北京市第三十九中学2015—2016学年度第一学期

九年级数学期中试卷

考生须知	1．考生要认真填写密封线内的班级、姓名、学号。 2．本试卷包括四道大题，共3页，考试时间120分钟，共120分。 3．答题前要认真审题，看清题目要求，按要求认真作答。 4．答题时字迹要工整，画图要清晰，卷面要整洁。 5．除画图可以用铅笔外，答题必须用黑色字迹的签字笔 。

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1.已知 $\tan A=1$，则锐角 A 的度数是（　　）

A. $30°$　　B. $75°$　　C. $60°$　　D. $45°$

【答案】D

【解析】$\angle A=\arctan 1=45°$.

2. 4d30c7ad098a4fbd9d5e6d940304e38f抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是（　）

A． $(2,\ 1)$　　B． $(2,\ -1)$　　C． $(-2,\ 1)$　　D． $(-2,\ -1)$

3. 已知 $\triangle ABC\backsim DEF$，且 $AB:DE=1:2$，则 $\triangle ABC$ 的周长与 $\triangle DEF$ 的周长之比为（ ）.

A． $2:1$　　B． $1:2$　　C． $1:4$　　D． $4:1$

【答案】B

【解析】$\because \triangle ABC\backsim DEF$，且 $AB:DE=1:2$，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长与 $\triangle DEF$ 的周长之比为 $1:2$.

4. 若反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象位于第二、四象限，则 k 的取值范围是（ ）.

A． $k<0$　　B． $k>0$　　C． $k\le 0$　　D． $k\ge 0$

【答案】A

【解析】位于第二、四象限的反比例函数，其 $k<0$.

5. ff8080814767495f0147739c2c871764袋子中装有4个黑球和2个白球，这些球的形状、大小、质地等完全相同，在看不到球的条件下，随机地从袋子中摸出三个球．下列是必然事件的是（　）

A．摸出的三个球中至少有一个球是黑球

B．摸出的三个球中至少有一个球是白球

C．摸出的三个球中至少有两个球是黑球

D．摸出的三个球中至少有两个球是白球

6. ff8080814cc1d12a014cc7fa543b2855将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移1个单位，再向上平移3个单位得到的抛物线表达式是（ ）.

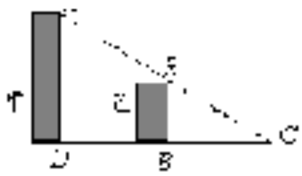
A. $y=2(x-1)^2-3$　　B . $y=2(x+1)^2+3$

C. $y=2(x-1)^2+3$　　D. $y=2(x+1)^2-3$

7. 8aac49074f3fe4e5014f409dd4e702cc若关于x的一元二次方程$kx^2-2x-1=0$有两个不相等的实数根，则k的取值范围是（ ）

A． $k>-1$　B． $k>-1$且$k\neq 0$　C． $k<1$　D． $k<1$且$k\neq 0$

8.如图，小明站在C处看甲乙两楼楼顶上的点A和点E、C，E、A三点在同一条直线上，点B、D分别在点E、A的正下方且D、B、C三点在同一条直线上．B、C相距20米，D、C相距40米，乙楼高BE为15米，甲楼高AD为（　 ）米（小明身高忽略不计）



A. 40　B. 20　C. 15　D. 30

【答案】D

【解析】$\because AD\perp DC$，$EB\perp BC$，$DB=BC=20$米，

$\therefore BE$为$\triangle ADC$的中位线，

根据中位线定理，

$AD=2BE=2\times 15=30$（米）．

9. ff80808146ec1f920146f29d26f10718如图，抛物线$y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$的对称轴为直线$x=-\dfrac{1}{2}$．下列结论中，正确的是（ ）

A．$a<0$

B．当$x<-\dfrac{1}{2}$时，y随x的增大而增大

C．$a+b+c>0$

·1

D．当$x=-\dfrac{1}{2}$时，y的最小值是$\dfrac{4c-b}{4}$

10.已知抛物线$y_1=-x^2+4x$和直线$y_2=2x$．当$y_1>y_2$时，x的取值范围是（ ）

A． $0<x<2$　B． $x<0$或$x>2$　C． $x<0$或$x>4$　D． $0<x<4$

【答案】A

【解析】联立$\begin{cases} y=-x^2+4x \\ y=2x \end{cases}$，解得$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=2 \\ y_2=4 \end{cases}$，

$\therefore$两函数图象交点坐标为$(0,0)$，$(2,4)$，

由图可知，$y_1>y_2$时x的取值范围是$0<x<2$．

二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11. ff8080814960894801496c1dac66154b已知线段a、b满足$2a=3b$，则$\dfrac{a}{b}=$______．

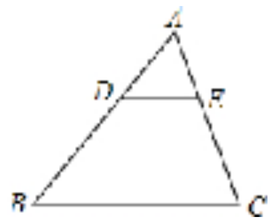
12. 8f5b7af90dba41fc98ad08fcac9642aa若$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，且对应边$BC$与$EF$的比为2:3，则$\triangle ABC$与$\triangle DEF$的面积比等于_____．

13. ff8080814974ee9e0149848624ed1137请写出一个开口向下，并且与y轴交于点（0，2）的抛物线的解析式，$y=$______．

14.如图，$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，$AE=2$，$EC=3$，则$DE:BC$的值是__________．

【答案】$\frac{2}{5}$

【解析】$\because AE=2$，$EC=3$，$AC=2+3=5$，



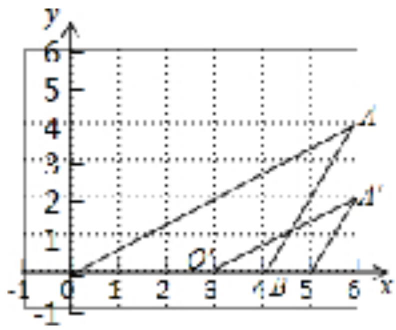
$\therefore AE:AC=2:5$，

$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim \triangle ABC$，

$\therefore DE:BC=AE:AC=2:5$．

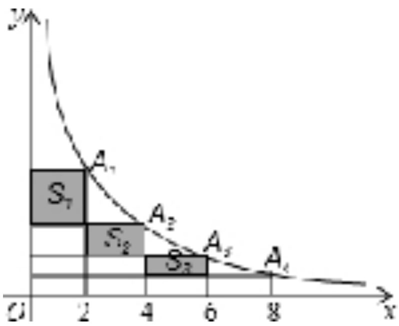
15.如图，$\triangle ABO$ 与 $\triangle A'B'O'$ 是位似图形，且顶点都在格点上，则位似中心的坐标是__________．



【答案】$(6,0)$

【解析】直线 AA' 与直线 OO' 的交点坐标为 $(6,0)$，所以位似中心的坐标为 $(6,0)$．

16.在反比例函数 $y=\frac{12}{x}$（$x>0$）的图象上，有一系列点 A_1，A_2，A_3，…，A_n，A_{n+1}，若 A_1 的横坐标为 2，以后每个点的横坐标与它前一个点的横坐标的差都为 2，过 A_1，A_2，A_3，…，A_n，A_{n+1} 分别作 x 轴与 y 轴的垂线段，构成若干个矩形，如图所示，将图中阴影部分面积从左到右依次记为 S_1，S_2，S_3，…，S_n，则 $S_1=$__________，$S_1+S_2+S_3+\ldots+S_n=$__________．



【答案】6；$\frac{12n}{n+1}$

【解析】$\because$点 A_1，A_2，A_3，…，A_n，A_{n+1} 在反比例函数（$x>0$）的图象上，且每个点的横坐标与它前一个点的横坐标的差都为 2，

又点 A_1 的横坐标为 2，

$\therefore A_1(2,6)$，$A_2(4,3)$，

$\therefore S_1=2\times(6-3)=6$，

由题图象知，$A_n(2n,\frac{6}{n})$，$A_{n+1}(2n+2,\frac{6}{n+1})$，

$\therefore S_2=2\times(3-2)=2$，

$\therefore$图中阴影部分的面积知：$S_n=2\times\left(\frac{6}{n}-\frac{6}{n+1}\right)=\frac{12}{n(n+1)}$，（$n=1$，$2$，$3$，…）

$\because \frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

$\therefore S_1+S_2+S_3+\ldots+S_n=12\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\boxed{?}\frac{1}{n(n+1)}\right)=12\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\boxed{?}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{12n}{n+1}$．

三、解答题（本题共50分，每小题5分）

17.解方程：$2x^2-6x+1=0$．

【答案】 $x_1=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$ ， $x_2=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$

【解析】 $\Delta=6^2-4\cdot2=28$ ，

∴ $x_1=\dfrac{6+\sqrt{28}}{4}=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$ ， $x_2=\dfrac{6-\sqrt{28}}{4}=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$ ．

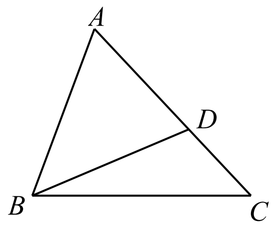
18. ff8080814d043e7e014d093360650f69计算： $\dfrac{\cos60^\circ}{\sin30^\circ}-\tan45^\circ+\sin^2 45^\circ$

19. ff80808146ec1f920146ffc29c1715d0计算： $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}-2010^0+\left|-4\sqrt{3}\right|-\tan60^\circ$

20. ff8080814a19e701014a27d94aa0207c已知：如图，在$\triangle ABC$中，D是AC上一点，连结BD，且$\angle ABD=\angle ACB$.

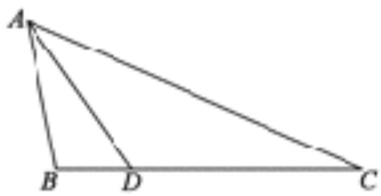
（1）求证：$\triangle ABD\backsim\triangle ACB$；

（2）若$AD=5$，$AB=7$，求AC的长.



21. ff8080814a19e782014a380c2e303073已知二次函数的图象过坐标原点，它的顶点坐标是（1，-2），求这个二次函数的解析式.

22.已知：如图，$\triangle ABC$中，$AB=2$，$BC=4$，D为BC边上一点，$BD=1$．求证：$\angle DAB=\angle C$．



【答案】证明见解析.

【解析】∵在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$BC=4$，D为BC，

∴ $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{1}{2}$， $\dfrac{BD}{BA}=\dfrac{1}{2}$，

∴ $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{BA}$，

又∵$\angle ABD=\angle CBA$，

∴$\triangle ABD\backsim$ CBA，

$\therefore \angle DAB = \angle C$.

23.已知：二次函数 $y = x^2 + bx - 3$ 的图象经过点 $A(2,5)$.

（1）求二次函数的解析式;

（2）求二次函数的图象与 x 轴的交点坐标;

（3）将（1）中求得的函数解析式用配方法化成 $y = (x-h)^2 + k$ 的形式.

【答案】（1） $y = x^2 + 2x - 3$ ；（2） $(-3,0)$ 和 $(1,0)$ ；（3） $y = (x+1)^2 - 4$.

【解析】（1）$\because$二次函的图象经过点 $A(2,5)$,

$\therefore 4 + 2b - 3 = 5$ ，解得 $b = 2$,

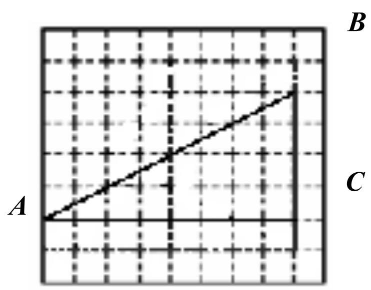
$\therefore$二次函数的解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$.

（2）令 $y = 0$ ，则 $x^2 + 2x - 3 = 0$ ，解得 $x_1 = -3$ ， $x_2 = 1$,

$\therefore$二次函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(-3,0)$ 和 $(1,0)$;

（3） $y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$.

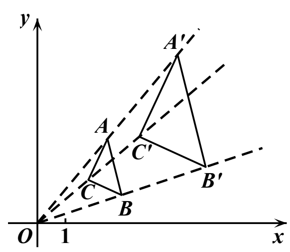
24. ff8080814d4b1ba8014d51269d68071c如图，网格中的每个小正方形的边长都是1，每个小正方形的顶点叫做格点．已知，$\triangle ABC$ 的顶点都在格点上，$\angle C = 90°$, $AC = 8$, $BC = 4$,若在边 AC 上以某个格点 E 为端点画出长是 $2\sqrt{5}$ 的线段 EF ，使线段另一端点 F 恰好落在边 BC 上，且线段 EF 与点C构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，请你在图中画出线段 EF （不必说明理由）.



25. ff80808148c440150148c98c5b91083e如图，在平面直角坐标系中，△ABC和△ $A'B'C'$ 是以坐标原点O为位似中心的位似图形，且点B（3，1），B′（6，2）.

（1）若点A（$\frac{5}{2}$，3），则A′的坐标为___;

（2）若△ABC的面积为m，则△A′B′C′的面积＝__.



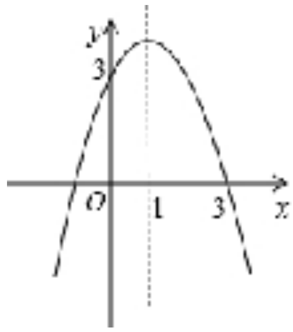
26.已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象如图所示，解决下列问题:

（1）关于 x 的一元二次方程 $-x^2+bx+c=0$ 的解为__________.

（2）求此抛物线的解析式.

（3）当 x 为值时，$y<0$.

（4）若直线 $y=k$ 与抛物线没有交点，直接写出 k 的范围.



【答案】（1）$x_1=-1$，$x_2=3$.（2）$y=-(x-1)^2+4$.（3）$x>3$ 或 $x<-1$.（4）$k>4$

【解析】（1）观察图象可看对称轴出抛物线与 x 轴交于 $x=-1$ 和 $x=3$ 两点，

$\therefore$方程的解为 $x_1=-1$，$x_2=3$.

（2）设抛物线解析式为 $y=-(x-1)^2+k$，

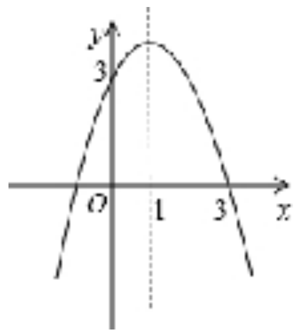
$\because$抛物线与 x 轴交于点 $(3,0)$，

$\therefore -(3-1)^2+k=0$，

解得：$k=4$，

$\therefore$抛物线解析式为 $y=-(x-1)^2+4$，

即：抛物线解析式为 $y=-x^2+2x+3$.



（3）若 $y<0$，则函数的图象在 x 轴的下方，由函数的图象可知：$x>3$ 或 $x<-1$.

（4）若直线 $y=k$ 与抛物线没有交点，则 $k>$ 函数的最大值，即 $k>4$.

四、解答题（本题共22分，27题6分，28题4分，29题6分，30题6分）

27.当 m 为何整数时，关于 x 的一元二次方程 $mx^2-4x+4=0$ 与 $x^2-4mx+4m^2-4m-5=0$ 的根都是整数.

【答案】

【解析】由第二个方程可得 $(x-2m)^2-5=0$，即 $(x-2m)^2=5$，

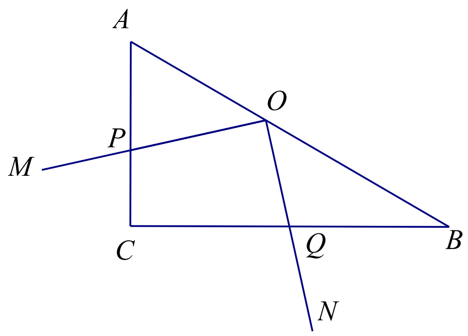
$\therefore x_1=\sqrt{5}+2m$，$x_2=-\sqrt{5}+2m$，

即当 m 为整数时，方程的根不为整数.所以 m 无解.

或者：由第二个方程可得 $\Delta=20$（在整数系方程中，判别式不为整数的平方，则方程无整数根）

所以无论 m 取何值，方程无整数根.

28. 163749b22115485594200123fabbd73f如图，在中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，直角 $\angle MON$ 的顶点 O 在 AB 上，OM、ON 分别交 CA、CB 于点 P、Q，$\angle MON$ 绕点 O 任意旋转．当 $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}$ 时，$\dfrac{OP}{OQ}$ 的值为________；当 $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{n}$ 时，$\dfrac{OP}{OQ}$ 的值为_____.(用含 n 的式子表示)



29.某汽车城销售某种型号的汽车，每辆汽车进货价为 25 万

元．市场调研表明：当销售价为29万元时，平均每周能售出8辆；当销售价每降低1万元时，平均每周能多售出8辆．如果设每辆汽车降价x万元，每辆汽车的销售利润为y万元（销售利润=销售价-进货价）．

（1）求y与x的函数关系式；在保证商家不亏本的前提下，写出x的取值范围；

（2）假设这种汽车平均每周的销售利润为z万元，试写出z与x之间的函数关系式；

（3）当每辆汽车的定价为多少万元时，平均每周的销售利润最大？最大利润是多少？

【答案】（1）$y=4-x\ (0\le x\le 4)$；（2）$z=-8x^2+24x+32$；（3）当定价为27.5万元时，有最大利润50万元．

【解析】（1）$\because y=29-25-x$，

$\therefore y=4-x\ (0\le x\le 4)$

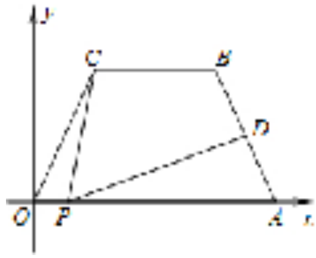
（2）$z=\left(8+\frac{x}{1}\times 8\right)y=(8x+8)(-x+4)=-8x^2+24x+32$，

即$z=-8x^2+24x+32=-8\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+50$．

（3）由（2）知，当$x=\frac{3}{2}$时，z有最大值为50，

故当定价为$29-1.5=27.5$万元时，有最大利润50万元．

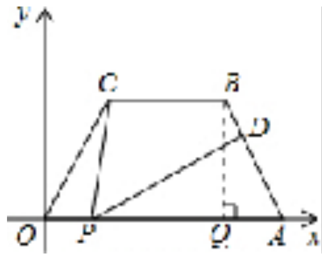
30.在平面直角坐标中，四边形$OABC$是等腰梯形，$BC\parallel OA$，$OA=7$，$AB=4$，$\angle COA=60^\circ$，点P为x轴上的一个动点，点P不与点O、点A重合．连结CP，过点P作PD交AB于点D．



（1）求点B的坐标；

（2）当点P运动什么位置时，$\angle CPD=\angle OAB$，且$\frac{BD}{AB}=\frac{5}{8}$，求出这时点$P$的坐标．

【答案】（1）点B的坐标为$(5,2\sqrt{3})$；（2）点P的坐标为$(1,0)$或$(6,0)$．



【解析】（1）过B作$BQ\perp OA$于Q，则$\angle COA=\angle BAQ=60^\circ$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BQA$中，$QB=AB\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$，

$QA=\sqrt{AB^1-BQ^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

$\therefore OQ=OA-QA=7-2=5$，

$\therefore B(5,2\sqrt{3})$．

（2）$\because \angle CPD=\angle OAB=\angle COP=60^\circ$，

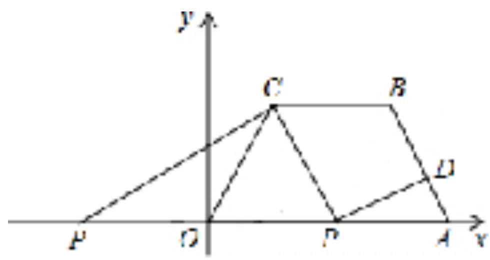
$\therefore \angle OPC+\angle DPA=120^\circ$．

又$\because \angle PDA+\angle DPA=120^\circ$，

$\therefore \angle OPC=\angle PDA$．

$\because \angle COP=\angle A=60^\circ$，

$\therefore \triangle COP\backsim PAD$，



$\therefore \frac{OP}{AD}=\frac{OC}{AP}$，

$\because \frac{BD}{AB}=\frac{5}{8}$，$AB=4$，

$\therefore BD=\frac{5}{2}$，

$\therefore AD=\frac{3}{2}$，即 $\frac{OP}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{7-OP}$，

$\therefore 7OP-OP^2=6$ 得：$OP=1$ 或 6，

$\therefore$点 P 的坐标为 $(1,0)$ 或 $(6,0)$．