



2014年北京八中初三上期中数学试卷

一、选择题（共8道小题，每小题4分，共32分）

1. 已知 $3x = 4y$ ，则 $\frac{x+y}{x-y}$ 的值为（ ）.

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{7}{3}$

C. 7

D. $\frac{4}{7}$

2. 函数 $y = (3m-1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数，在每一个象限内 y 随 x 增大而增大，则 m 值为（ ）.

A. $\pm\sqrt{3}$

B. ± 1

C. 1

D. -1

3. 在下面的图形中，形状相似的一组是（ ）.

A. 任意两个等腰三角形

B. 任意两个矩形

C. 任意两个等边三角形

D. 任意两个菱形

4. 将抛物线 $y = 2x^2$ 先向左平移3个单位，在向上平移4个单位，则得到的抛物线解析式为（ ）.

A. $y = 2(x-3)^2 + 4$

B. $y = 2(x+3)^2 + 4$

C. $y = 2(x-3)^2 - 4$

D. $y = 2(x+3)^2 - 4$

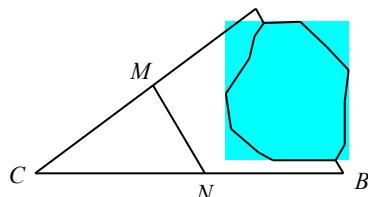
5. 如图，A、B 两地被池塘隔开，小明通过下列方法测出了 A、B 间的距离：先在 AB 外选一点 C，然后测出 AC、BC 的中点 M、N，并测量出 MN 的长为 12m，由此他就知道了 A、B 间的距离，有关他这次探究活动的描述错误的是（ ）.

A. $CM : MA = 1 : 2$

B. $MN \parallel AB$

C. $\triangle CMN \sim \triangle CAB$

D. $AB = 24 \text{ m}$



6. 已知二次函数 $y = 2(x+1)(x-a)$ ，其中 $a > 0$ ，且对称轴为直线 $x=2$ ，则 a 的值是（ ）.

A. 3

B. 5

C. 7

D. 不能确定

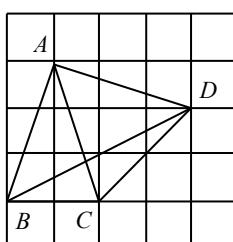
7. 如图，四边形 ABCD 的顶点都在正方形网格的格点上，则 $\tan \angle CBD$ 的值为（ ）.

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



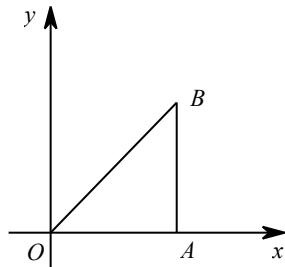


8. 已知抛物线 $C_1: y = -x^2 + 2mx + 1$ (m 为常数, 且 $m \neq 0$) 的顶点为 A , 与 y 轴交于点 C , 抛物线 C_2 与抛物线 C_1 关于 y 轴对称, 其顶点为 B , 若点 P 是抛物线 C_1 上的点, 使得四边形 $ABCP$ 为菱形, 则 m 为 ().
- A. $\pm\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\pm\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$



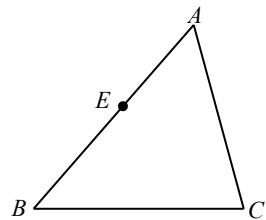
二、填空题（共4道小题，每小题4分，共16分）

9. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\text{Rt}\triangle OAB$ 的面积为2，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 经过点 B ，这个函数的表达式为_____.

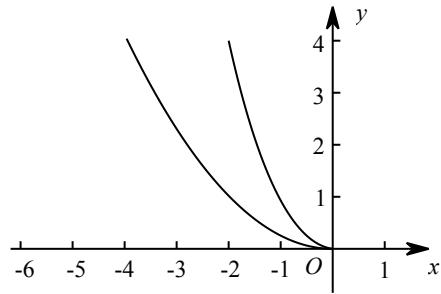


10. 若抛物线 $y = x^2 - 4x + c$ 的顶点在直线 $y = x$ 上，则 c 的值是_____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 5$ ， $AC = 4$ ， E 是 AB 上一点， $AE = 2$ ，在 AC 上取一点 F ，使以 A 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，则 AF 的长为_____.



12. 如图，抛物线 $y_1 = x^2 (x < 0)$ 与 $y_2 = \frac{1}{4}x^2 (x < 0)$ ， A 点坐标为 $(0, a)$ ，过 A 点作平行于 x 轴的直线交 y_1 于 B 点，交 y_2 于 C 点，第一次操作：过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 于点 B_1 ，直线 $B_1C_1 \parallel BC$ 交 y_2 于点 C_1 ，第二次操作：过点 C_1 作 y 轴的平行线交 y_1 于点 B_2 ，直线 $B_2C_2 \parallel B_1C_1$ 交 y_2 于点 C_2 ，若 a 为任意正实数，通过探究，直接写出 $\frac{B_1C_1}{BC} =$ _____， n 次操作后 $\frac{B_nC_n}{BC} =$ _____.



三、解答题（共6道小题，第13题4分，第14~18题各5分，共29分）

13. 计算： $2\cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ - \tan 60^\circ$.



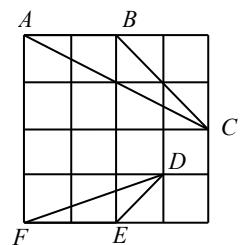
14. 解方程: $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 = 0$.

15. 已知 $x - y = \sqrt{3}$, 求代数式 $(x+1)^2 - 2x + y(y-2x)$.

16. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点上.

(1) 填空: $AC = \underline{\hspace{2cm}}$, $BC = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似, 并证明你的结论.





17. 对于抛物线 $y_1 = x^2 - 4x + 3$.

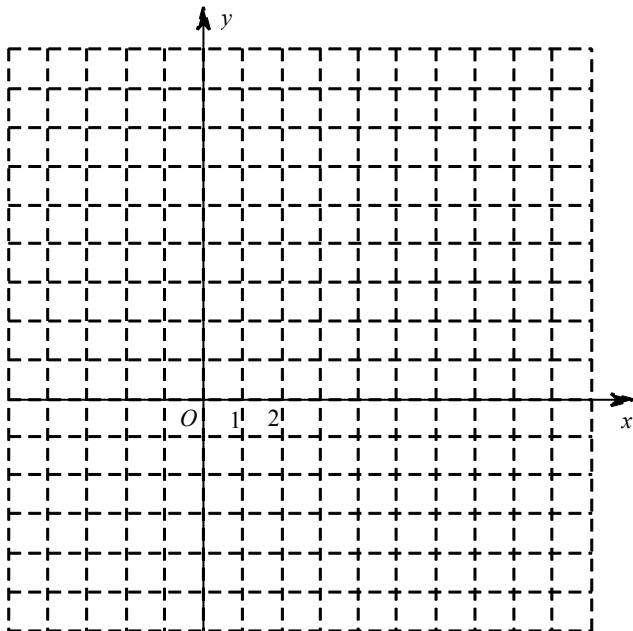
(1) 与 y 轴的交点坐标是_____;

与 x 轴的交点坐标是_____;

(2) 在坐标系中利用描点法画出抛物线:

| | | | | | | |
|-----|-----|--|--|--|--|-----|
| x | ... | | | | | ... |
| y | ... | | | | | ... |

(3) 直线 $y_2 = x - 3$ 与抛物线 $y_1 = x^2 - 4x + 3$ 交于 A 、 B 两点, 根据图象直接 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围_____.



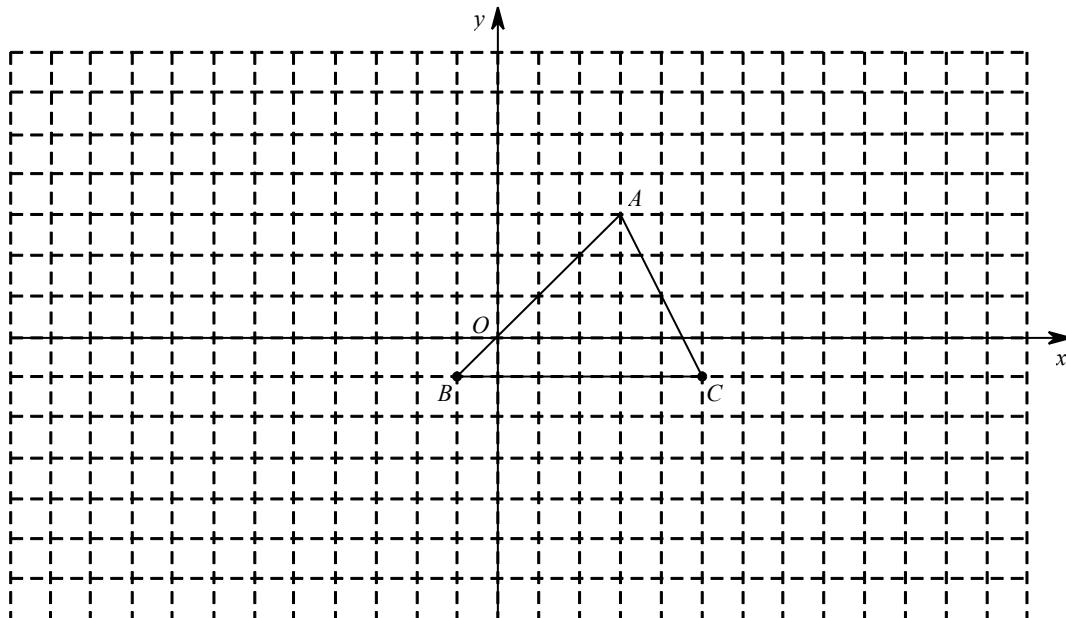


18. 如图，方格纸中的每个小方格都是边长为1的正方形，我们把以格点间连线围成的三角形称为格点三角形，图中的 $\triangle ABC$ 就是格点三角形，在建立平面直角坐标系后，点B的坐标为 $(-1, -1)$.

(1) 把 $\triangle ABC$ 向左平移8格后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的图形并直接写出 B_1 的坐标为_____.

(2) 把 $\triangle ABC$ 绕点C按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C$ ，画出 $\triangle A_2B_2C$ 的图形并直接写出 B_2 的坐标为_____.

(3) 在现有坐标系下把 $\triangle ABC$ 以点A为位似中心放大，使放大前后对应边的比为 $1:2$ ，画出 $\triangle AB_3C_3$.

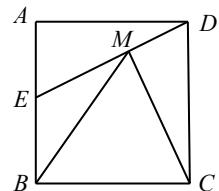


四、解答题（共4道小题，每小题5分，共20分）

19. 如图，正方形ABCD的边长为 4 cm ，E是AB边上一点， $AE = 2$ ， $CM \perp DE$ ，垂足为M.

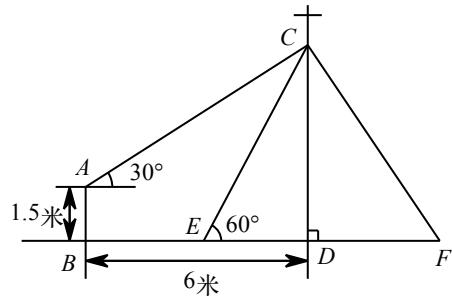
(1) 求 CM 长；

(2) 连接BM，求 $\sin \angle CBM$ 的值.





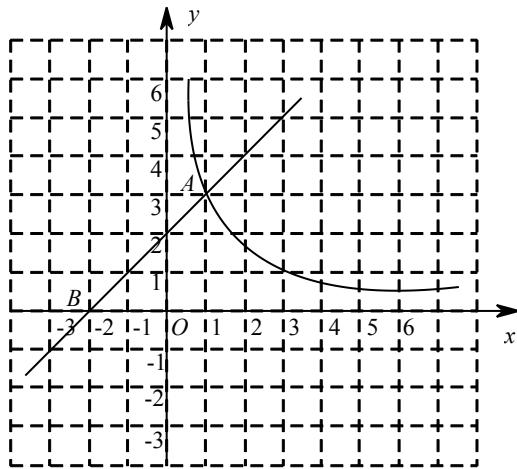
20. 如图, 在电线杆 CD 上的 C 处引拉线 CE , CF 固定电线杆, 拉线 CE 和地面所成的角 $\angle CED = 60^\circ$, 在离电线杆6米的 B 处安置高为1.5米的测角仪 AB , 在 A 处测得电线杆上 C 处的仰角为 30° , 求拉线 CE 的长 (结果保留根号) .



21. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$ 与函数 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 $A(1, a)$.

(1) 求 a , k 和 m 的值;

(2) 将函数 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象沿 y 轴向下平移3个单位长度后交 x 轴于点 C , 若点 D 是平移后的函数图象上一点, 且 $\triangle BCD$ 的面积是3, 直接写出点 D 的坐标.





22. 【问题探究】张老师给爱好学习的小军和小俊提出这样一个问题：如图1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点P为边BC上任一点，过点P作 $PD \perp AB$ ， $PE \perp AC$ ，垂足分别是D，E，过点C作 $CE \perp AB$ ，垂足为F，求证： $PD + PE = CF$.

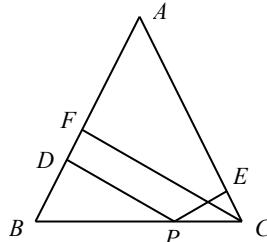


图1

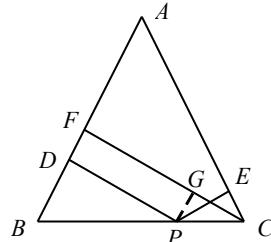


图2

小军的证明思路是：如图1，由于 $\angle ABC = \angle ACB$ ，则 $\sin \angle ABC = \sin \angle ACB$ ，可以证得： $PD + PE = CF$ ；

小俊的证明思路是：如图2，过点P作 $PG \perp CF$ ，垂足为G，可以证明得： $PD = GF$ ， $PE = CG$ ，则 $PD + PE = CF$.

【结论运用】如图3，将矩形ABCD沿EF折叠，使点D落在点B上，点C落在点 C' 处，点P为折痕EF上的任意一点，过点P作 $PG \perp BE$ ， $PH \perp BC$ ，垂足分别为G，H，若 $AD = 8$ ， $CD = 4$ ，则 BF 的长为_____， $PG + PH$ 的值为_____；

【迁移拓展】图4是一个航模的平面示意图，在四边形ABCD中，E为AB边上的一点， $ED \perp AD$ ， $EC \perp CB$ ，垂足分别是D、C，且 $AD \cdot CE = DE \cdot BC$ ， $AB = 2\sqrt{13}$ dm， $AD = 3$ dm， $BD = \sqrt{37}$ dm，M、N分别为AE、BE的中点，连接DM、CN，求 $\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和.

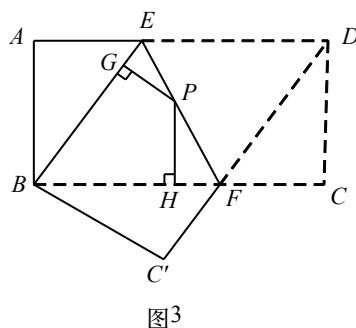


图3

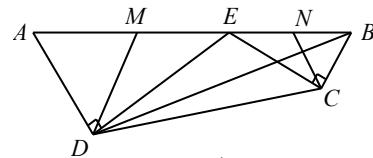


图4



五、解答题（共3道小题，第23题7分，第24、25题各8分，共23分）

23. 已知抛物线 $y = ax^2 - (a+c)x + c$ （其中 $a \neq c$ 且 $a \neq 0$ ）.

(1) 求此抛物线与 x 轴的交点坐标（用 a , c 的代数式表示）；

(2) 若经过此抛物线顶点 A 的直线 $y = -x + k$ 与此抛物线的另一个交点为 $B(\frac{a+c}{a}, -c)$ ，求此抛物线的解析式；

(3) 点 P 在 (2) 中 x 轴上方的抛物线上，直线 $y = -x + k$ 与 y 轴的交点为 C .

若 $\tan \angle POB = \frac{1}{4} \tan \angle POC$ ，求点 P 的坐标.

24. 已知四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 AD 边上的点， DE 与 CF 交于点 G .

(1) 如图1，若四边形 $ABCD$ 是矩形，且 $DE \perp CF$ ，求证： $\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ ；

(2) 如图2，若四边形 $ABCD$ 是平行四边形，试探究：当 $\angle B$ 与 $\angle EGC$ 满足什么关系时，使得

$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}$ 成立？并证明你的结论；

(3) 如图3，若 $BA = BC = 6$ ， $DA = DC = 8$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $DE \perp CF$ ，请直接写出 $\frac{DE}{CF}$ 的值.

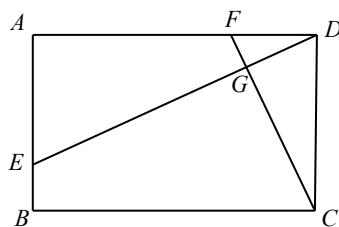


图1

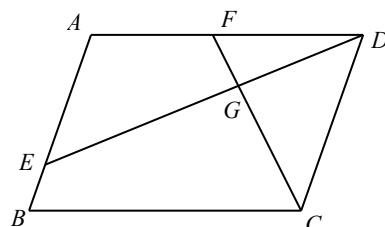


图2

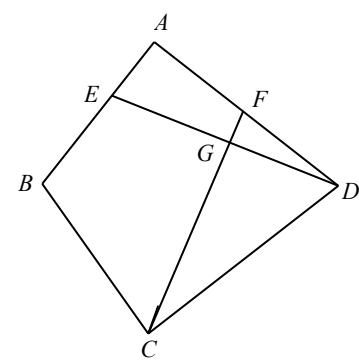


图3



25. 定义一种变换：平移抛物线 F_1 得到抛物线 F_2 ，使 F_2 经过 F_1 的顶点 A 。设 F_2 的对称轴分别交 F_1 、 F_2 于点 D 、 B ，点 C 是点 A 关于直线 BD 的对称点。

(1) 如图1，若 $F_1 : y = x^2$ ，经过变换后，得到 $F_2 : y = x^2 + bx$ ，点 C 的坐标为 $(2, 0)$ ，则：

① b 的值等于_____；

②四边形 $ABCD$ 的面积为_____；

(2) 如图2，若 $F_1 : y = ax^2 + c$ ，经过变换后点 B 的坐标为 $(2, c-1)$ ，求出 $\triangle ABD$ 的面积；

(3) 如图3，若 $F_1 : y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ ，经过变换后， $AC = 2\sqrt{3}$ ，点 P 是直线 AC 上的动点，则点 P 到点 D 的距离和到直线 AD 的距离之和的最小值为_____。

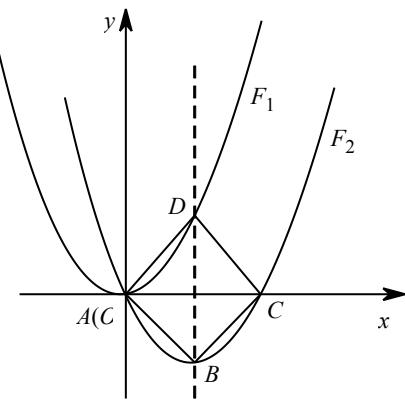


图1

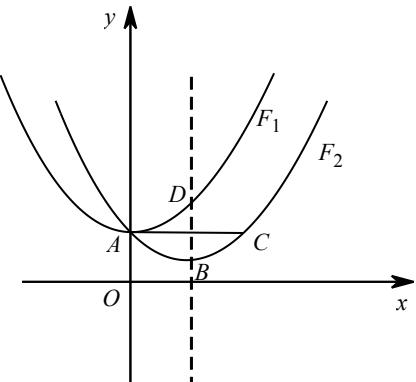


图2

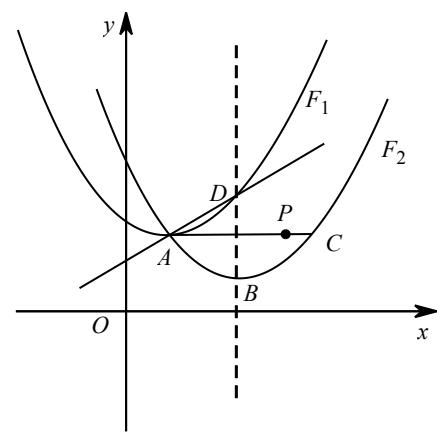


图3



2014北京八中初三上期末数学试卷答案

一、选择题（本题共8道小题，每小题4分，共32分）

| | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | C | D | C | B | A | B | A | A |

二、填空题（本题共4道小题，每小题4分，共16分）

| | | | | |
|----|-------------------|----|-------------------------------|----------|
| 题号 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | $y = \frac{4}{x}$ | 6 | $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$ | $2, 2^n$ |

三、解答题（共6道小题，第13题4分，第14-18题各5分，共29分）

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \\ 13. \text{ 解: 原式} &= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14. \text{ 解: } &x^2 - 4x - 6 = 0, \\ &x^2 - 4x + 4 = 4 + 6, \\ &(x - 2)^2 = 10, \\ &x = \pm\sqrt{10} + 2, \\ &x_1 = 2 + \sqrt{10}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{10}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15. \text{ 原式} &= x^2 + 2x + 1 - 2x + y^2 - 2xy \\ &= (x^2 - 2xy + y^2) + 1 \\ &= (x - y)^2 + 1 \\ &\because x - y = \sqrt{3}, \\ &\therefore \text{原式} = 3 + 1 = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16. \text{ 解: (1)} \quad &AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}, \quad BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}. \\ &\text{(2)} \quad \triangle ABC \sim \triangle DEF. \\ &\therefore AB = 2, \quad AC = 2\sqrt{2}, \quad BC = 2\sqrt{5}, \\ &DE = \sqrt{2}, \quad EF = 2, \quad DF = \sqrt{10}. \\ &\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{DF} = \sqrt{2} \end{aligned}$$



$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$.

17. 解: (1) 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 3)$,

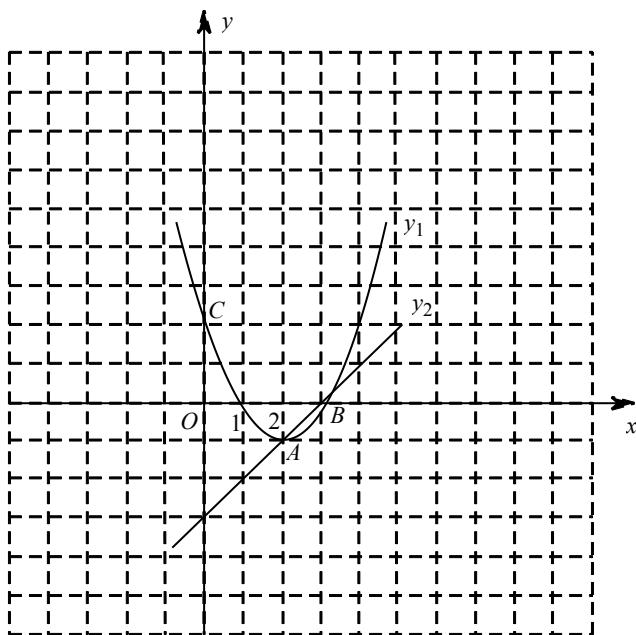
$$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3) = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3,$$

与 x 轴的交点坐标是 $(1, 0), (3, 0)$.

(2) 列表如下:

| | | | | | | | |
|-----|-----|---|---|----|---|---|-----|
| x | ... | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... |
| y | ... | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | ... |

画图如下:

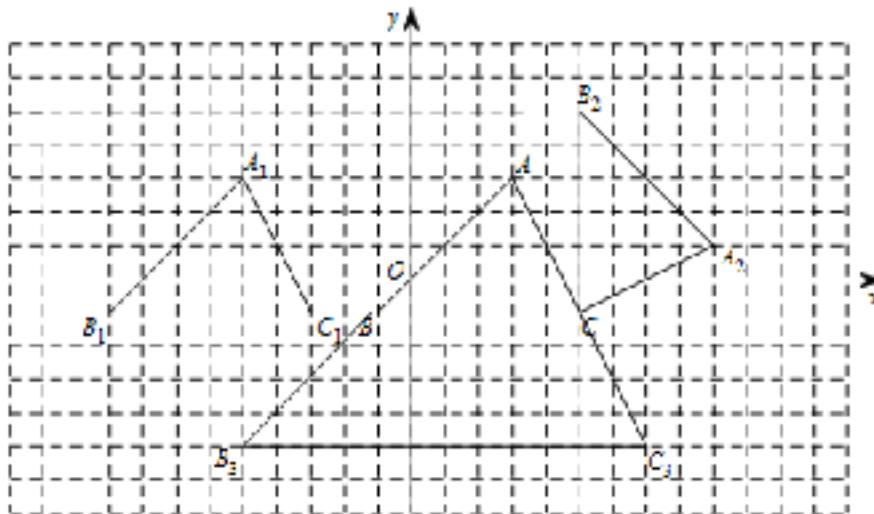


(3) 直线 $y_2 = x - 3$ 与抛物线 $y_1 = x^2 - 4x + 3$ 交于 A 、 B 两点, 根据图象直接 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围 $x < 2$ 或 $x > 3$.

18. 解: (1) 如图所示, $B_1(-9, -1)$;

(2) 如图所示, $B_2(5, 5)$;

(3) 如图所示.



19. 解: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ADC = \angle A = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ.$$

$$\therefore CM \perp DE,$$

$$\therefore \angle MCD + \angle MDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DCM.$$

$$\therefore \triangle CMD \sim \triangle DAE,$$

$$\therefore \frac{CM}{DA} = \frac{CD}{DE}.$$

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AE = 2\text{ cm}$, $AD = CD = 4\text{ cm}$,

$$\therefore DE = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{CM}{4} = \frac{4}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore CM = \frac{8\sqrt{5}}{5}\text{ cm}.$$

(2) 过点 M 作 $MH \perp BC$ 于 H ,

$$\therefore MH \perp BC,$$

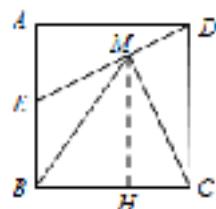
$$\therefore \angle MHC = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore MH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CMH = \angle MCD = \angle ADE,$$

$$\therefore \sin \angle CMH = \sin \angle ADE = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{8}{5}\text{ cm}, \quad MH = \frac{16}{5}\text{ cm}.$$





$$BH = BC - CH = 4 - \frac{8}{5} = \frac{12}{5} \text{ cm} .$$

在 $\text{Rt}\triangle MHB$ 中, $\angle MHB = 90^\circ$, $MH = \frac{16}{5} \text{ cm}$, $BH = \frac{12}{5} \text{ cm}$,
 $BM = 4 \text{ cm}$,

$$\sin \angle MBH = \frac{MH}{BM} = \frac{4}{5} .$$

20. 解: 过点 A 作 $AM \perp CD$ 于 M ,

依题可知, 四边形 $ABDM$ 为矩形,

$$AM = BD = 6 \text{ m}, \quad AB = DM = \frac{3}{2} \text{ m},$$

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中, $\angle AMC = 90^\circ$, $\angle CAM = 30^\circ$, $AM = 6 \text{ m}$,

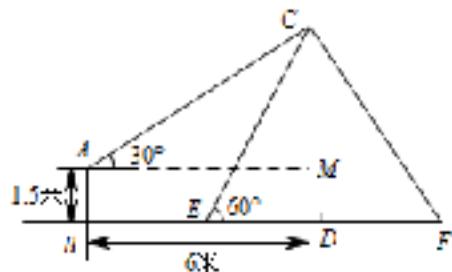
$$\therefore CM = 2\sqrt{3} \text{ m},$$

$$CD = CM + DM = \left(2\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) \text{ m},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\angle CDE = 90^\circ$, $\angle CED = 60^\circ$,

$$DE = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ m}, \quad CE = 2ED = (4 + \sqrt{3}) \text{ m}.$$

即拉线 CE 的长为 $4 + \sqrt{3}$ 米.





21. 解：(1) 将点 $B(-2, 0)$ 代入一次函数 $y_1 = kx + 2$ ，

$$-2k + 2 = 0, \quad k = 1,$$

一次函数解析式为 $y_1 = x + 2$ ，

将 $A(1, a)$ 坐标代入 $y_1 = x + 2$ ，得 $a = 3$ ， $A(1, 3)$ ，

将 $A(1, 3)$ 坐标代入 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ ，得 $m = 3$ 。

即 $a = 3$ ， $k = 1$ ， $m = 3$ 。

(2) 反比例函数 $y_2 = \frac{3}{x} (x > 0)$ 向下平移 3 个单位得， $y = \frac{3}{m} - 3$ ，与 x 轴的交点为 $C(1, 0)$ ，

$$\therefore BC = 4,$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times BC \times |y_D| = 3, \quad |y_D| = \frac{3}{2}.$$

当 $x = \frac{3}{2}$ 时， $x = \frac{2}{3}$ ，即 $D(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ ；

当 $x = -\frac{3}{2}$ 时， $x = 2$ ，即 $D(2, -\frac{3}{2})$ 。

即点 D 的坐标为 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ 或 $(2, -\frac{3}{2})$ 。

22. 解：【结论运用】5，4；

由题可知，四边形 $EBFD$ 为菱形，

$$PG + PH = FM = FN = CD = 4.$$

【迁移拓展】 $(2\sqrt{13} + 6)$ dm。

延长 AD 、 BC 交于 P 点，过点 B 作 $BH \perp AP$ 于点 H ，

$$\therefore ED \perp AD, \quad EC \perp CB, \quad AM = EM, \quad BN = EN,$$

$$\therefore DM = ME = AM, \quad CN = BN = EN.$$

$$\therefore AD \cdot CE = DE \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{DE}{CE},$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BCE = 90^\circ,$$

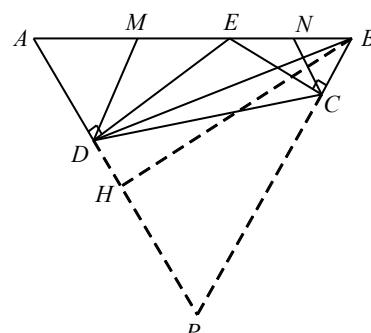
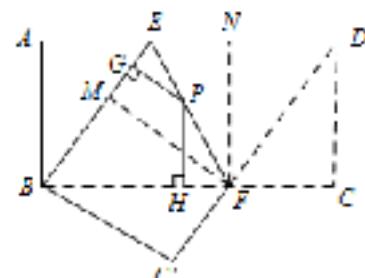
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABC,$$

$$\therefore PA = PB.$$

由结论可知， $DE + CE = BH$ 。

$$\text{设 } DH = a, \quad BH = b,$$





由勾股定理可得， $\begin{cases} a^2 + b^2 = BD^2 = 37 \\ (a+3)^2 + b^2 = AB^2 = 52 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=6 \end{cases}$ 。

即 $DE + CE = BH = 6$ 。

$\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和为 $= AB + BH = (2\sqrt{13} + 6) \text{ dm}$ 。



23. 解: (1) 令 $y = 0$, $ax^2 - (a+c)x + c = 0$,

$$(ax - c)(x - 1) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 1, \quad x_1 = \frac{c}{a}.$$

\therefore 此抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(1, 0)$ 或 $(\frac{c}{a}, 0)$.

(2) 抛物线顶点 A 点坐标为 $(\frac{a+c}{2a}, -\frac{(a-c)^2}{4a})$, A 点在直线 $y = -x + k$ 上,

点 $B(\frac{a+c}{a}, -c)$ 既在直线 $y = -x + k$ 上, 也在抛物线 $y = ax^2 - (a+c)x + c$ 上,

$$\begin{cases} -\frac{a+c}{a} + k = -c \\ -\frac{a+c}{2a} + k = \frac{-(a-c)^2}{4a} \\ a(\frac{a+c}{a})^2 - \frac{(a+c)^2}{a} + c = -c \end{cases}, \quad \begin{cases} a = -2 \\ c = 0 \\ k = -2 \end{cases}, \quad \text{解得:}$$

\therefore 抛物线的解析式 $y = -2x^2 + 2x$.

(3) 设 $P(m, n)$, $m > 0$, $n > 0$,

$$\tan \angle POB = \frac{1}{4} \tan \angle POC, \quad \therefore$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{1}{4} \cdot \frac{m}{n}, \quad m^2 = 4n^2, \quad m = 2n,$$

\therefore 点 P 在抛物线上,

$$\therefore -2m^2 + 2m = n, \quad -2 \times (2n)^2 + 2 \times 2n = n,$$

$$-8n^2 + 4n = n, \quad 8n^2 - 3n = 0,$$

$$n = 0 \quad (\text{舍}), \quad n = \frac{3}{8}, \quad m = \frac{3}{4}.$$

即点 P 的坐标为 $(\frac{3}{4}, \frac{3}{8})$.

24. 证明: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp CF,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle CDG = \angle DCF + \angle CDG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DCF,$$

$$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}.$$



$$(2) \text{ 当 } \angle B + \angle EGC = 180^\circ \text{ 时, } \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CD}.$$

以 C 为圆心, CD 长为半径画圆交 AD 于 M , 连接 CM ,
由此可知, $CD = CM$, $\angle ADC = \angle CMD$,

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle B = \angle ADC = \angle CMD,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = \angle AMC + \angle CMD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle AMC.$$

$$\therefore \angle B + \angle EGC = 180^\circ, \quad \angle B + \angle A = 180^\circ,$$

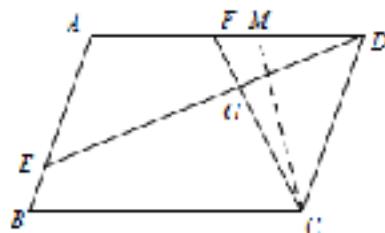
$$\therefore \angle A = \angle EGC,$$

$$\therefore \angle A + \angle EGF = 180^\circ, \quad \angle AED + \angle AFC = \angle CFD + \angle AFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CFD.$$

$$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CMF,$$

$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM} = \frac{AD}{CD}.$$



(3) 过点 C 作 $CM \perp AD$ 于 M , 连结 BD 、 AC 交于点 O ,

$$\therefore DE \perp CF, \quad \angle EAD = \angle CMF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle MFC,$$

$$\therefore \triangle DAE \sim \triangle CMF,$$

$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM}.$$

$$\therefore BA = BC = 6, \quad DA = DC = 8,$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCD.$$

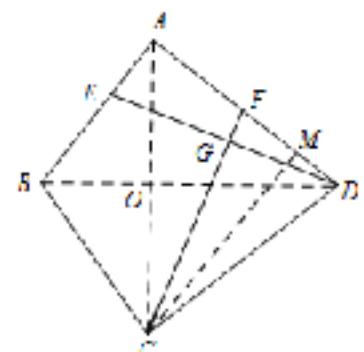
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB = 6$, $AD = 8$, $BD = 10$,

$$\text{易得 } AO = \frac{24}{5}, \quad BO = \frac{18}{5}, \quad DO = \frac{32}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \times DO = \frac{1}{2} AD \times CM,$$

$$\therefore CM = \frac{AC \times OD}{AD} = \frac{192}{25}.$$

$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{CM} = \frac{25}{24}.$$



25. 解: (1) $b = -2$, $S_{\text{四边形 } ABCD} = 2$.

(2) 依题可知 $A(0, c)$,

平移后的抛物线解析式为 $y = a(x - 2)^2 + c - 1$, 经过点 A ,



$$\therefore 4a + c - 1 = c ,$$

$$a = \frac{1}{4} ,$$

解得

$$y = \frac{1}{4}x^2 + c ,$$

$$\therefore B(2, c-1) , D(2, c+1) ,$$

$$\therefore BD = 2 ,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 .$$

故 $\triangle ABD$ 的面积为 4.

$$(3) \quad y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} = \frac{1}{3}(x-1)^2 + 2 ,$$

$$\therefore A(1, 2) , D(\sqrt{3}+1, 3) ,$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{3} ,$$

设 $B(1+\sqrt{3}, n)$, 平移后的解析式为 $y = \frac{1}{3}(x-1-\sqrt{3})^2 + n$, 点 A 在抛物线上,

$$\therefore \frac{1}{3} \times (\sqrt{3})^2 + n = 2 , \text{ 解得 } n = 1 .$$

$$\therefore A(1, 2) , B(\sqrt{3}+1, 1) , D(\sqrt{3}+1, 3) ,$$

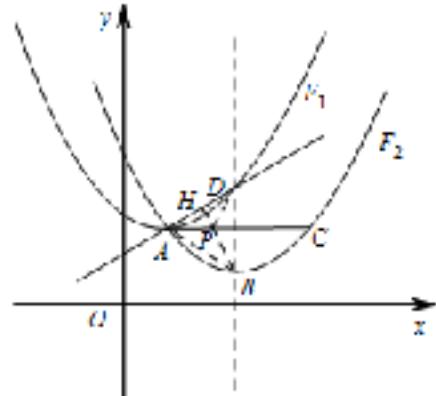
$$\therefore AB = AD = BD = 2 ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形.

过点 B 作直线 AD 的垂线 BH 交 AC 于 P 点,

此时点 P 到点 D 的距离和到直线 AD 的距离之和的最小,

$$\text{最小值为 } BH = \sqrt{3} .$$





2014北京八中初三上期中数学试卷部分解析

一、选择题

1. 【答案】C

【解析】 $3x = 4y$, $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$, 设 $x = 3k$, $y = 4k$, $\frac{x+y}{x-y} = \frac{4k+3k}{4k-3k} = 7$.

故选: C.

2. 【答案】D

【解析】函数 $y = (3m-1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数, 在每一个象限内 y 随 x 增大而增大, $\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ 3m - 1 < 0 \end{cases}$, 解得 $m = -1$.

故选: D.

3. 【答案】C

【解析】任意两个等边三角形一定相似.

故选: C.

4. 【答案】B

【解析】抛物线 $y = 2x^2$ 先向左平移 3 个单位, 在向上平移 4 个单位, 得到的抛物线解析式为 $y = 2(x+3)^2 + 4$.

故选: B.

5. 【答案】A

【解析】依题可知, $AM = CM$, $BN = CN$, $MN \parallel AB$, $MN = \frac{1}{2}AB$, $\triangle CMN \sim \triangle CAB$.

故选: A.

6. 【答案】B

【解析】二次函数 $y = 2(x+1)(x-a)$, 对称轴为直线 $x = 2$, $\frac{-1+a}{2} = 2$, $a = 5$.

故选: B.

7. 【答案】A

【解析】依图可知 $\tan \angle CBD = \frac{1}{2}$.

故选: A.

8. 【答案】A

【解析】依题可知, $A(m, 1+m^2)$, $C(0, 1)$, $B(-m, 1+m^2)$, $AB = |2m|$, $BC^2 = m^2 + m^4$,



四边形 $ABCP$ 为菱形， $AB = BC$ ， $4m^2 = m^2 + m^4$ ， $m^2(m^2 - 3) = 0$ ， $m = \pm\sqrt{3}$.

故选：A.



二、填空题

9. 【答案】 $y = \frac{4}{x}$

$$y = \frac{4}{x}$$

【解析】由反比例函数的几何意义可知，

故答案为： $y = \frac{4}{x}$.

10. 【答案】6

【解析】抛物线 $y = x^2 - 4x + c$ 的顶点为 $(2, c-4)$ ，且它在直线 $y = x$ 上， $c-4 = 2$ ， $c = 6$.

故答案为：6.

11. 【答案】 $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, AF = \frac{8}{5};$$

当 $\triangle AEF \sim ACB$ 时， $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}, AF = \frac{5}{2}$.

故答案为： $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$.

12. 【答案】 $2, 2^n$

【解析】依题意可知， $A(0, a)$ ， $B(-\sqrt{a}, a)$ ， $C(-2\sqrt{a}, a)$ ， $BC = \sqrt{a}$ ；

$$B_1(-2\sqrt{a}, 4a), C_1(-4\sqrt{a}, 4a), B_1C_1 = 2\sqrt{a}, \frac{B_1C_1}{BC} = 2;$$

$$B_2(-4\sqrt{a}, 16a), C_2(-8\sqrt{a}, 16a), B_2C_2 = 4\sqrt{a},$$

$$B_3(-8\sqrt{a}, 64a), C_3(-16\sqrt{a}, 64a), B_3C_3 = 8\sqrt{a},$$

$$B_4(-16\sqrt{a}, 256a), C_4(-32\sqrt{a}, 256a), B_4C_4 = 16\sqrt{a},$$

?

$$B_nC_n = 2^n\sqrt{a}, \frac{B_nC_n}{BC} = 2^n.$$

故答案为： $2, 2^n$.