2015-2016年北京市第六十六中学初三上学期数学期中试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1．下列函数关系式中，y 是 x 的二次函数的是（　）．

A．$y=3x+1$　　B．$y=x^2+2x-1$　　C．$y=-x$　　D．$y=\dfrac{1}{x}$

【答案】B

【解析】根据定义可知，y 是 x 的二次函数的是B．

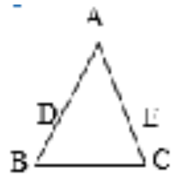
2．如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AB=5$，则 $\tan A$ 的值为（　）．

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

【答案】A

【解析】$\tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{\sqrt{5^2-3^2}}=\dfrac{3}{4}$．

3．如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 边上，$DE\parallel BC$．下列比例式正确的是（　）．



A．$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{CE}{AE}$　　B．$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{CE}$　　C．$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{DE}{BC}$　　D．$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{EC}{AE}$

【答案】B

【解析】$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{BC}$，

$\therefore \dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{CE}$．

4．下列多边形一定相似的是（　）．

A．两个平行四边形　　B．两个菱形　　C．两个矩形　　D．两个正方形

【答案】D

【解析】要判断两个多边形是否相似，需要看对应角是否相等，对应边的比是否相等．

三角形、四边形、平行四边形都属于形状不唯一确定的图形，即对应角、对应边的比不一定相等，故不一定相似，A、B、D错误；

而两个正方形，对应角都是 $90°$，对应边的比也都相当，故一定相似，D正确．

5．将抛物线 $y=3x^2$ 通过平移得到抛物线 $y=3(x-1)^2+2$，下列平移方法正确的是（　）．

A．先向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度

B．先向下平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度

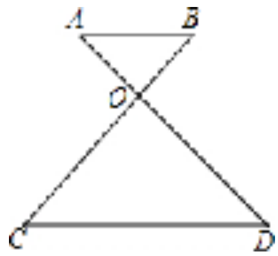
C．先向上平移 2 个单位长度，再向左平移 1 个单位长度

D．先向下平移 2 个单位长度，再向左平移 1 个单位长度

【答案】A

【解析】将抛物线 $y=3x^2$ 先向上平移 2 个单位长度，得到 $y=3x^2+2$，再向右平移 1 个单位长度，得到 $y=3(x-1)^2+2$．

6．如图，$AB\parallel CD$，AD 与 BC 交于点 O，已知 $AB=2$，$CD=3$，则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 的面积比是（ ）．



A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{4}{9}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

【答案】C

【解析】$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \triangle ABO\backsim\ DCO$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}}=\left(\dfrac{AB}{CD}\right)^2=\dfrac{4}{9}$．

7．张华同学身高为 1.6 米，某一时刻他在阳光下的影长为 2 米，与他邻近的一棵树的影长为 6 米，则这棵树高为（ ）．

A．3.2 米　　B．4.8 米　　C．5.2 米　　D．5.6 米

【答案】B

【解析】在同一时刻物高和影长成正比，即在同一时刻的两个问题物体，影子，经过物体顶部的太阳光线三者构成的两个直角三角形相似．

据相同时刻的物高与影长成比例，

设这棵树的高度为 $x\text{m}$，

则可列比例为，$1.6:2=x:6$

解得，$x=4.8$，即这棵树高为 4.8 米．

8．关于函数 $y=-3(x+4)^2+2$，下列叙述正确的是（ ）．

A．它的图象是一条关于直线 $x=4$ 对称的抛物线

B．这个函数有最小值是 2

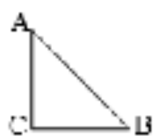
C．当 $x<0$ 时，y 随着 x 的增大而增大

D．当 $x<-4$ 时，y 随着 x 的增大而增大

【答案】D

【解析】函数 $y=-3(x+4)^2+2$ 的图象是一条关于直线 $x=-4$ 对称的抛物线，所以当 $x<-4$ 时，y 随着 x 的增大而增大，有最大值是 2，故答案为D．

9．如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=a$，$\angle B=\beta$，那么 AB 的长可以表示为（ ）．

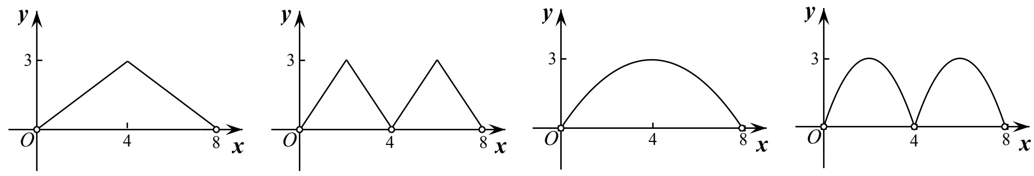


A. $a\cos\beta$　　B. $a\sin\beta$　　C. $\dfrac{a}{\cos\beta}$　　D. $\dfrac{a}{\sin\beta}$

【答案】C

【解析】$\cos\beta=\dfrac{BC}{AB}$，$\therefore$ $AB=\dfrac{a}{\cos\beta}$.

10. ff8080814d4b1928014d50b5d83616ed如图，菱形$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O，$AC=6$，$BD=8$，动点P从点B出发，沿着B-A-D在菱形$ABCD$的边上运动，运动到点D停止，点P'是点P关于BD的对称点，PP'交BD于点M，若$BM=x$，$\triangle OPP'$的面积为y，则y与x之间的函数图象大致为（　）.



A　　B　　C　　D

【答案】A

【解析】当$y_1>y_2$时，$-x^2+4x>2x$，解得$0<x<2$.

二、填空题（每题3分，共18分．请将答案写在题目的横线上）

11. 若$\dfrac{1+x}{x}=\dfrac{7}{5}$，则$x=$__________.

【答案】$\dfrac{5}{2}$

【解析】当$\dfrac{1+x}{x}=\dfrac{7}{5}$，$\therefore$ $5(1+x)=7x$，解得$x=\dfrac{5}{2}$.

12. 已知：$\cos(\alpha-15^\circ)=\dfrac{1}{2}$，则$\alpha=$__________.

【答案】45°

【解析】$\because$ $\cos(\alpha-15^\circ)=\dfrac{1}{2}$，$\therefore$ $\alpha-15^\circ=30^\circ$，则$\alpha=45^\circ$.

13. 写出一个开口向下，经过点$(0,3)$的抛物线的表达式__________.

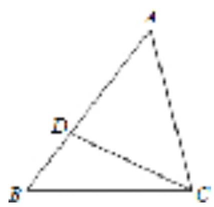
【答案】$y=-x^2+3$

【解析】见答案.

14. 如图，D是$\triangle ABC$的边AB上一点，添加一个条件__________后，可使$\triangle ABC\backsim$　ACD.

【答案】$\angle ACD=\angle B$

【解析】添加条件是：$\angle ACD=\angle B$，



理由是：$\because \angle A=\angle A$，$\angle ACD=\angle B$，

$\therefore \triangle ABC\backsim$ ACD.

15．已知二次函数$y=-3(x-1)^2+k$的图象上有三点$A(-1,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(5,y_3)$，则y_1，y_2，y_3的大小关系为__________.

【答案】$y_2>y_1>y_3$

【解析】二次函数对称轴为$x=1$，且开口向下，

∴距离对称轴越近其函数值越大，

∵点A、B、C分别距离对称轴的距离分别为2、1、5，

$\therefore y_2>y_1>y_3$.

16．二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象如图所示，其对称轴为$x=1$，有下列结论：

①$abc>0$；②$b>a+c$；③$4a+2b+c<0$；④$2c<3b$；⑤$a+b\geq m(am+b)$.

其中正确的结论有__________（填序号）.

【答案】②④

【解析】由图可知，$a<0$，$-\dfrac{b}{2a}=1$，即$b=-2a$，

当$x=0$时，$y=c>0$，$\therefore abc<0$，

函数与x轴的交点$-1<x_1<0$，$2<x_2<3$，

$\therefore a-b+c<0$，$4a+2b+c>0$，$9a+3b+c<0$，

$\therefore b>a+c$，$2c<3b$，

$\because a+b=a-2a=-a$，$m(am+b)=m(am-2a)=(m^2-2m)a$，

又$(-a)-(m^2-2m)a\leq 0$，

$\therefore a+b\leq m(am+b)$.

故正确的结论有②④.

三、解答题（本题共72分）

17．计算：$\cos 30°-\sin 60°+2\sin 45°\cdot\tan 45°$.

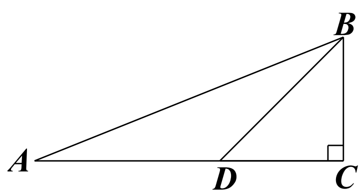
【答案】$\sqrt{2}$

【解析】原式$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\sqrt{2}$.

18．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin A=\dfrac{2}{5}$，D为AC上一点，$\angle BDC=45°$，$DC=6$，求AB的长.

【答案】15

【解析】在$\triangle BDC$中，$\angle C=90°$，$\angle BDC=45°$，$DC=6$，



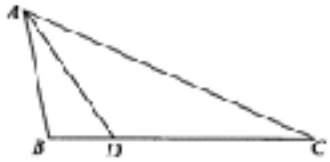
$\therefore \tan 45° = \dfrac{BC}{DC} = 1$,

$\therefore BC = 6$,

在$\triangle ABC$中，$\sin A = \dfrac{2}{5}$，$\therefore \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{2}{5}$，

$\therefore AB = 15$．

19．已知：如图，$\triangle ABC$中，$AB = 2$，$BC = 4$，D为BC边上一点，$BD = 1$．求证：$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$．



【答案】证明见解析．

【解析】$\because AB = 2$，$BC = 4$，$BD = 1$，

$\therefore \dfrac{AB}{CB} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$，$\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{AB}{CB} = \dfrac{BD}{BA}$，

$\because \angle ABD = \angle CBA$，

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$．

20．在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y = ax^2 + bx + 2(a \neq 0)$过点$A(-1,0)$，$B(1,6)$．

@（1）求抛物线$y = ax^2 + bx + 2(a \neq 0)$的函数表达式．

【答案】$y = x^2 + 3x + 2$

【解析】$\because$抛物线$y = ax^2 + bx + 2(a \neq 0)$过点$A(-1,0)$，$B(1,6)$，

$\therefore a - b = -2$，

$\therefore a + b = 4$，

$\therefore a = 1$，$b = 3$，

$\therefore$抛物线的函数关系式为$y = x^2 + 3x + 2$．

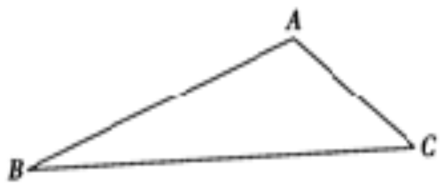
@（2）用配方法求此抛物线的顶点坐标．

【答案】$\left(-\dfrac{3}{2}, \dfrac{1}{4}\right)$

【解析】$\because y = x^2 + 3x + \dfrac{9}{4} - \dfrac{9}{4} + 2 = \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4}$，

$\therefore$抛物线的顶点坐标是$\left(-\dfrac{3}{2}, \dfrac{1}{4}\right)$．

21．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AC = 10$，$\sin C = \dfrac{4}{5}$，$\sin B = \dfrac{1}{3}$．求AB的长．



【答案】24

【解析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D，

则 $\angle ADC = \angle ADB = 90°$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中 $\angle ADC = 90°$，

$\therefore \sin C = \dfrac{AD}{AC}$，

$\because \sin C = \dfrac{4}{5}$，$AC = 10$，

$\therefore \dfrac{AD}{10} = \dfrac{4}{5}$，

$\therefore AD = 8$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中 $\angle ADB = 90°$，

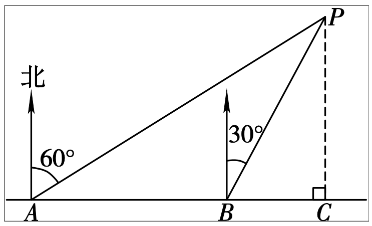
$\therefore \sin B = \dfrac{AD}{AB}$，

$\because \sin B = \dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1}{3}$，

$\therefore AB = 24$．

22．如图，小明同学在东西方向的环海路 A 处，测得海中灯塔 P 在它的北偏东 $60°$ 方向上，在 A 的正东 200 米的 B 处，测得海中灯塔 P 在它的北偏东 $30°$ 方向上．问：灯塔 P 到环海路的距离 PC 约等于多少米？（$\sqrt{3}$ 取 1.732，结果精确到 1 米）



【答案】灯塔 P 到环海路的距离 PC 约等于 173 米．

【解析】由题意，可得 $\angle PAC = 30°$，$\angle PBC = 60°$．

$\therefore \angle APB = \angle PBC - \angle PAC = 30°$．

$\therefore \angle PAC = \angle APB$．

$\therefore PB = AB = 200$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle PBC$ 中，$\angle PCB = 90°$，$\angle PBC = 60°$，$PB = 200$，

$\therefore PC = PB \sin \angle PBC = 200 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} = 173.2 \approx 173$（米）

答：灯塔 P 到环海路的距离 PC 约等于 173 米．

四、解答题（每小题5分，共20分）

23．8aac49074e724b45014e827b37df376a某工厂设计了一款产品，成本为每件20元．投放市场进行试销，经调查发现，该种产品每天的销售量 y（件）与销售单价 x（元）之间满足 $y = -2x + 80$（$20 \le x$

≤40），设销售这种产品每天的利润为W（元）.

（1）求销售这种产品每天的利润W（元）与销售单价x（元）之间的函数表达式；

（2）当销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大利润是多少元？

24．二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象经过点$A(4,0)$，$B(2,8)$，且以$x=1$为对称轴．

@（1）求此函数的解析式，并作出它的示意图．

【答案】$y=-x^2+2x+8$

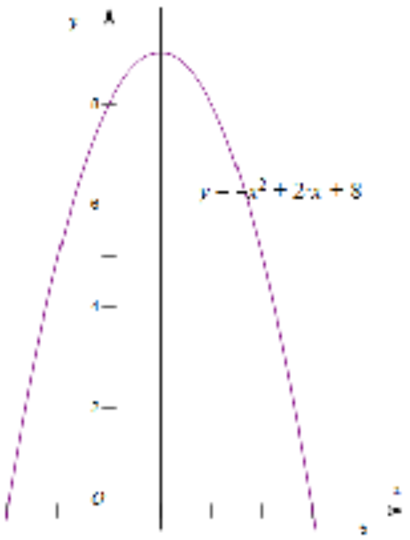
【解析】∵二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象经过点$A(4,0)$，$B(2,8)$，且以$x=1$为对称轴，

∴$-\dfrac{b}{2a}=1$，$\begin{cases}16a+4a+c=0\\4a+2b+c=8\end{cases}$，

解得：$a=-1$，$b=2$，$c=8$，

∴$y=-x^2+2x+8$．

示意图如图所示：



@（2）当$0<x<4$时，写出y的取值范围．

【答案】$0<y\le 9$

【解析】由图可知，当$0<x<4$时，$0<y<9$．

@（3）结合图象直接写出不等式$ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$的解集．

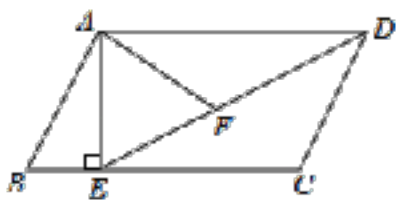
【答案】$-2<x<4$

【解析】见答案．

25．ffdbfa86d34f441abab50976b66ffd07如图，在平行四边形*ABCD*中，过点*A*作*AE*⊥*BC*，垂足为*E*，连接*DE*，*F*为线段*DE*上一点，且∠*AFE*=∠*B*．

（1）求证：△ADF∽△DEC；

（2）若AB=8，AD=$6\sqrt{3}$，AF=$4\sqrt{3}$，求AE的长．



26．请解答问题：

@（1）某种细胞分裂时由1个分裂成2个，2个分裂成4个，……一个这样的细胞分裂x次后，得到的细胞分裂的个数y与x之间构成一个函数关系，请写出y与x之间的关系可以表示为__________.

【答案】$y=2^x$

【解析】根据数的变化规律可知y与x之间的关系为$y=2^x$．

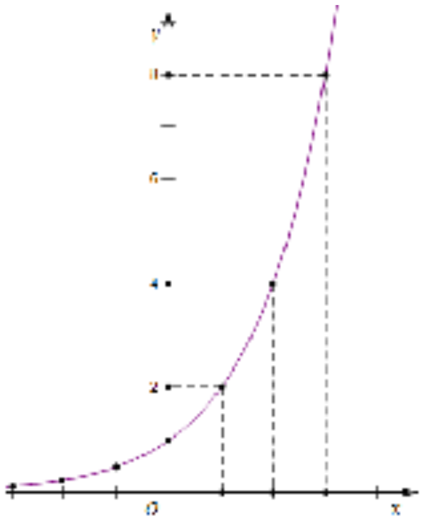
@（2）将此问题一般化，在定义域为全体实数时，试列表研究此函数的图象与性质：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y									

【答案】65

【解析】当$x=-3$时，$y=\dfrac{1}{8}$；当$x=-2$时，$y=\dfrac{1}{4}$；当$x=-1$时，$y=\dfrac{1}{2}$；

当$x=0$时，$y=1$；当$x=1$时，$y=2$；当$x=2$时，$y=4$；当$x=3$时，$y=8$．



@（3）观察图象，请写出你认为正确的结论：__________．

【答案】自变量x的取值为全体实数；函数值永大于零；函数y随x的增大而增大．

【解析】见答案．

五、解答题（第27题7分，第28题7分，第29题8分，共22分）

27．已知$P(-3,m)$和$Q(1,m)$是抛物线$y=x^2+bx-3$上的两点．

@（1）求b的值．

【答案】2

【解析】$\because$点P、Q在抛物线上且纵坐标相同，

$\therefore P$、Q关于抛物线对称轴对称并且到对称轴距离相等．

$\therefore$抛物线对称轴$x=\dfrac{b}{-2}=-1$，

$\therefore b=2$.

@（2）将抛物线$y=x^2+bx-3$的图象向上平移k（是正整数）个单位，使平移后的图象与x轴无交点，求k的最小值．

【答案】5

【解析】由题意将抛物线$y=x^2+bx-3$的图象向上平移k（k是正整数）个单位，使平移后的图象与x轴无交点，

$\therefore$方程$x^2+2x-3+k=0$无解，

$\therefore \Delta<0$，

$\therefore 4-4(-3+k)<0$，

$\therefore k>4$，

$\because k$是正整数，

$\therefore k$的最小值为5．

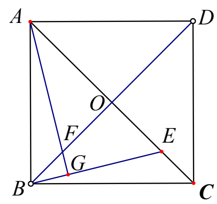
@（3）将抛物线$y=x^2+bx-3$的图象在x轴下方的部分沿x轴翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象，请你结合新图象回答：当直线$y=x+n$与这个新图象有两个公共点时，求n的取值范围．

【答案】$-1<n<3$或$n>\dfrac{21}{4}$．

【解析】见答案．

28．在四边形$ABCD$中，对角线AC与BD交于点O，E是OC上任意一点，$AG\perp BE$于点G，交直线BD于点F．

@（1）如图1，若四边形$ABCD$是正方形，AF与BE的数量关系是________．



【答案】$AF=BE$

【解析】$\because \angle BAG+\angle ABG=\angle EBC+\angle ABG=90^\circ$，

$\therefore \angle BAG=\angle EBC$，

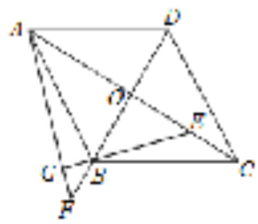
又$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore \angle ABF=\angle BCE=45^\circ$，$AB=BC$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle BCE$，

$\therefore AF=BE$．

@（2）如图2，若四边形$ABCD$是菱形，$\angle ABC=120^\circ$，求$\dfrac{AF}{BE}$的值．



【答案】$\dfrac{AF}{BE}=\sqrt{3}$，理由见解析．

【解析】$\because$四边形$ABCD$是菱形，$\angle ABC=120^\circ$，

$\therefore AC\perp BD$，$\angle ABO=60^\circ$．

$\therefore \angle FAO + \angle AFO = 90°$,

$\because AG \perp BE$,

$\therefore \angle EAG + \angle BEA = 90°$.

$\therefore \angle AFO = \angle BEA$,

又$\because \angle AOF = \angle BOE = 90°$,

$\therefore \triangle AOF \quad BOE$,

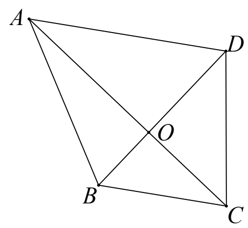
$\therefore \dfrac{AF}{BE} = \dfrac{AO}{OB}$,

$\because \angle ABO = 60°$, $AC \perp BD$,

$\therefore \dfrac{AO}{OB} = \tan 60° = \sqrt{3}$,

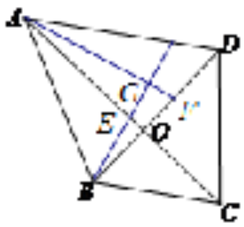
$\therefore \dfrac{AF}{BE} = \sqrt{3}$.

@（3）如图3，若四边形$ABCD$中，$AC \perp BD$，$\angle ABC = \alpha$，$\angle DBC = \beta$，请你补全图形，并直接写出：$\dfrac{AF}{BE} =$ ________（用含α、β的式子表示）.



【答案】$\dfrac{AF}{BE} = \tan(\alpha - \beta)$

【解析】补全图形：



29．设p、q都是实数，且$p < q$．我们规定：满足不等式$p \le x \le q$的实数x的所有取值的全体叫做闭区间，表示为$[p,q]$．对于一个函数，如果它的自变量x与函数值y满足：当$p \le x \le q$时，有$p \le y \le q$，我们就称此函数是闭区间$[p,q]$上的“闭函数”.

@（1）反比例函数$y = \dfrac{2015}{x}$是闭区间$[1,2015]$上的“闭函数”吗？请判断并说明理由；

【答案】是，理由见解析.

【解析】由函数$y = \dfrac{2015}{x}$的图象可知，当$1 \le x \le 2015$时，函数值y随着自变量x的增大而减少，而当$x = 1$时，$y = 2015$；$x = 2015$时，$y = 1$，故也有$1 \le y \le 2015$，

所以，函数$y = \dfrac{2015}{x}$是闭区间$[1,2015]$上的“闭函数”.

@（2）若一次函数$y = kx + b(k > 0)$是闭区间$[m,n]$上的“闭函数”，求此函数的解析式；

【答案】$y = x$

【解析】因为一次函数$y = kx + b(k > 0)$是闭区间$[m,n]$上的“闭函数”，

所以根据一次函数的图象与性质，必有：$\begin{cases} km+b=m \\ kn+b=n \end{cases}$，解之得 $k=1$，$b=0$．

$\therefore$一次函数的解析式为 $y=x$．

@（3）若实数 c、d 满足 $c<2<d$，当二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ 是闭区间 $[c,d]$ 上的“闭函数”时，求 c、d 的值．

【答案】$c=-2$，$d=6$．

【解析】由于函数 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ 的图象开口向上，且对称轴为 $x=2$，顶点为 $(2,-2)$，

由题意根据图象：当 $c<2<d$ 时，必有函数值 y 的最小值为 -2，

由于此二次函数是闭区间 $[c,d]$ 上的“闭函数”，故必有 $c=-2$，

从而有 $[c,d]=[-2,d]$，而当 $x=-2$ 时，$y=6$，即得点 $(-2,6)$；

又点 $(-2,6)$ 关于对称轴 $x=2$ 的对称点为 $(6,6)$，

由“闭函数”的定义可知必有 $x=d$ 时，$y=d$，即 $\frac{1}{2}d^2-2d=d$，解得 $d_1=0$，$d_2=6$．

故可得 $c=-2$，$d=6$ 符合题意．