常数, 且  $m \neq 0$ ) 的顶点为  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 抛物线  $C_2$  与抛物线  $C_1$  关于  $y$  轴对称, 其顶点为  $B$ , 若点  $P$  是抛物线  $C_1$  上的点, 使得四边形  $ABCP$  为菱形, 则  $m$  为 ( ).

A.  $\pm\sqrt{3}$

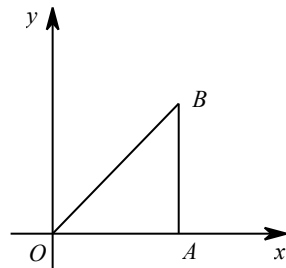
B.  $\sqrt{3}$

C.  $\pm\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{2}$

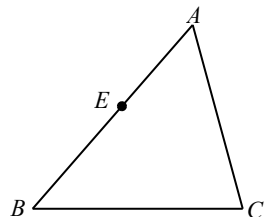
二、填空题（共4道小题，每小题4分，共16分）

9. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\text{Rt}\triangle OAB$  的面积为 2，反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  经过点  $B$ ，这个函数的表达式为\_\_\_\_\_.

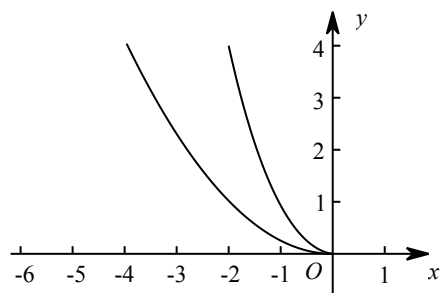


10. 若抛物线  $y = x^2 - 4x + c$  的顶点在直线  $y = x$  上，则  $c$  的值是\_\_\_\_\_.

11. 在  $\triangle ABC$  中， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ， $E$  是  $AB$  上一点， $AE = 2$ ，在  $AC$  上取一点  $F$ ，使以  $A$ 、 $E$ 、 $F$  为顶点的三角形与  $\triangle ABC$  相似，则  $AF$  的长为\_\_\_\_\_.



12. 如图，抛物线  $y_1 = x^2 (x < 0)$  与  $y_2 = \frac{1}{4}x^2 (x < 0)$ ， $A$  点坐标为  $(0, a)$ ，过  $A$  点作平行于  $x$  轴的直线交  $y_1$  于  $B$  点，交  $y_2$  于  $C$  点，第一次操作：过点  $C$  作  $y$  轴的平行线交  $y_1$  于点  $B_1$ ，直线  $B_1C_1 \parallel BC$  交  $y_2$  于点  $C_1$ ，第二次操作：过点  $C_1$  作  $y$  轴的平行线交  $y_1$  于点  $B_2$ ，直线  $B_2C_2 \parallel B_1C_1$  交  $y_2$  于点  $C_2$ ，若  $a$  为任意正实数，通过探究，直接写出  $\frac{B_1C_1}{BC} =$  \_\_\_\_\_， $n$  次操作后  $\frac{B_nC_n}{BC} =$  \_\_\_\_\_.



三、解答题（共6道小题，第13题4分，第14~18题各5分，共29分）

13. 计算： $2\cos 30^\circ + \sqrt{2}\sin 45^\circ - \tan 60^\circ$ .

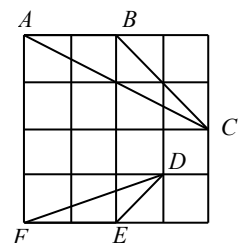
14. 解方程:  $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 = 0$ .

15. 已知  $x - y = \sqrt{3}$ , 求代数式  $(x+1)^2 - 2x + y(y-2x)$ .

16. 如图, 在  $4 \times 4$  的正方形网格中,  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  的顶点都在边长为1的小正方形的顶点上.

(1) 填空:  $AC =$  \_\_\_\_\_,  $BC =$  \_\_\_\_\_;

(2) 判断  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  是否相似, 并证明你的结论.





17. 对于抛物线  $y_1 = x^2 - 4x + 3$ .

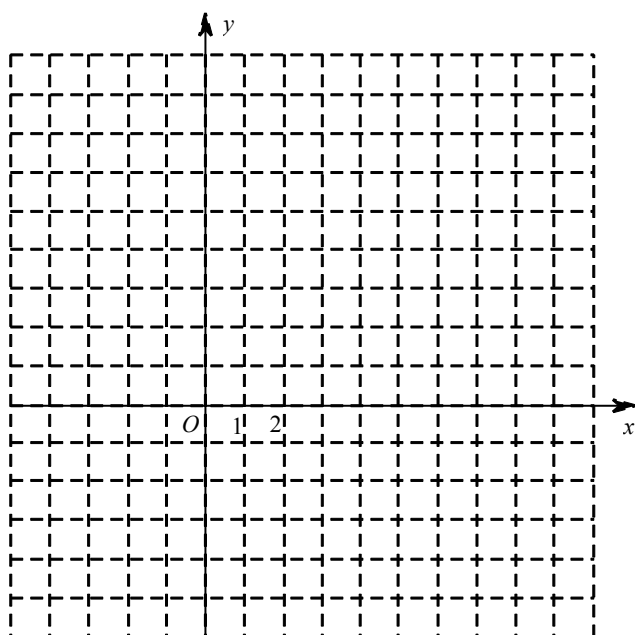
(1) 与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_;

与  $x$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_;

(2) 在坐标系中利用描点法画出抛物线:

$x$	...						...
$y$	...						...

(3) 直线  $y_2 = x - 3$  与抛物线  $y_1 = x^2 - 4x + 3$  交于  $A$ 、 $B$  两点, 根据图象直接  $y_1 > y_2$  时,  $x$  的取值范围\_\_\_\_\_.

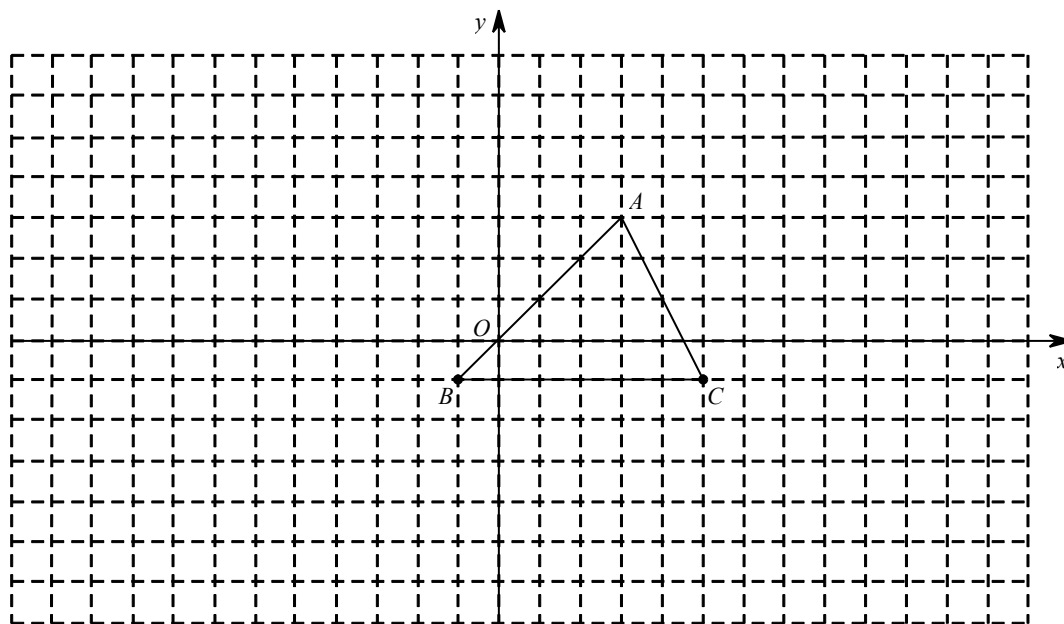


18. 如图，方格纸中的每个小方格都是边长为1的正方形，我们把以格点间连线围边的三角形称为格点三角形，图中的 $\triangle ABC$ 就是格点三角形，在建立平面直角坐标系后，点 $B$ 的坐标为 $(-1, -1)$ 。

(1) 把 $\triangle ABC$ 向左平移8格后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的图形并直接写出 $B_1$ 的坐标为\_\_\_\_\_。

(2) 把 $\triangle ABC$ 绕点 $C$ 按顺时针方向旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle A_2B_2C$ ，画出 $\triangle A_2B_2C$ 的图形并直接写出 $B_2$ 的坐标为\_\_\_\_\_。

(3) 在现有坐标系下把 $\triangle ABC$ 以点 $A$ 为位似中心放大，使放大前后对应边的比为 $1:2$ ，画出 $\triangle AB_3C_3$ 。

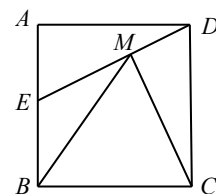


四、解答题（共4道小题，每小题5分，共20分）

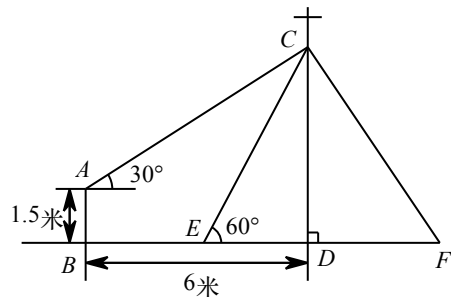
19. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $4\text{cm}$ ， $E$ 是 $AB$ 边上一点， $AE = 2$ ， $CM \perp DE$ ，垂足为 $M$ 。

(1) 求 $CM$ 长；

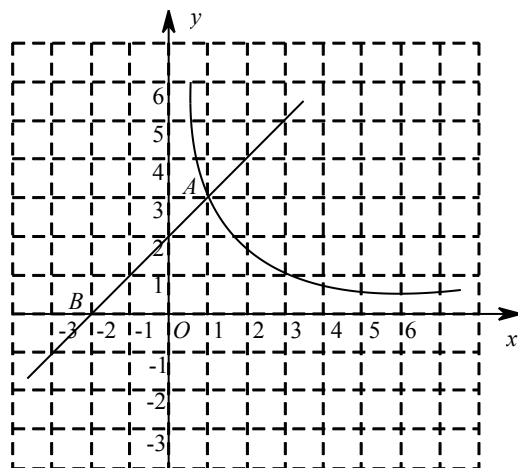
(2) 连接 $BM$ ，求 $\sin \angle CBM$ 的值。



20. 如图，在电线杆  $CD$  上的  $C$  处引拉线  $CE$ ， $CF$  固定电线杆，拉线  $CE$  和地面所成的角  $\angle CED = 60^\circ$ ，在离电线杆 6 米的  $B$  处安置高为 1.5 米的测角仪  $AB$ ，在  $A$  处测得电线杆上  $C$  处的仰角为  $30^\circ$ ，求拉线  $CE$  的长（结果保留根号）。



21. 如图，一次函数  $y_1 = kx + 2$  的图象与  $x$  轴交于点  $B(-2, 0)$  与函数  $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图像交于点  $A(1, a)$ 。
- (1) 求  $a$ ， $k$  和  $m$  的值；
- (2) 将函数  $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象沿  $y$  轴向下平移 3 个单位长度后交  $x$  轴于点  $C$ ，若点  $D$  是平移后的函数图象上一点，且  $\triangle BCD$  的面积是 3，直接写出点  $D$  的坐标。



- 

8 / 23

五、解答题（共3道小题，第23题7分，第24、25题各8分，共23分）

23. 已知抛物线  $y = ax^2 - (a+c)x + c$ （其中  $a \neq c$  且  $a \neq 0$ ）.

(1) 求此抛物线与  $x$  轴的交点坐标（用  $a, c$  的代数式表示）；

(2) 若经过此抛物线顶点  $A$  的直线  $y = -x + k$  与此抛物线的另一个交点为  $B(\frac{a+c}{a}, -c)$ ，求此抛物线的解析式；

(3) 点  $P$  在 (2) 中  $x$  轴上方的抛物线上，直线  $y = -x + k$  与  $y$  轴的交点为  $C$ .

若  $\tan \angle POB = \frac{1}{4} \tan \angle POC$ ，求点  $P$  的坐标.

24. 已知四边形  $ABCD$  中， $E, F$  分别是  $AB, AD$  边上的点， $DE$  与  $CF$  交于点  $G$ .

(1) 如图1，若四边形  $ABCD$  是矩形，且  $DE \perp CF$ ，求证： $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ ；

(2) 如图2，若四边形  $ABCD$  是平行四边形，试探究：当  $\angle B$  与  $\angle EGC$  满足什么关系时，使得  $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$  成立？并证明你的结论；

(3) 如图3，若  $BA = BC = 6$ ， $DA = DC = 8$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $DE \perp CF$ ，请直接写出  $\frac{DE}{CF}$  的值.

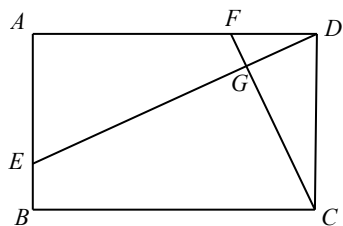


图1

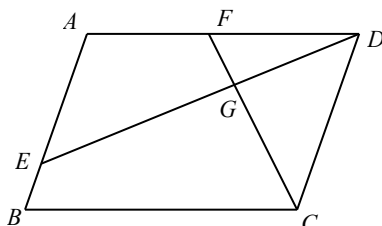


图2

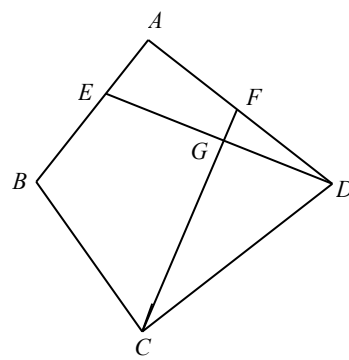


图3

25. 定义一种变换：平移抛物线  $F_1$  得到抛物线  $F_2$ ，使  $F_2$  经过  $F_1$  的顶点  $A$ 。设  $F_2$  的对称轴分别交  $F_1$ 、 $F_2$  于点  $D$ 、 $B$ ，点  $C$  是点  $A$  关于直线  $BD$  的对称点。

(1) 如图1，若  $F_1: y = x^2$ ，经过变换后，得到  $F_2: y = x^2 + bx$ ，点  $C$  的坐标为  $(2, 0)$ ，则：

①  $b$  的值等于\_\_\_\_\_；

② 四边形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_；

(2) 如图2，若  $F_1: y = ax^2 + c$ ，经过变换后点  $B$  的坐标为  $(2, c-1)$ ，求出  $\triangle ABD$  的面积；

(3) 如图3，若  $F_1: y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ ，经过变换后， $AC = 2\sqrt{3}$ ，点  $P$  是直线  $AC$  上的动点，则点  $P$  到点  $D$  的距离和到直线  $AD$  的距离之和的最小值为\_\_\_\_\_。

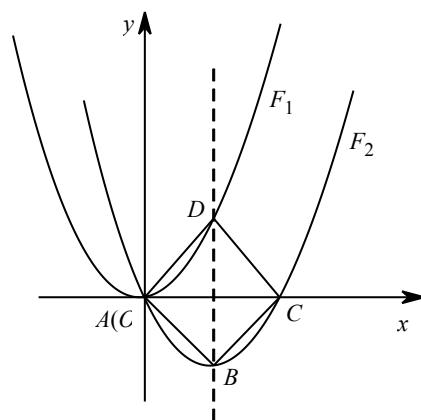


图1

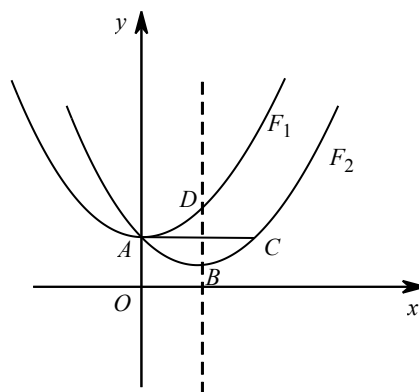


图2

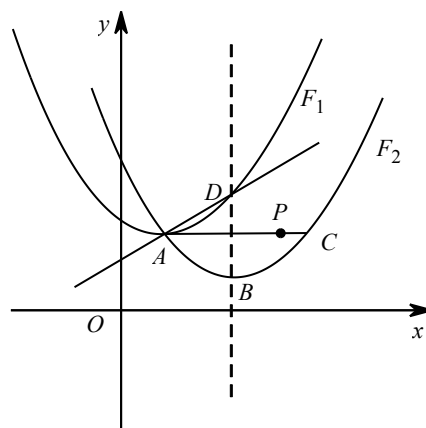


图3

## 2014北京八中初三上期末数学试卷答案

一、选择题（本题共8道小题，每小题4分，共32分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	C	B	A	B	A	A

二、填空题（本题共4道小题，每小题4分，共16分）

题号	9	10	11	12
答案	$y = \frac{4}{x}$	6	$\frac{8}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$	$2, 2^n$

三、解答题（共6道小题，第13题4分，第14-18题各5分，共29分）

13. 解：原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}$   
 $= 1$ .

14. 解：  $x^2 - 4x - 6 = 0$  ,  
 $x^2 - 4x + 4 = 4 + 6$  ,  
 $(x - 2)^2 = 10$  ,  
 $x = \pm\sqrt{10} + 2$  ,  
 $x_1 = 2 + \sqrt{10}$  ,  $x_2 = 2 - \sqrt{10}$  .

15. 原式  $= x^2 + 2x + 1 - 2x + y^2 - 2xy$   
 $= (x^2 - 2xy + y^2) + 1$   
 $= (x - y)^2 + 1$   
 $\therefore x - y = \sqrt{3}$  ,  
 $\therefore$  原式  $= 3 + 1 = 4$  .

16. 解： (1)  $AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$  ,  $BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$  .  
 (2)  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  .  
 $\therefore AB = 2$  ,  $AC = 2\sqrt{2}$  ,  $AC = 2\sqrt{5}$  ,  
 $DE = \sqrt{2}$  ,  $EF = 2$  ,  $DE = \sqrt{10}$  .  
 $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EF} = \frac{AC}{DE} = \sqrt{2}$  .



$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF .$$

17. 解: (1) 与  $y$  轴的交点坐标是  $(0, 3)$ ,

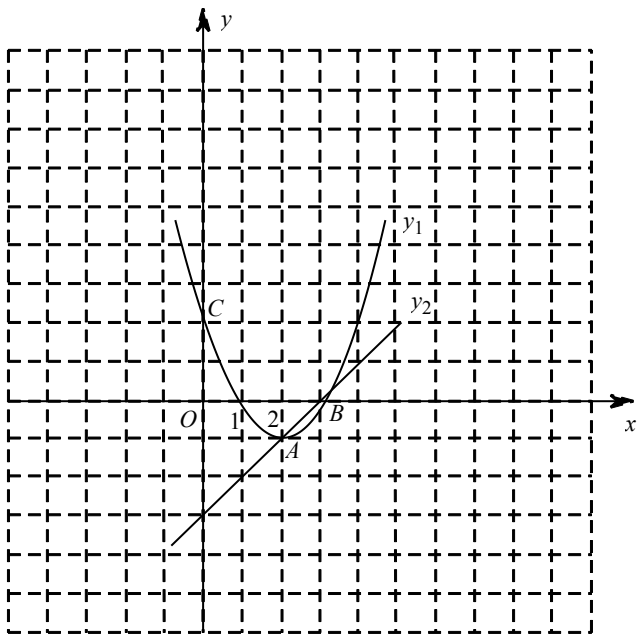
$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3,$$

与  $x$  轴的交点坐标是  $(1, 0)$ ,  $(3, 0)$ .

(2) 列表如下:

$x$	...	0	1	2	3	4	...
$y$	...	3	0	-1	0	3	...

画图如下:

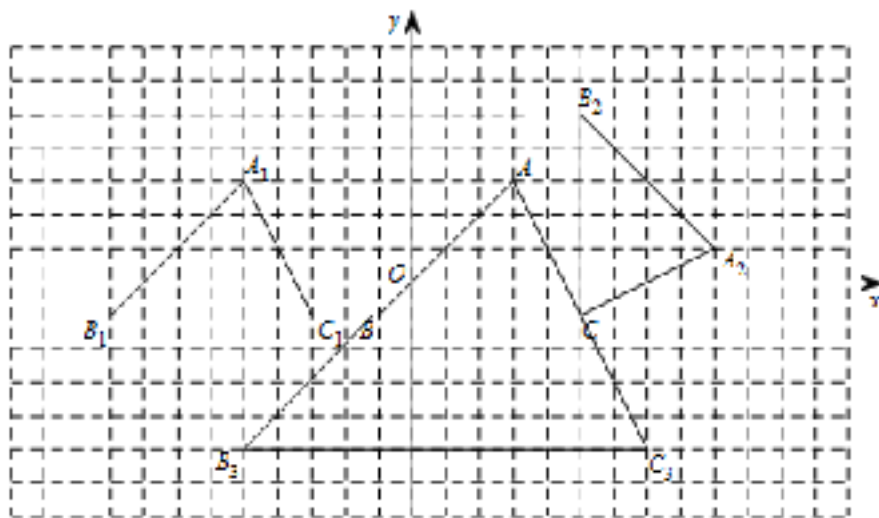


(3) 直线  $y_2 = x - 3$  与抛物线  $y_1 = x^2 - 4x + 3$  交于  $A$ 、 $B$  两点, 根据图象直接  $y_1 > y_2$  时,  $x$  的取值范围  $x < 2$  或  $x > 3$ .

18. 解: (1) 如图所示,  $B_1(-9, -1)$ ;

(2) 如图所示,  $B_2(5, 5)$ ;

(3) 如图所示.



19. 解: (1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle ADC = \angle A = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\therefore CM \perp DE,$$

$$\therefore \angle MCD + \angle MDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DCM,$$

$$\therefore \triangle CMD \sim \triangle DAE,$$

$$\frac{CM}{DA} = \frac{CD}{DE},$$

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中,  $AE = 2 \text{ cm}$ ,  $AD = CD = 4 \text{ cm}$ ,

$$\therefore DE = 2\sqrt{5},$$

$$\frac{CM}{4} = \frac{4}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore CM = \frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ cm}.$$

(2) 过点  $M$  作  $MH \perp BC$  于  $H$ ,

$$\therefore MH \perp BC,$$

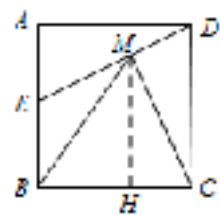
$$\therefore \angle MHC = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore MH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CMH = \angle MCD = \angle ADE,$$

$$\therefore \sin \angle CMH = \sin \angle ADE = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{8}{5} \text{ cm}, \quad MH = \frac{16}{5} \text{ cm}.$$



$$\therefore BH = BC - CH = 4 - \frac{8}{5} = \frac{12}{5} \text{ cm}.$$

在  $\text{Rt}\triangle MHB$  中,  $\angle MHB = 90^\circ$ ,  $MH = \frac{16}{5} \text{ cm}$ ,  $BH = \frac{12}{5} \text{ cm}$ ,  
 $BM = 4 \text{ cm}$ ,

$$\therefore \sin \angle MBH = \frac{MH}{BM} = \frac{4}{5}.$$

20. 解: 过点  $A$  作  $AM \perp CD$  于  $M$ ,

依题可知, 四边形  $ABDM$  为矩形,

$$AM = BD = 6 \text{ m}, \quad AB = DM = \frac{3}{2} \text{ m},$$

在  $\text{Rt}\triangle AMC$  中,  $\angle AMC = 90^\circ$ ,  $\angle CAM = 30^\circ$ ,  $AM = 6 \text{ m}$ ,

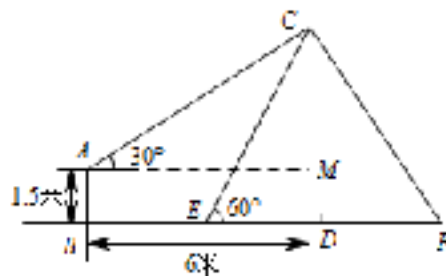
$$\therefore CM = 2\sqrt{3} \text{ m},$$

$$\therefore CD = CM + DM = (2\sqrt{3} + \frac{3}{2}) \text{ m},$$

在  $\text{Rt}\triangle CDE$  中,  $\angle CDE = 90^\circ$ ,  $\angle CED = 60^\circ$ ,

$$\therefore DE = (2 + \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ m}, \quad CE = 2ED = (4 + \sqrt{3}) \text{ m}.$$

即拉线  $CE$  的长为  $4 + \sqrt{3}$  米.



21. 解: (1) 将点  $B(-2, 0)$  代入一次函数  $y_1 = kx + 2$ ,  
 $-2k + 2 = 0$ ,  $k = 1$ ,

一次函数解析式为  $y_1 = x + 2$ ,

将  $A(1, a)$  坐标代入  $y_1 = x + 2$ , 得  $a = 3$ ,  $A(1, 3)$ ,

将  $A(1, 3)$  坐标代入  $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ , 得  $m = 3$ .

即  $a = 3$ ,  $k = 1$ ,  $m = 3$ .

(2) 反比例函数  $y_2 = \frac{3}{x} (x > 0)$  向下平移 3 个单位得,  $y = \frac{3}{m} - 3$ , 与  $x$  轴的交点为  $C(1, 0)$ ,  
 $\therefore BC = 4$ ,

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times BC \times |y_D| = 3, \quad |y_D| = \frac{3}{2}.$$

当  $\frac{3}{x} - 3 = \frac{3}{2}$  时,  $x = \frac{2}{3}$ , 即  $D(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ ;

当  $\frac{3}{x} - 3 = -\frac{3}{2}$  时,  $x = 2$ , 即  $D(2, -\frac{3}{2})$ .

即点  $D$  的坐标为  $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$  或  $(2, -\frac{3}{2})$ .

22. 解: 【结论运用】5, 4;

由题可知, 四边形  $EBFD$  为菱形,

$$PG + PH = FM = FN = CD = 4.$$

【迁移拓展】 $(2\sqrt{13} + 6) \text{ dm}$ .

延长  $AD$ 、 $BC$  交于  $P$  点, 过点  $B$  作  $BH \perp AP$  于点  $H$ ,

$\therefore ED \perp AD$ ,  $EC \perp CB$ ,  $AM = EM$ ,  $BN = EN$ ,

$\therefore DM = ME = AM$ ,  $CN = BN = EN$ .

$\therefore AD \cdot CE = DE \cdot BC$ ,

$$\frac{AD}{BC} = \frac{DE}{CE},$$

$\therefore \angle ADE = \angle BCE = 90^\circ$ ,

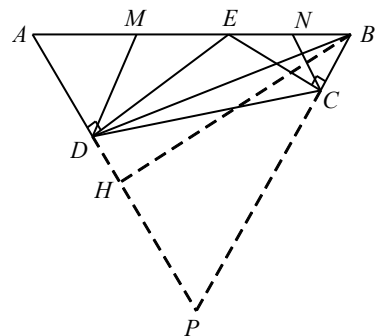
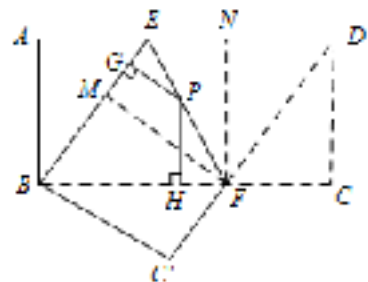
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BCE$ ,

$\therefore \angle A = \angle ABC$ ,

$\therefore PA = PB$ .

由结论可知,  $DE + CE = BH$ .

设  $DH = a$ ,  $BH = b$ ,



由勾股定理可得,  $\begin{cases} a^2 + b^2 = BD^2 = 37 \\ (a+3)^2 + b^2 = AB^2 = 52 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$ .

即  $DE + CE = BH = 6$ .

$\triangle DEM$  与  $\triangle CEN$  的周长之和为  $= AB + BH = (2\sqrt{13} + 6) \text{ dm}$ .

23. 解: (1) 令  $y = 0$ ,  $ax^2 - (a+c)x + c = 0$ ,  
 $(ax - c)(x - 1) = 0$ ,

解得  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = \frac{c}{a}$ .

$\therefore$  此抛物线与  $x$  轴的交点坐标为  $(1, 0)$  或  $(\frac{c}{a}, 0)$ .

(2) 抛物线顶点  $A$  点坐标为  $(\frac{a+c}{2a}, -\frac{(a-c)^2}{4a})$ ,  $A$  点在直线  $y = -x + k$  上,

点  $B(\frac{a+c}{a}, -c)$  既在直线  $y = -x + k$  上, 也在抛物线  $y = ax^2 - (a+c)x + c$  上,

$$\begin{cases} -\frac{a+c}{a} + k = -c \\ -\frac{a+c}{2a} + k = -\frac{(a-c)^2}{4a} \\ a(\frac{a+c}{a})^2 - \frac{(a+c)^2}{a} + c = -c \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = -2 \\ c = 0 \\ k = -2 \end{cases}.$$

$\therefore$  抛物线的解析式  $y = -2x^2 + 2x$ .

(3) 设  $P(m, n)$ ,  $m > 0$ ,  $n > 0$ ,

$\tan \angle POB = \frac{1}{4} \tan \angle POC$ ,

$\therefore \frac{n}{m} = \frac{1}{4} \cdot \frac{m}{n}$ ,  $m^2 = 4n^2$ ,  $m = 2n$ ,

$\therefore$  点  $P$  在抛物线上,

$\therefore -2m^2 + 2m = n$ ,  $-2 \times (2n)^2 + 2 \times 2n = n$ ,

$-8n^2 + 4n = n$ ,  $8n^2 - 3n = 0$ ,

$n = 0$  (舍),  $n = \frac{3}{8}$ ,  $m = \frac{3}{4}$ .

即点  $P$  的坐标为  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{8})$ .

24. 证明: (1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore \angle A = \angle ADC = 90^\circ$ ,

$\therefore DE \perp CF$ ,

$\therefore \angle ADE + \angle CDG = \angle DCF + \angle CDG = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ADE = \angle DCF$ ,

$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CDF$ ,

$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ .

(2) 当  $\angle B + \angle EGC = 180^\circ$  时,  $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ .

以  $C$  为圆心,  $CD$  长为半径画圆交  $AD$  于  $M$ , 连接  $CM$ ,  
由此可知,  $CD = CM$ ,  $\angle ADC = \angle CMD$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore \angle B = \angle ADC = \angle CMD$ ,

$\therefore \angle A + \angle B = \angle AMC + \angle CMD = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle A = \angle AMC$ .

$\therefore \angle B + \angle EGC = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle A = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle A = \angle EGC$ ,

$\therefore \angle A + \angle EGF = 180^\circ$ ,  $\angle AED + \angle AFC = \angle CFD + \angle AFC = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle AED = \angle CFD$ .

$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CMF$ ,

$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM} = \frac{AD}{CD}$ .

(3) 过点  $C$  作  $CM \perp AD$  于  $M$ , 连结  $BD$ 、 $AC$  交于点  $O$ ,

$\therefore DE \perp CF$ ,  $\angle EAD = \angle CMF = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AED = \angle MFC$ ,

$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CMF$ ,

$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM}$ .

$\therefore BA = BC = 6$ ,  $DA = DC = 8$ ,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCD$ .

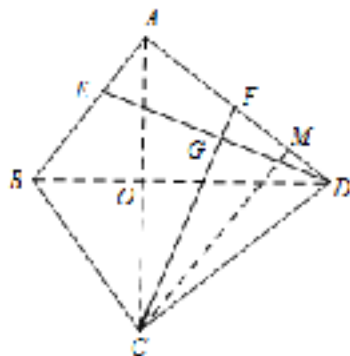
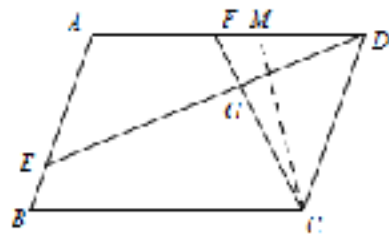
在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $BD = 10$ ,

易得  $AO = \frac{24}{5}$ ,  $BO = \frac{18}{5}$ ,  $DO = \frac{32}{5}$ ,

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \times DO = \frac{1}{2} AD \times CM$ ,

$\therefore CM = \frac{AC \times OD}{AD} = \frac{192}{25}$ .

$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM} = \frac{25}{24}$ .



25. 解: (1)  $b = -2$ ,  $S_{\text{四}ABCD} = 2$ .

(2) 依题可知  $A(0, c)$ ,

平移后的抛物线解析式为  $y = a(x-2)^2 + c - 1$ , 经过点  $A$ ,

解得  $a = \frac{1}{4}$ ,

$$y = \frac{1}{4}x^2 + c$$

$$\therefore BD = 2 \text{ ,}$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

$$(3) \quad y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{3}.$$

设  $B(1+\sqrt{3}, n)$ ，平移后的解析式为  $y = \frac{1}{3}(x-1-\sqrt{3})^2 + n$ ，点  $A$  在抛物线上，

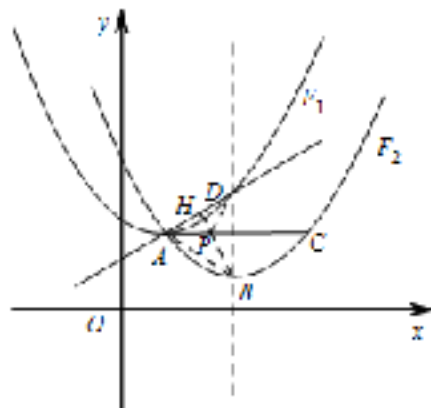
$$\therefore \frac{1}{3} \times (\sqrt{3})^2 + n = 2, \text{ 解得 } n = 1.$$

$$\therefore AB = AD = BD = 2,$$

$\therefore \triangle ABD$  为等边三角形.

此时点  $P$  到点  $D$  的距离和到直线  $AD$  的距离之和的最小,

最小值为  $BH = \sqrt{3}$  .





## 2014北京八中初三上期中数学试卷部分解析

### 一、选择题

1. 【答案】C

【解析】 $3x = 4y$ ,  $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ , 设  $x = 3k$ ,  $y = 4k$ ,  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{4k+3k}{4k-3k} = 7$ .

故选: C.

2. 【答案】D

【解析】函数  $y = (3m-1)x^{m^2-2}$  是反比例函数, 在每一个象限内  $y$  随  $x$  增大而增大,  $\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ 3m - 1 < 0 \end{cases}$ , 解得  $m = -1$ .

故选: D.

3. 【答案】C

【解析】任意两个等边三角形一定相似.

故选: C.

4. 【答案】B

【解析】抛物线  $y = 2x^2$  先向左平移 3 个单位, 在向上平移 4 个单位, 得到的抛物线解析式为  $y = 2(x+3)^2 + 4$ .

故选: B.

5. 【答案】A

【解析】依题可知,  $AM = CM$ ,  $BN = CN$ ,  $MN \parallel AB$ ,  $MN = \frac{1}{2}AB$ ,  $\triangle CMN \sim \triangle CAB$ .

故选: A.

6. 【答案】B

【解析】二次函数  $y = 2(x+1)(x-a)$ , 对称轴为直线  $x = 2$ ,  $\frac{-1+a}{2} = 2$ ,  $a = 5$ .

故选: B.

7. 【答案】A

【解析】依图可知  $\tan \angle CBD = \frac{1}{2}$ .

故选: A.

8. 【答案】A

【解析】依题可知,  $A(m, 1+m^2)$ ,  $C(0, 1)$ ,  $B(-m, 1+m^2)$ ,  $AB = |2m|$ ,  $BC^2 = m^2 + m^4$ ,

四边形  $ABCP$  为菱形,  $AB = BC$ ,  $4m^2 = m^2 + m^4$ ,  $m^2(m^2 - 3) = 0$ ,  $m = \pm\sqrt{3}$ .

故选: A.

## 二、填空题

9. 【答案】  $y = \frac{4}{x}$

【解析】由反比例函数的几何意义可知,  $y = \frac{4}{x}$ .

故答案为:  $y = \frac{4}{x}$ .

10. 【答案】 6

【解析】抛物线  $y = x^2 - 4x + c$  的顶点为  $(2, c-4)$ , 且它在直线  $y = x$  上,  $c-4=2$ ,  $c=6$ .  
故答案为: 6.

11. 【答案】  $\frac{8}{5}$  或  $\frac{5}{2}$

【解析】当  $\triangle AEF \sim \triangle ABC$  时,  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ ,  $AF = \frac{8}{5}$ ;

当  $\triangle AEF \sim \triangle ACB$  时,  $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ ,  $AF = \frac{5}{2}$ .

故答案为:  $\frac{8}{5}$  或  $\frac{5}{2}$ .

12. 【答案】 2,  $2^n$

【解析】依题意可知,  $A(0, a)$ ,  $B(-\sqrt{a}, a)$ ,  $C(-2\sqrt{a}, a)$ ,  $BC = \sqrt{a}$ ;

$B_1(-2\sqrt{a}, 4a)$ ,  $C_1(-4\sqrt{a}, 4a)$ ,  $B_1C_1 = 2\sqrt{a}$ ,  $\frac{B_1C_1}{BC} = 2$ ;

$B_2(-4\sqrt{a}, 16a)$ ,  $C_2(-8\sqrt{a}, 16a)$ ,  $B_2C_2 = 4\sqrt{a}$ ,

$B_3(-8\sqrt{a}, 64a)$ ,  $C_3(-16\sqrt{a}, 64a)$ ,  $B_3C_3 = 8\sqrt{a}$ ,

$B_4(-16\sqrt{a}, 256a)$ ,  $C_4(-32\sqrt{a}, 256a)$ ,  $B_4C_4 = 16\sqrt{a}$ ,

┉

$B_nC_n = 2^n\sqrt{a}$ ,  $\frac{B_nC_n}{BC} = 2^n$ .

故答案为: 2,  $2^n$ .