北京八中怡海分校2015-2016学年度第一学期期中练习

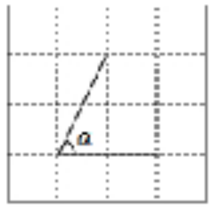
九年级数学

考生须知	
考	1．本试卷共6页，共三道大题，29道小题，满分120分，考试时间120分钟．
生	2．在答题纸上准确填写班级、姓名、学号．
须	3．试题答案一律书写在答题纸上，在试卷上和答题纸的密封线以内作答均无效．
知	4．考试结束，交回答题纸．

一．　精心选一选（本题共30分，每小题3分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

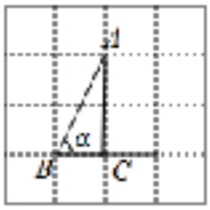
#1．如图，在4×4的正方形网格中，$\tan\alpha$ 的值等于（　）．



A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】B

【解析】如图，$\tan\alpha=\frac{AC}{BC}=2$．



#2．抛物线$y=(x+1)^2-1$的顶点坐标为（　）．

A．$(-1,-1)$　B．$(1,-1)$　C．$(-1,1)$　D．$(1,1)$

【答案】A

【解析】抛物线$y=(x+1)^2-1$的顶点坐标为$(-1,-1)$．

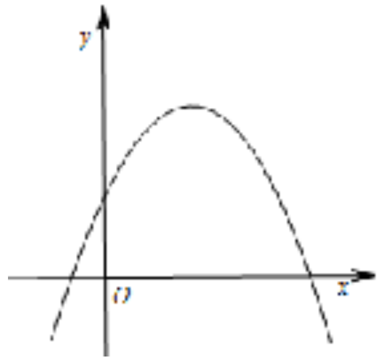
#3．如果两个相似三角形的相似比是$1:\sqrt{2}$，那么这两个相似三角形的面积比是（　）．

A．$2:1$　B．$1:\sqrt{2}$　C．$1:2$　D．$1:4$

【答案】C

【解析】这两个相似三角形的面积比$=1^2:(\sqrt{2})^2=1:2$．

#4．如图，二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象满足（　）．



A． $a>0$，$b>0$，$b^2-4ac>0$ B． $a<0$，$c>0$，$b^2-4ac>0$

C． $a<0$，$b<0$，$b^2-4ac>0$ D． $a<0$，$c<0$，$b^2-4ac<0$

【答案】B

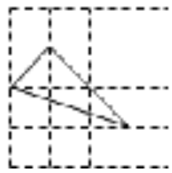
【解析】由图像知抛物线开口向下，$\therefore a<0$，

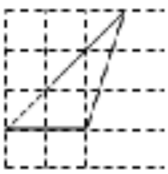
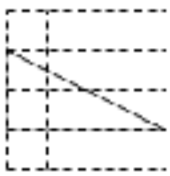
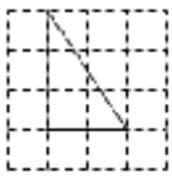
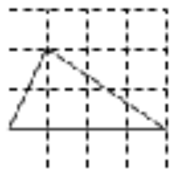
对称轴在 y 轴右侧，$\therefore a$，b 异号，$\therefore b>0$，

图像与 y 轴交于正半轴，$\therefore c>0$．

图像与 x 轴有两个交点，$\therefore b^2-4ac>0$．

#5．在下列四个选项中，与左图中的三角形相似的是（ ）．



A．  B．  C．  D． 

【答案】B

【解析】由题中条件可得三角形的一个角的直角，且短边与长边的比是$1:2$，

所以符合相似条件的只有选项B．

#6．在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\dfrac{12}{13}$则$\tan A$的值为（ ）．

A． $\dfrac{12}{13}$ B． $\dfrac{5}{13}$ C． $\dfrac{12}{5}$ D． $\dfrac{13}{12}$

【答案】C

【解析】设$\triangle ABC$的边长为a，b，c，

则$\sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{12}{13}$，

设$a=12k$，$c=13k$，则$b=\sqrt{(13k)^2-(12k)^2}=5k$，

$\therefore \tan A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{12}{5}$．

#7．将抛物线$y=2x^2$向左平移1个单位长度，再向上平移3个单位长度得到的抛物线表达式是（　）．

A．$y=2(x-1)^2-3$　　B．$y=2(x+1)^2-3$

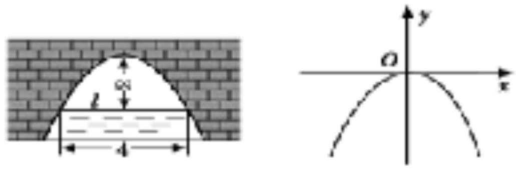
C．$y=2(x-1)^2+3$　　D．$y=2(x+1)^2+3$

【答案】D

【解析】将抛物线$y=2x^2$向左平移1个单位长度得到函数为$y=2(x+1)^2$，

再向上平移3个单位长度得到的抛物线表达式是$y=2(x+1)^2+3$．

#8．如图是一个横断面为抛物线形状的拱桥．当水面在l时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面2m，水面宽4m．如图建立平面直角坐标系，则抛物线的关系式（　）．



A．$y=-\frac{1}{2}x^2$　B．$y=2x^2$　C．$y=-2x^2$　D．$y=\frac{1}{2}x^2$

【答案】A

【解析】设抛物线方程$y=ax^2(a\neq 0)$，

由图像可知该图像经过$(-2,-2)$点，

故$-2=4a$，

$a=-\frac{1}{2}$，

故$y=-\frac{1}{2}x^2$．

#9．若在抛物线$y=mx^2-2x+3$与x轴的交点中，有且仅有一个交点在原点与$(-1,0)$之间，则m的取值范围是（　）．

A．$m>5$　B．$m<5$且$m\neq 0$　C．$m>-5$且$m\neq 0$　D．$m<-5$

【答案】D

【解析】$\because$在抛物线$y=mx^2-2x+3$与x轴的交点中，有且仅有一个交点在原点与$(-1,0)$之间，

又$\because x=0$时，$y=3>0$，

$\therefore x=-1$时，$y=m\times(-1)^2-2\times(-1)+3=m+2+3=m+5<0$．

解得$m<-5$．

#10．一个寻宝游戏的寻宝通道如图1所示，四边形$ABCD$为矩形，且$AB>AD>\frac{1}{2}AB$，为记录寻宝者的行进路线，在AB的中点M处放置了一台定位仪器，设寻宝者行进的时间为x，寻宝者与定位仪器之间的距离为y，若寻宝者匀速行进，且表示y与x的函数关系的图象大致如图2中的实线所示，则寻宝者的行进路线可能为（　）．

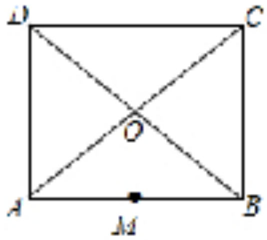


图1

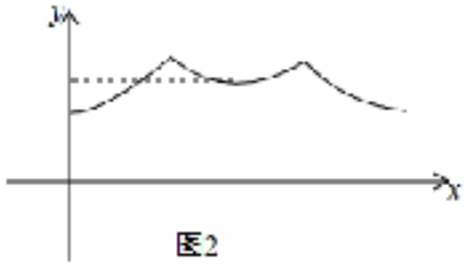


图2

A．$D \to O \to C$　　B．$A \to D \to C \to B$

C．$A \to D \to O \to C \to B$　　D．$O \to D \to C \to O$

【答案】B

【解析】A、若$D \to O \to C$，则起点距离y最远，不符合图2中起点的位置，故本选项错误；
B、若$A \to D \to C \to B$，则A、B为最低点，D、C为最高点，符合题意，故本选项正确；
C、若$A \to D \to O \to C \to B$，则到达$CD$两点时$y$最大，到达$O$点时，$y$最小，由图可知在起点和终点时$y$最小，故本选项错误；
D、若$O \to D \to C \to O$，则两最高点间弧线部分的最低点y的值恰好等于起点y值的两倍，故本选项错误．

二、细心填一填（本题共18分，每小题3分）

#11．若$3x-4y=0$，则$\frac{x}{y}=$__________．

【答案】$\frac{4}{3}$

【解析】$3x-4y=0$，$\therefore$ $x=\frac{4}{3}y$，
$\therefore \frac{x}{y}=\frac{4}{3}$．

#12．若$2\sin\alpha=\sqrt{3}$，则锐角$\alpha=$__________度．

【答案】60

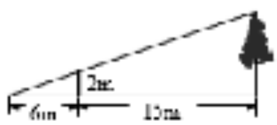
【解析】$2\sin\alpha=\sqrt{3}$，$\therefore$ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \alpha=60°$．

#13．抛物线$y=x^2-2x+3$的对称轴为直线__________．

【答案】$x=1$

【解析】抛物线$y=x^2-2x+3$的对称轴为直线$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2}=1$．

#14．如图，为了测量某棵树的高度，小明用长为2m的竹竿作测量工具，移动竹竿，使竹竿顶端、树的顶端的影子恰好落在地面的同一点．此时竹竿与这一点相距6m，与树相距15m，则树的高度为____________．



【答案】7m

【解析】如图，$AD=6\text{m}$，$AB=21\text{m}$，$DE=2\text{m}$，

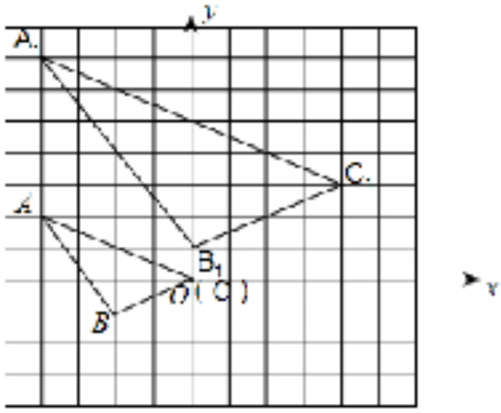
由于$DE\parallel BC$，

$\therefore\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}$，即$\dfrac{2}{BC}=\dfrac{6}{21}$．

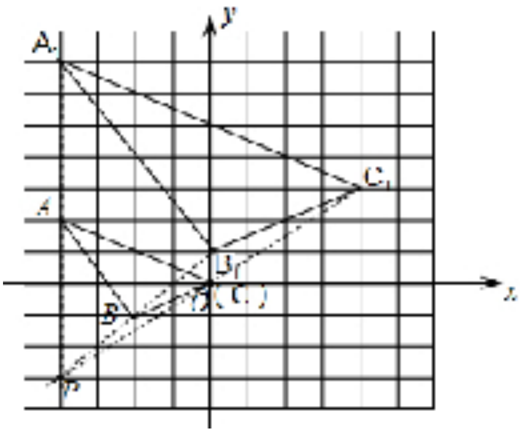
解得：$BC=7\text{m}$．

#15．如图，将$\triangle ABC$的三边分别扩大一倍得到$\triangle A_1B_1C_1$（顶点均在格点上，且$A(-4,2)$，若它们是以P点为位似中心的位似图形，则P点的坐标是_________．



【答案】$(-4,-3)$．

【解析】



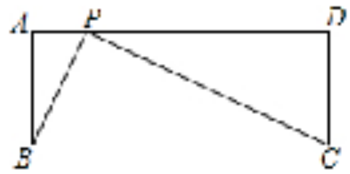
$\because\triangle ABC$的三边分别扩大一倍得到$\triangle A_1B_1C_1$（顶点均在格点上），它们是以P点为位似中心的位似图形，根据位似图形的性质，

对应的的坐标相交于一点，连接AA_1，BB_1，CC_1，

交点即使P点坐标，

$\therefore$如图所示，P点的坐标为：$(-4,-3)$．

#16．如图，矩形$ABCD$中，$AB=3$，$BC=10$，点P是AD上的一个动点，若以A，P，B为顶点的三角形与$\triangle PDC$相似，则$AP=$_________．



【答案】1或5或9

【解析】∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$AB=DC=3$，$AD=BC=10$，$\angle A=\angle D=90^\circ$，

设$AP=x$，则$PD=AD-AP=10-x$，

若$\angle APB=\angle DPC$，则$\mathrm{Rt}\triangle APB\backsim \mathrm{Rt}\ DPC$，

所以$\frac{AP}{PD}=\frac{AB}{CD}$，即$\frac{x}{10-x}=\frac{3}{3}$，

解得：$x=5$；

若$\angle APB=\angle PCD$，则$\mathrm{Rt}\triangle APB\backsim \mathrm{Rt}\ DCP$，

所以$\frac{AB}{DP}=\frac{AP}{CD}$，

$\frac{3}{10-x}=\frac{x}{3}$，

解得：$x=1$或9；

所以当$AP=1$或5或9时，以P，A，B为顶点的三角形与以P，D，C为顶点的三角形相似，即这样的P点有三个.

故答案为：1或5或9.

三、解答题（本题共72分，第17-26题每小题5分，第27、28题每题7分，第29题8分）

#17计算：$\sin^2 45^\circ-\tan 60^\circ\cdot\cos 30^\circ+(\sin^2 45^\circ-\sqrt{3})^0$.

【答案】0

【解析】原式$=(\frac{\sqrt{2}}{2})^2-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

$=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+1$

$=0$.

#18．解方程：$2x^2-4x-1=0$.

【答案】$x_1=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$.

【解析】$a=2$，$b=-4$，$c=-1$.

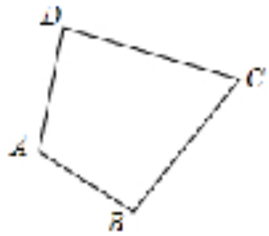
$b^2-4ac=24$.

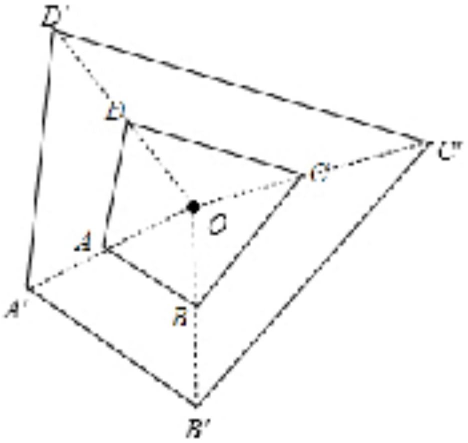
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，

$=\frac{4\pm 2\sqrt{6}}{4}$.

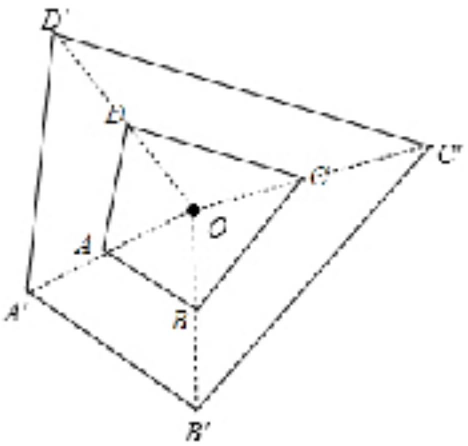
$\therefore x_1=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}$，$x_2=\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}$．

#19．如图，在四边形$ABCD$内选一点O为位似中心将它放大为原来的两倍(保留作图痕迹)．



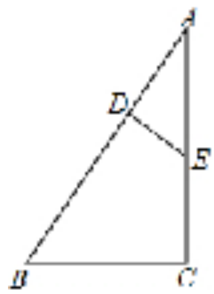


【答案】



【解析】

#20．如图，已知在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$DC=90^\circ$，D、E分别为AB、AC边上的点，且$\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{4}{5}$，连结$DE$，若$AC=4$，$BC=3$．



@（1）求证：$\triangle ABC \backsim \triangle AED$．

【答案】证明见解析．

【解析】$\because \angle C = 90^\circ$，$AC = 4$，$BC = 3$，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$，

$\therefore \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{4}{5}$，

$\therefore \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{4}{5}$，

$\therefore \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AD}{AE}$，

$\because \angle A = \angle A$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$．

@（2）求证：$DE \perp AB$．

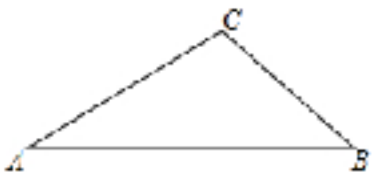
【答案】证明见解析．

【解析】$\because \triangle ABC \backsim \triangle AED$，

$\therefore \angle ADE = \angle C = 90^\circ$，

$\therefore DE \perp AB$．

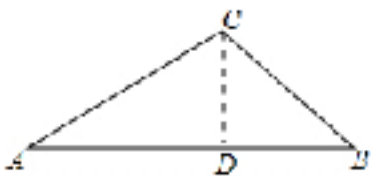
#21．如图，已知$AC = 8$，$\angle A = 30^\circ$，$\angle C = 105^\circ$，求AB和BC的长．



【答案】$AB = 4\sqrt{3} + 4$，$BC = 4\sqrt{2}$．

【解析】过点C作$CD \perp AB$与点D，

在$\triangle ABC$中，$\angle A = 30^\circ$，$AC = 8$．



$\therefore CD = \dfrac{1}{2}AC = 4$．

$\therefore AD = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$．

$\because \angle B = 45^\circ$，

$\therefore CD = BD = 4$．

$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$．

$\therefore AB = AD + BD = 4\sqrt{3} + 4$．

#22．已知抛物线的顶点为$(2,-1)$，且过$(1,0)$点．

@（1）求抛物线的解析式．

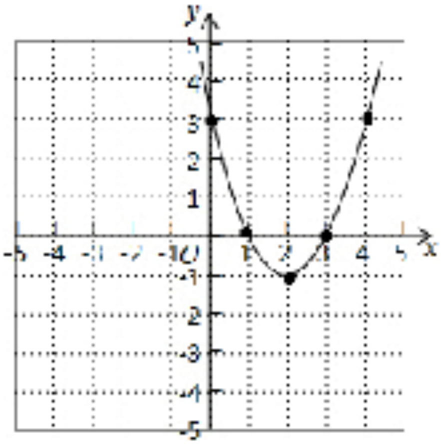
【答案】$y = (x-2)^2 - 1$．

【解析】设抛物线解析式为$y = a(x-2)^2 - 1$，

把$(1,0)$代入得$a\cdot1-1=0$，解得$a=1$．

∴抛物线解析式为$y=(x-2)^2-1$．

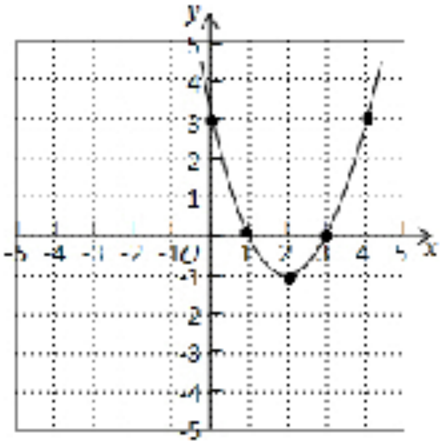
@（2）在坐标系中画出此抛物线．



【答案】

【解析】如图，抛物线的顶点坐标为$(2,-1)$，

抛物线与x轴交点坐标为$(1,0)$，$(3,0)$，抛物线与y轴的交点坐标为$(0,3)$．



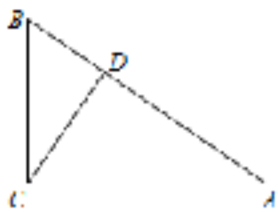
@（3）当 $<x\leqslant$ 时，y的取值范围是__________．

【答案】$-1\leqslant y\quad 3$

【解析】当$0<x\leqslant3$时，y的取值范围是$-1\leqslant y\quad 3$．

故答案为$-1\leqslant y\quad 3$．

#23．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，$BD=2$，$AD=4$，求AC和$\cos\angle BCD$．



【答案】$AC=2\sqrt{6}$，$\cos\angle BCD=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

【解析】证出 $\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AC}{AB}$ ，

求得 $AC=2\sqrt{6}$.

证出 $\angle BCD=\angle A$.

求得 $\cos\angle BCD=\cos\angle A=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

#24．某商店销售一种食用油，已知进价为每桶 40 元，市场调查发现，若以每桶 50 元的价格销售，平均每天可以销售 100 桶油，若每桶价格每升高 1 元，平均每天少销售 5 桶油．

@（1）设每桶升高 x 元，每天销售利润为 w 元，求 w 关于 x 的函数关系式；

【答案】 $y=-5x^2+50x+1000$

【解析】由题意得 $w=(x+10)(-5x+100)$ ，

整理，得 $y=-5x^2+50x+1000$.

@（2）每桶售价定为多少元时，能获得最大利润，最大利润是多少?

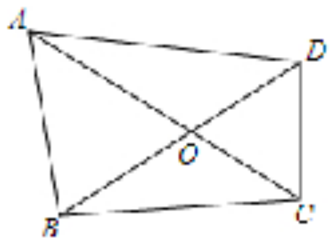
【答案】当定价为每桶 55 元时，可以获得最大利润 1125 元．

【解析】 $w=-5x^2+50x+1000=-5(x-5)^2+1125$ ，

则当 $x=5$ 时， w 的最大值为 1125 .

答：当定价为每桶 55 元时，可以获得最大利润 1125 元．

#25．如图，已知四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ， $\angle BAC=\angle BDC$.



@（1）求证： $\triangle ABO\backsim\triangle DCO$.

【答案】证明见解析．

【解析】 $\because\angle AOB=\angle DOC$ ， $\angle BAC=\angle CDB$ ，

$\therefore\triangle AOB\backsim\triangle DOC$.

@（2）求证： $\angle DAC=\angle DBC$.

【答案】证明见解析．

【解析】 $\because\triangle AOB\backsim\triangle DOC$ ，

$\therefore OA:OD=OB:OC$ ，

$\therefore OA:OB=OD:OC$.

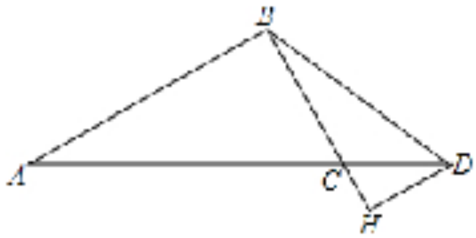
$\because\angle AOD=\angle BOC$.

$\therefore\triangle AOD\backsim\triangle BOC$.

$\therefore\angle DAC=\angle CBD$.

#26．如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $BC=3$ ， D 为 AC 延长线上一点， $AC=3CD$ ．过点 D 作 $DH\parallel$

AB，交 BC 的延长线于点 H．



@（1）求 $BD\cdot\cos\angle HBD$ 的值．

【答案】$BD\cdot\cos\angle HBD=4$．

【解析】$\because DH\parallel AB$，

$\therefore \angle BHD=\angle ABC=90^\circ$．

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DHC$．

$\therefore \dfrac{AC}{CD}=\dfrac{BC}{CH}=3$．

$\therefore CH=1$，$BH=BC+CH$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle BHD$ 中，

$\cos\angle HBD=\dfrac{BH}{BD}$，

$\therefore BD\cdot\cos\angle HBD=BH=4$．

@（2）若 $\angle CBD=\angle A$，求 AB 的长．

【答案】AB 的长为 6．

【解析】$\because \angle CBD=\angle A$，$\angle ABC=\angle BHD$．

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle BHD$．

$\therefore \dfrac{BC}{HD}=\dfrac{AB}{BH}$．

$\because \triangle ABC\backsim\triangle DHC$．

$\therefore \dfrac{AB}{DH}=\dfrac{AC}{CD}=3$．

$\therefore AB=3DH$．

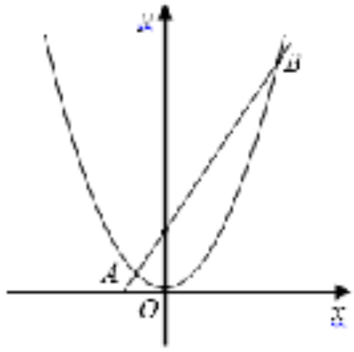
$\therefore \dfrac{3}{DH}=\dfrac{3DH}{4}$．

解得 $DH=2$，

$\therefore AB=3DH=3\times2=6$．

即 AB 的长为 6．

#27．如图，已知一条直线过点 $(0,4)$，且与抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 交于 A，B 两点，其中点 A 的横坐标是 -2．



@（1）求这条直线的函数关系式及点B的坐标．

【答案】直线$y=\frac{3}{2}x+4$，点B的坐标为$(8,16)$．

【解析】∵点A是直线与抛物线的交点，且横坐标为-2，

∴$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$，$A$点的坐标为$(2,-1)$．

设直线的函数关系式为$y=kx+b$，

将$(0,4)$，$(-2,1)$代入得：

$\begin{cases}b=4\\-2k+b=1\end{cases}$．

解得$\begin{cases}k=\frac{3}{2}\\b=4\end{cases}$．

∴直线$y=\frac{3}{2}x+4$．

∵直线与抛物线相交，

∴$\frac{3}{2}x+4=\frac{1}{4}x^2$，

解得：$x=-2$或$x=8$．

当$x=8$时，$y=16$，

∴点B的坐标为$(8,16)$．

@（2）在x轴上是否存在点C，使得$\triangle ABC$是以AB为斜边的直角三角形？若存在，求出点C的坐标；若不存在，请说明理由；

【答案】点C的坐标为$(-\frac{1}{2},0)$，$(0,0)$，$(6,0)$，$(32,0)$．

【解析】如图1，过点B作$BG\parallel x$轴，过点A作$AG\parallel y$轴，交点为G，

∴$AG^2+BG^2=AB^2$，

∵由$A(-2,1)$，$B(8,16)$可得$AB^2=325$．

设点$C(m,0)$，同理可得$AC^2=(m+2)^2+1^2=m^2+4m+5$．

$BC^2=(m-8)^2+16^2=m^2-16m+320$．

①若$\angle BAC=90°$，则$AB^2+AC^2=BC^2$，

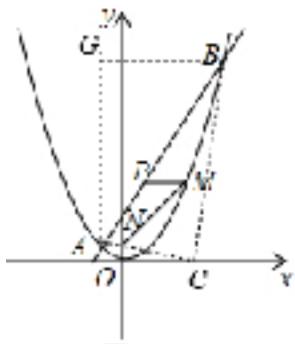


图1

即$325+m^2+4m+5=m^2-16m+320$，

解得：$m=-\frac{1}{2}$．

②若$\angle ACB=90^\circ$，则$AB^2=AC^2+BC^2$，

即$325=m^2+4m+5+m^2-16m+320$，

解得：$m=0$或$m=6$．

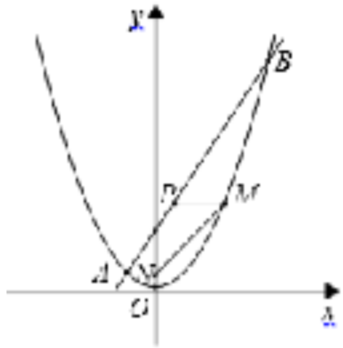
③若$\angle ABC=90^\circ$，则$AB^2+BC^2=AC^2$，

即$m^2+4m+5=m^2-16m+320+325$，

解得：$m=32$．

$\therefore$点C的坐标为$(-\frac{1}{2},0)$，$(0,0)$，$(6,0)$，$(32,0)$．

@（3）过线段AB上一点P，作$PM\parallel x$轴，交抛物线于点M，点M在第一象限，点$N(0,1)$，当点M的横坐标为何值时，$MN+3MP$的长度最大？最大值是多少？



【答案】当M的横坐标为6时，$MN+3PM$的长度的最大值是18．

【解析】设$M(a,\frac{1}{4}a^2)$，如图2，设MP与y轴交于点Q，

在$\mathrm{Rt}\triangle MQN$中，由勾股定理得$MN=\sqrt{a^2+(\frac{1}{4}a^2-1)^2}=\frac{1}{4}a^2+1$，

又$\because$点P与点M纵坐标相同，

$\therefore\frac{3}{2}x+4=\frac{1}{4}a^2$．

$\therefore x=\frac{a^2-16}{6}$，

$\therefore$点P的横坐标为$\frac{a^2-16}{6}$．

$\therefore MP=a-\frac{a^2-16}{6}$．

$\therefore MN+3PM=\frac{1}{4}a^2+1+3(a-\frac{a^2-16}{6})=-\frac{1}{4}a^2+3a+9$．

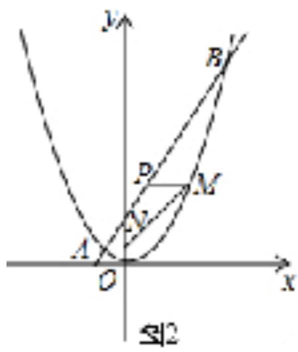


图2

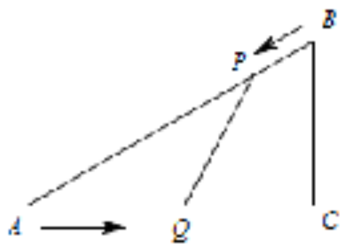
∴ $a=-\dfrac{3}{2\times(-\frac{1}{4})}=6$.

又∵ $-2\leqslant 6\quad 8$,

∴取到最大值 18 .

∴当 M 的横坐标为 6 时， $MN+3PM$ 的长度的最大值是 18 .

#28．如图，已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4\mathrm{cm}$ ， $BC=3\mathrm{cm}$ ，点 P 由 B 出发沿 BA 方向向点 A 匀速运动，速度为 $1\mathrm{cm/s}$ ；点 Q 由 A 出发沿 AC 方向向点 C 匀速运动，速度为 $2\mathrm{cm/s}$ ；连接 PQ ．若设运动的时间为 $t(\mathrm{s})$ （ $0<t<2$ ），解答下列问题：



@（1）当 t 为何值时，以 A ， P ， Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？

【答案】 $t=\dfrac{10}{7}(\mathrm{s})$ 或 $\dfrac{25}{13}(\mathrm{s})$.

【解析】

@（2）设 $\triangle AQP$ 的面积为 y （ cm^2 ），求 y 与 t 之间的函数关系式；

【答案】 $y=-\dfrac{3}{5}t^2+3t$.

【解析】

@（3）当 t 为何值时， $\triangle AQP$ 是等腰三角形．

【答案】 $t=\dfrac{25}{21}(\mathrm{s})$ 或 $t=\dfrac{5}{3}(\mathrm{s})$

【解析】当 $QA=QP$ 时 $2AQ\cos A=AP$.

即 $2\times 2t\times\dfrac{4}{5}=5-t$ 得 $t=\dfrac{25}{21}$.

当 $AP=AQ$ 时．

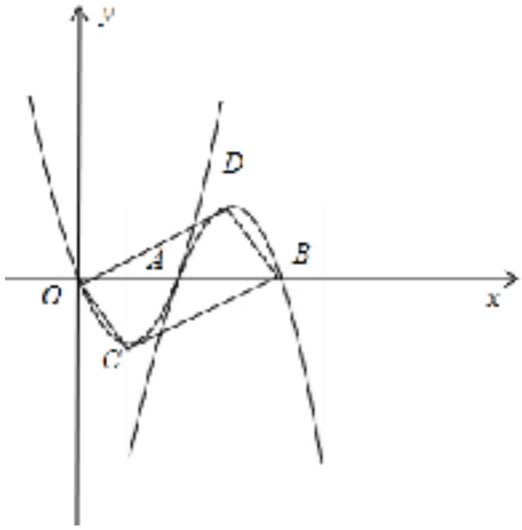
即 $2t=5-t$ 得 $t=\dfrac{5}{3}$.

当 $PA=PQ$ 时 $2AP\cos A=AQ$.

即 $2\times(5-t)\times\dfrac{4}{5}=2t$ 得 $t=\dfrac{20}{9}$ (不合题意，舍去)．

综上当 $t=\dfrac{25}{21}(\mathrm{s})$ 或 $t=\dfrac{5}{3}(\mathrm{s})$ 时 $\triangle AQP$ 是等腰三角形．

#29．已知抛物线 C_1 ： $y=ax^2+bx+c\left(x\leqslant 4\right)$ 经过原点和点 $A(4,0)$ ，顶点为点 C ，将抛物线 C_1 绕点 A 旋转 180° 得到抛物线 C_2 ，顶点为点 D ，与 x 轴的另一个交点为 B .



@（1）直接写出点B的坐标.

【答案】点B的坐标为$(8,0)$.

【解析】

@（2）求C，D两点的坐标（用含a的代数式表示）；

【答案】C的坐标为$(2,-4a)$，D的坐标$(6,4a)$.

【解析】∵抛物线$C_1: y=ax^2+bx+c(x\leqslant 4)$经过原点和点$A(4,0)$.

∴$C_1: y=ax(x-4)=a(x-2)^2-4a$.

∴顶点C的坐标为$(2,-4a)$，

∵抛物线C_2经过点$A(4,0)$，$B(8,0)$.

∴$C_2: y=-a(x-4)(x-8)=-a(x-6)^2+4a$.

∴顶点D的坐标$(6,4a)$.

@（3）当四边形$OCBD$为矩形时，求a的值.

【答案】$a=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】由抛物线的对称性得$CO=CA$，

当四边形$OCBD$为矩形时，$AO=AC$，

∴$CO=CA=OA$，即$\triangle OAC$是等边三角形，

∴$|y_c|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}OA=2\sqrt{3}$.

即$4a=\pm 2\sqrt{3}$.

$a=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.