

延庆县中学第三协作区2015—2016学年度第一学期期中试卷

一、选择 (每小题3分,共33分)

1. [8aac50a74e023208014e37b7a9127b17](#) 已知 $\frac{m}{3} = \frac{n}{4}$, 那么下列式子中一定成立的是 ()
- A. $4m = 3n$ B. $3m = 4n$ C. $m = 4n$ D. $mn = 12$

2. [8aac49074e023206014e347360003935](#) 如果反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$ 在各自象限内, y 随 x 的增大而减小, 那么 m 的取值范围是 ()
- A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $m < -1$ D. $m > -1$

3. [8aac49074e724b45014e7d1b12b92c95](#) 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向左平移1个单位, 再向下平移2个单位后, 所得图象的函数表达式是 ()
- A. $y = (x+1)^2 + 2$ B. $y = (x-1)^2 - 2$
- C. $y = (x+1)^2 - 2$ D. $y = (x-1)^2 + 2$

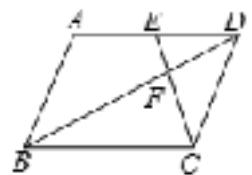
4. [ff8080814cdbldea014cf8cd14e82023](#) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, 则下列结论: ① $BC = 2DE$; ② $\triangle ADE \sim \triangle ABC$; ③ $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$.

其中正确的有 ()



- (A) 3个 (B) 2个 (C) 1个 (D) 0个

5. [8aac49074e4e5107014e65ea3c7543fd](#) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F , 则 $EF:FC$ 等于 ()



- A. 1: 1 B. 1: 2 C. 1: 3 D. 2: 3

6. [8aac49074e724b45014e91ae0e007792](#)将 $y = x^2 + 6x + 7$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式, h , k 的值分别为 ()

- A. 3, -2 B. -3, -2 C. 3, -16 D. -3, -16

7. [8aac50a74e724b3f014e81ec1ee739a6](#)如果点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 那么 ()

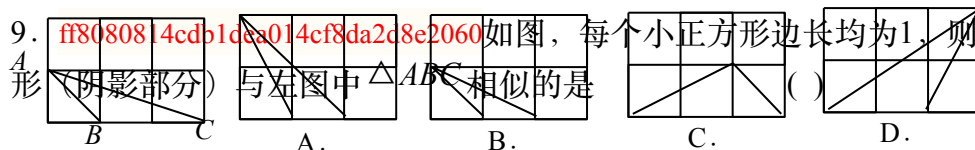
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

8. [8aac49074e724b45014e74c35d5e0c65](#)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边上一点, 若 $\angle DBC = \angle A$, $BC = \sqrt{6}$, $AC = 3$, 则 CD 的长为

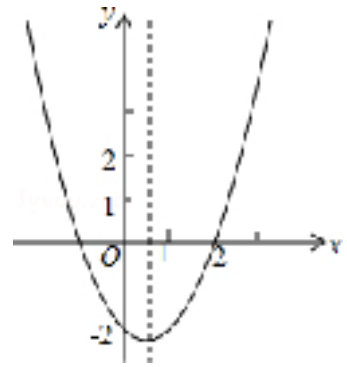


- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

9. [ff8080814cda014cf8da2d8e2060](#)如图, 每个小正方形边长均为1, 则下列图中的三角形(阴影部分)与左图中 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



10. [c635e8b18a45492c8dd05dc493273f79](#)二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列结论中错误的是 ()



A. 当 $x < \frac{1}{2}$, y 随 x 的增大而减小 B. 函数有最小值

C. $a+b+c < 0$ D. 当 $-1 < x < 2$ 时, $y > 0$

【解答】解: A、由图象可知在对称轴的左侧 y 随 x 的增大而减小, 故正确;

B、由图象可知函数有最小值, 故正确;

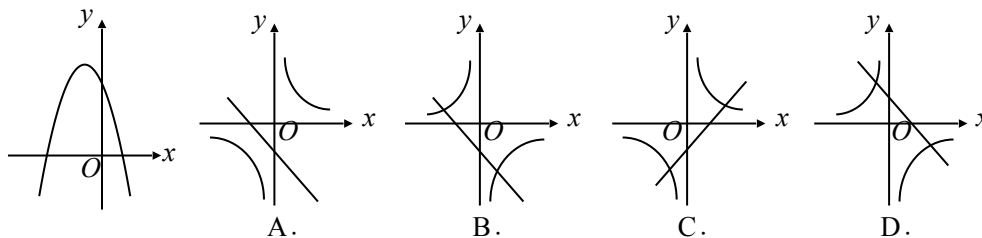
C、当 $x=1$ 时, $y < 0$, 即 $a+b+c < 0$, 故正确;

D、由抛物线可知当 $-1 < x < 2$ 时, $y < 0$, 故错误.

故选: D.

11. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示

示, 则直线 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{ac}{x}$, 在同一坐标系内的大致图象为()



二、填空题(12-23题每空2分,24题24题前两空每空1分,最后一空2分共30分)

12. 请写出一个开口向下, 并且与 y 轴交于点 $(0, -2)$ 的抛物线的表达式_____.

【解答】解: 根据题意得: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一),

故答案为: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一)

13. 若反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限, 则 m 的取值范围是_____

14. 抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ 的顶点坐标是_____, 对称轴是_____

【解答】解：∵抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ ，
∴顶点坐标是 $(2, 1)$ ，对称轴是 $x = 2$ 。

15. 3d27d1f409524238ab4728600f4cc54e 抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - 2$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同，而开口方向相反，则 $a =$ _____。

【解答】解：∵抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - 2$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同，

∴二次项系数的绝对值相等，都为 $\frac{1}{3}$ ；

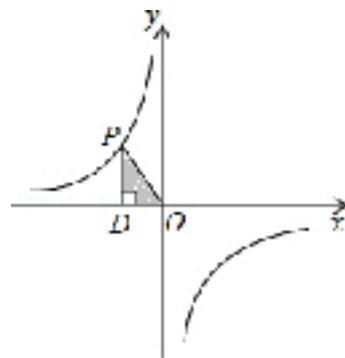
∴开口方向相反，

∴二次项系数互为相反数，

即 $y = ax^2$ 中， $a = -\frac{1}{3}$ 。

16. ff80808146cd4fd00146dbd039d60cb1 在某一时刻，测得一根高为1.8m的竹竿的影长为3m，同时测得一根旗杆的影长为25m，那么这根旗杆的高度为_____ m。

17. 4768be062b9f4210aa7fe63d95ffc6f2 如图，点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，且 $PD \perp x$ 轴于点 D 。若 $\triangle POD$ 的面积为3，则 k 的值是_____。



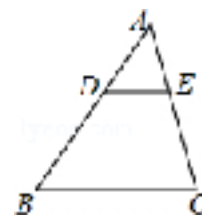
【解答】解： $S_{\triangle POD} = \frac{1}{2}|k| = 3$ ，

又∵ $k < 0$ ，

∴ $k = -6$ 。

故答案是：-6。

18. 0641de9ee88f4e9086a6c8d335e7cb29 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，分别交 AB ， AC 于点 D ， E 。若 $AD = 1$ ， $DB = 2$ ，则 $\triangle ADE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比等于_____。



【解答】解：∵ $AD = 1$ ， $DB = 2$ ，
 ∴ $AB = AD + DB = 3$ ，
 ∴ $DE \parallel BC$ ，
 ∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，
 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ ．

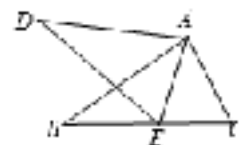
故答案为 $1:9$ ．

19. 抛物线 $y = 2x^2 + 8x + m$ 与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值为_____．

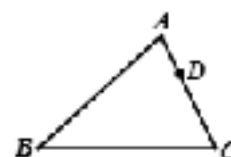
【解答】解：∵ 抛物线与 x 轴只有一个公共点，
 ∴ $\Delta = 0$ ，
 ∴ $b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times m = 0$ ；
 ∴ $m = 8$ ．

故答案为：8．

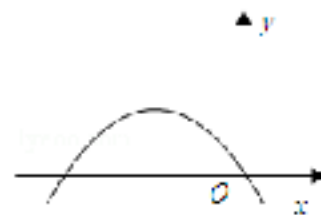
20. 如图， $\angle DAB = \angle CAE$ ，要使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，则补充的一个条件可以是_____．（注：只需写出一个正确答案即可）．



21. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ ， $AC = 6$ ，点 D 在 AC 上且 $AD = 2$ ，如果要在 AB 上找一点 E ，使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，那么 $AE =$ _____．



22. 2c8716ce983f4241a1a7f31ceed91eb7 如图所示的抛物线是二次函数 $y = ax^2 - 3x + a^2 - 1$ 的图象，那么 a 的值是_____.



【解答】解：由图象可知，抛物线经过原点 $(0, 0)$ ，
所以 $a^2 - 1 = 0$ ，解得 $a = \pm 1$ ，
 \because 图象开口向下， $a < 0$ ，
 $\therefore a = -1$.

23. 0688a3f73ee94f93939b451a0ee09869 初三数学课本上，用“描点法”画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象时，列了如下表格：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	$-6\frac{1}{2}$	-4	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-2\frac{1}{2}$...

根据表格上的信息回答问题：该二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 $x = 3$ 时， $y =$ _____.

【解答】解：观察表格可知，当 $x = 0$ 或 2 时， $y = -2\frac{1}{2}$ ，
根据二次函数图象的对称性，
 $(0, -2\frac{1}{2})$ ， $(2, -2\frac{1}{2})$ 是抛物线上两对称点，
对称轴为 $x = \frac{0+2}{2} = 1$ ，顶点 $(1, -2)$ ，
根据对称性， $x = 3$ 与 $x = -1$ 时，函数值相等，都是 -4 .
故答案为：-4.

24. 8aac50a74e724b3f014e7a6238bb2535

三、解答题

1. 190ab9889745485dbef2ca7725b61a9b 根据下列条件，分别求出对应的二次函数表达式.

(1) 已知图象过点 $(6, 0)$ ，顶点坐标为 $(4, -8)$.

(2) 已知抛物线与 x 轴的交点是 $A(-2, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，且经过点 $C(0, 6)$.

【解答】解：(1) 设 $y = a(x - 4)^2 - 8$ ，
则 $a(6 - 4)^2 - 8 = 0$ ，
解得 $a = 2$ ，

则 $y = 2(x - 4)^2 - 8$.

(2) 设 $y = a(x + 2)(x - 3)$,

则 $a(0 + 2)(0 - 3) = 6$,

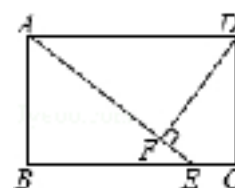
解得 $a = -1$,

则 $y = -(x + 2)(x - 3)$.

2.27ea8183060d4f9f8cf48c485da0b975 如图矩形 $ABCD$ 中, E 为 BC 上一点, $DF \perp AE$ 于 F .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle DFA$;

(2) 若 $AB = 6$, $AD = 12$, $BE = 8$, 求 DF 的长.



【解答】 (1) 证明: $\because DF \perp AE$,

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle B = \angle AFD = 90^\circ .$$

又 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB .$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA .$$

(2) 解: $\because AB = 6$, $BE = 8$, $\angle B = 90^\circ$,

$$\therefore AE = 10 .$$

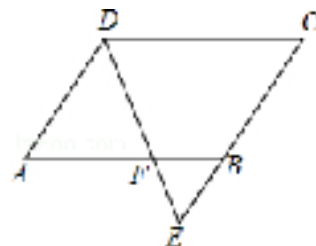
$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA ,$$

$$\frac{AB}{DF} = \frac{AE}{AD} .$$

$$\frac{6}{DF} = \frac{10}{12} .$$

$$\therefore DF = 7.2 .$$

3.ee4d39247cd644c6a0cb8022c9c452ac 如图平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 CB 延长线上一点, DE 交 AB 于 F . 求证: $AD \cdot AB = AF \cdot CE$.



【解答】 证明:

在平行四边形 $ABCD$ 中,

因为 $AB \parallel DC$,
 所以 $\angle CDE = \angle BFE = \angle AFD$,
 又因为 $\angle A = \angle C$,
 所以 $\triangle ECD \sim \triangle DAF$,

$$\frac{CD}{AF} = \frac{CE}{AD}$$
 ,
 又 $CD = AB$,

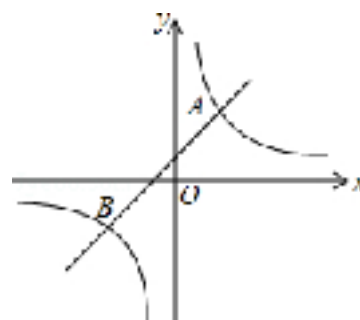
$$\frac{AB}{AF} = \frac{CE}{AD}$$
 ,
 故 $AD \cdot AB = AF \cdot CE$.

4. 如图，一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象交于 $A(m, 3)$, $B(-3, n)$ 两点.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 观察函数图象，直接写出关于 x 的不等式 $\frac{6}{x} > kx + b$ 的解集.

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



【解答】解：(1) $\because A(m, 3)$, $B(-3, n)$ 两点在反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象上，
 $\therefore m = 2$, $n = -2$.

$\therefore A(2, 3)$, $B(-3, -2)$.

根据题意得：
$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases}$$
 ,

解得：
$$\begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$
 ,

\therefore 一次函数的解析式是： $y_1 = x + 1$.

(2) 根据图象得： $0 < x < 2$ 或 $x < -3$.

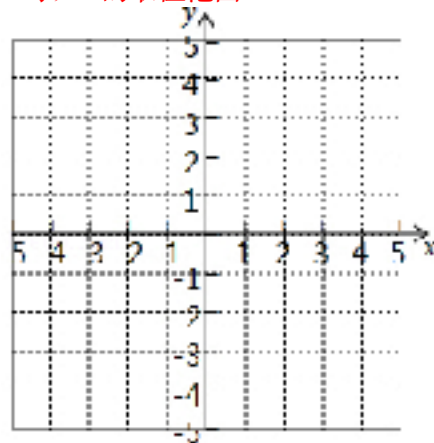
(3) \because 一次函数的解析式是 $y_1 = x + 1$;

\therefore 直线 AB 与 y 轴的交点为 $(0, 1)$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{5}{2}$.

5.df871459553e4e66966d95a5eb121c30 已知二次函数 $y_1 = ax^2 + bx - 3$ 的图象经过点 $A(2, -3)$ ， $B(-1, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，与 x 轴另一交点交于点 D 。

- (1) 求二次函数的表达式；
- (2) 求点 C 、点 D 的坐标；
- (3) 画出二次函数的图象；
- (4) 若一条直线 y_2 ，经过 C 、 D 两点，请直接写出 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围。



【解答】解：(1) 根据题意得
$$\begin{cases} 4a + 2b - 3 = -3 \\ a - b - 3 = 0 \end{cases}$$
，

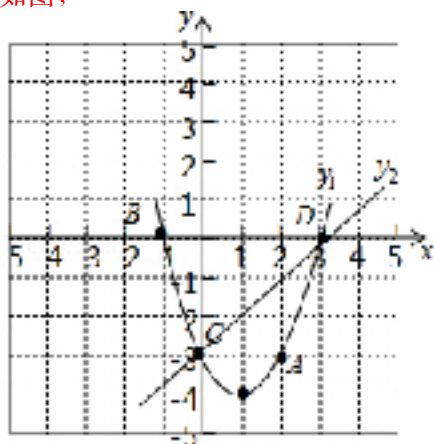
解得
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$
。

所以抛物线解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$ ；

(2) 当 $x = 0$ 时， $y = x^2 - 2x - 3 = -3$ ，则 $C(0, -3)$ ；

当 $y = 0$ 时， $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，解得 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$ ，则 $D(3, 0)$ ；

(3) $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$ ，则抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$ ，
如图，

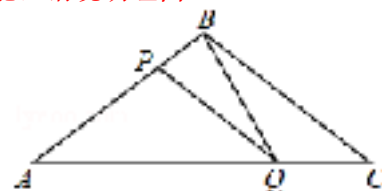


(4) 当 $x < -1$ 或 $x > 3$ 时， $y_1 > y_2$ 。

6. ddb0f742dd3549bba50b97bb21859d17 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA = BC = 20\text{cm}$ ， $AC = 30\text{cm}$ ，点 P 从点 A 出发，沿着 AB 以每秒 4cm 的速度向点 B 运动；同时点 Q 从 C 点出发，沿着 CA 以每秒 3cm 的速度向点 A 运动。设运动时间为 x 。

(1) 当 x 为何值时， $PQ \parallel BC$ ？

(2) $\triangle APQ$ 能否与 $\triangle CQB$ 相似？若能，求出 AP 的长；若不能，请说明理由。



【解答】解：(1) 由题意得， PQ 平行于 BC ，
 则 $AP:AB = AQ:AC$ ， $AP = 4x$ ， $AQ = 30 - 3x$ ，

$$\frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{30}$$

$$\therefore x = \frac{10}{3}$$

(2) 假设两三角形可以相似

情况 1：当 $\triangle APQ \sim \triangle CQB$ 时， $CQ:AP = BC:AQ$ ，

$$\frac{3x}{4x} = \frac{20}{30 - 3x} \quad x = \frac{10}{9}$$

经检验， $x = \frac{10}{9}$ 是原分式方程的解。

$$AP = \frac{40}{9} \text{ cm}$$

情况 2：当 $\triangle APQ \sim \triangle CBQ$ 时， $CQ:AQ = BC:AP$ ，

$$\frac{3x}{30 - 3x} = \frac{20}{4x} \quad \text{解得 } x = 5$$

经检验， $x = 5$ 是原分式方程的解。

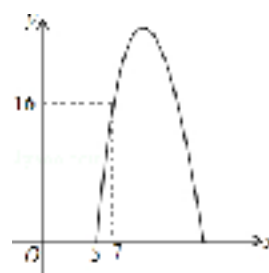
此时 $AP = 20\text{cm}$ 。

综上所述， $AP = \frac{40}{9} \text{ cm}$ 或 $AP = 20\text{cm}$ 。

7. 8aac49074e4e5107014e67c750bf589c 某种商品每天的销售利润 y (元) 与销售单价 x (元) 之间满足关系： $y = ax^2 + bx - 75$ 。其图象如图。

(1) 销售单价为多少元时，该种商品每天的销售利润最大？

最大利润为多少元？



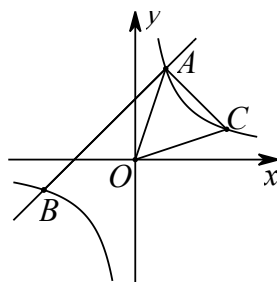
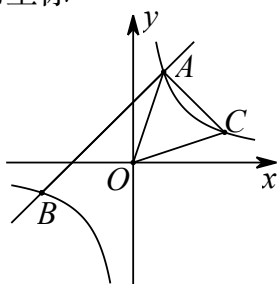
(2) 销售单价在什么范围时, 该种商品每天的销售利润
不低于16元? (5分)

8. 已知: 如图, 一次函数 $y = x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点, 且点 A 的坐标为 $(1, m)$. (7分)

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;

(2) 点 $C(n, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 求 $\triangle AOC$ 面积;

(3) 在 x 轴上找出点 P , 使 $\triangle ABP$ 是以 AB 为斜边的直角三角形, 请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标.



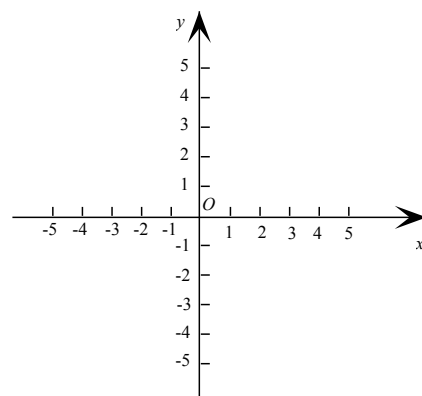
备用图

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = mx^2 + 2x + m^2 + 2$ 的开口向下, 且抛物线与 y 轴的交于点 A , 与 x 轴交于 B , C 两点, (B 在 C 左侧). 点 A 的纵坐标是 3. (6分)

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求直线 AB 的表达式;

(3) 将抛物线在点 C 左侧的图形 (含点 C) 记为 G . 若直线 $y = kx + n$ ($n < 0$) 与直线 AB 平行, 且与图形 G 恰有一个公共点, 结合函数图象写出 n 的取值范围.



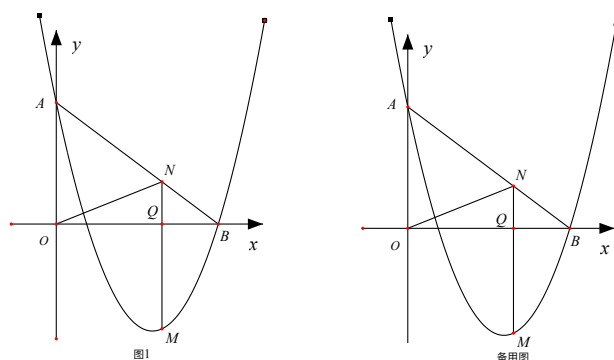
10. 如图1，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点. 直线

$y = kx + b$ 与抛物线 $y = mx^2 - \frac{19}{4}x + n$ 同时经过 $A(0,3)$ 、 $B(4,0)$. (6分)

(1) 求 m, n 的值.

(2) 点 M 是二次函数图象上一点，(点 M 在 AB 下方)，过 M 作 $MN \perp x$ 轴，与 AB 交于点 N ，与 x 轴交于点 Q . 求 MN 的最大值.

(3) 在 (2) 的条件下，是否存在点 N ，使 $\triangle AOB$ 和 $\triangle NOQ$ 相似? 若存在，求出 N 点坐标，不存在，说明理由.



答案

一、选择题(每小题3分,共33分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分数	A	D	C	A	B	B	C	C	B	D	B

二、填空题!(12-23题每空2分,24题前两空没空1分，最后一空2分共30分)

12. 不唯一 13. $m < 1$ 14. $(2, 1)$, $x=2$ 15. $1/3$ 16. 15 17. -6 18.

$1/9$ 19. 8 20. $\angle B = \angle D$ 不唯一 21. $3/8$ 或 $3/2$

22. -1 23. P_1 的坐标为 $(1, 8)$;

$S_2 = 4/3$; $S_n =$ 或者 .

三、解答题

1. 解: 设 $y = a(x-h)^2 + k$

\therefore 顶点为 $(4, -8)$

$$\therefore y = a(x-4)^2 - 8 \quad \dots 1'$$

\therefore 过 $(6, 0)$

$$\therefore 4a - 8 = 0 \quad \dots 2'$$

$$a = 2$$

$$\therefore y = 2(x-4)^2 - 8 \quad \dots 3'$$

$$y = 2x^2 - 16x + 24 \quad \dots 4'$$

2. 解: 设二次函数表达式为 $y = a(x-x_1)(x-x_2)$

\therefore 过 $A(-2, 0)$ $B(3, 0)$

$$\therefore y = a(x+2)(x-3) \quad \dots 1'$$

\therefore 过 $C(0, 6)$

$$\therefore -6a = 6 \quad \dots 2'$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+2)(x-3) \quad \dots 3'$$

$$\therefore y = -x^2 + x + 6 \quad \dots 4'$$

3. (1) 证明: \because 矩形 $ABCD$

$\therefore AD \parallel BC$ $\angle B = 90^\circ$

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$

$\therefore DF \perp AE$

$\therefore \angle DFA = 90^\circ$

$\therefore \angle B = \angle DFA$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA \quad \dots 2'$

(2) $\because \angle B = 90^\circ$ $AB = 6$ $BE = 8$

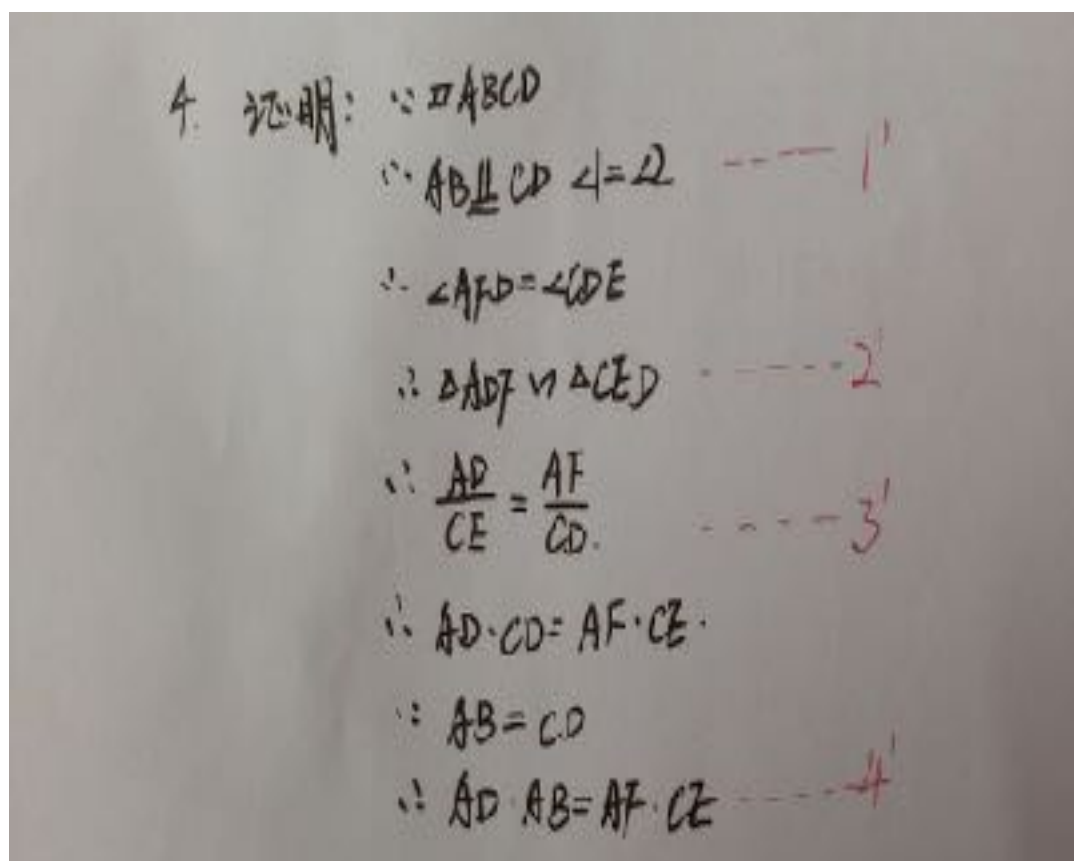
$\therefore AE = 10$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA$

$$\therefore \frac{DF}{AB} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{DF}{6} = \frac{12}{10}$$

$\therefore DF = 7.2 \quad \dots 2'$



4. \because 点 $A(m, 3), B(-3, n), A(m, 3), B(-3, n)$ 在 $y_2 = \frac{6}{x}, y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象上

$$\therefore m = 2, n = -2, m = 2, n = -2$$

$$\therefore A(2, 3), B(-3, -2), A(2, 3), B(-3, -2) \dots \dots \dots (1 \text{分})$$

\because 点 $A(2, 3), B(-3, -2), A(2, 3), B(-3, -2)$ 在 $y_1 = kx + b, y_2 = kx + b$ 的图象上

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases} \therefore \begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases} \dots \dots \dots (2 \text{分})$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases} \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = x + 1, y_2 = x + 1 \dots \dots \dots (3 \text{分})$$

$$0 < x < 3 \text{ 或 } x < -3, 0 < x < 3 \text{ 或 } x < -3 \dots \dots \dots (4 \text{分})$$

三角形面积 $5/2 \dots \dots \dots (5 \text{分})$

$$5.1) y = ax^2 + bx + 3$$

$$\therefore \underline{5.1} \quad A(2, -3) \quad B(-1, 0)$$

$$\therefore \begin{cases} 4a + 2b - 3 = -3 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3 \quad \text{--- 1'}$$

$$2) \quad C(0, -2) \quad \text{--- 2'}$$

$$D(3, 0) \quad \text{--- 3'}$$

$$3) \quad \boxed{1 \frac{3}{4}} \quad \text{--- 4'}$$

$$4) \quad x < 0 \quad \text{or} \quad x > 3 \quad \text{--- 6'}$$

14. 解: (1) 由题意, 可知 $AP = 4x$ cm, $CQ = 3x$ cm.
 则 $AQ = (30 - 3x)$ cm.
 如图 D-4, 若 $PQ \parallel BC$, 则 $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$.
 $\therefore \frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{30}$, 解得 $x = \frac{10}{3}$.
 \therefore 当 $x = \frac{10}{3}$ 时, $PQ \parallel BC$. ---2'

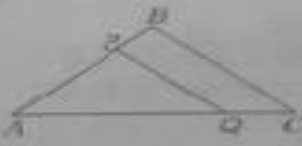




图 D-4 图 D-5

(2) 第一种情况, 如图 D-5.
 若 $\triangle APQ \sim \triangle CQB$, 则 $\frac{AP}{CQ} = \frac{AQ}{BC}$.
 $\therefore \frac{4x}{3x} = \frac{30 - 3x}{20}$, 解得 $x = \frac{10}{9}$.
 $\therefore AP = 4x = \frac{40}{9}$ (cm). ---2'

第二种情况, 如图 D-6.
 若 $\triangle APQ \sim \triangle CBQ$, 则 $\frac{AP}{BC} = \frac{AQ}{CQ}$.
 $\therefore \frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{3x}$, $\therefore x^2 + 5x - 50 = 0$,
 解得 $x = -10$ (舍去) 或 $x = 5$.
 $AP = 4x = 20$ (cm). ---2'
 \therefore 若 $\triangle APQ$ 与 $\triangle CQB$ 相似,
 则 AP 的长为 $\frac{40}{9}$ cm 或 20 cm.

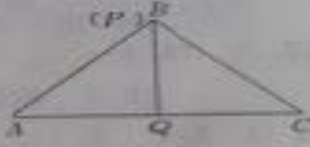


图 D-6

7. 解: (1) $y = ax^2 + bx - 75$ 图象过点 (5, 0)、(7, 16),

$$\therefore \begin{cases} 25a + 5b - 75 = 0 \\ 49a + 7b - 75 = 16 \end{cases}, \quad \text{-----1分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = 20 \end{cases}, \quad \text{-----2分}$$

$y = -x^2 + 20x - 75$ 的顶点坐标是 (10, 25)

当 $x = 10$ 时, $y_{\text{最大}} = 25$, -----3分

答: 销售单价为 10 元时, 该种商品每天销售利润最大, 最大利润为 25 元;

(2) \therefore 函数 $y = -x^2 + 20x - 75$ 图象的对称轴为直线 $x = 10$,

可知点 (7, 16) 关于对称轴的对称点是 (13, 16); -----4分

又∵函数 $y = -x^2 + 20x - 75$ 图象开口向下,

∴当 $7 \leq x \leq 13$ 时, $y \geq 16$.

-----5分

答: 销售单价不少于7元且不超过13元时, 该商品每天销售利润不低于16元.

8 (1) ∵点 $A(1, m)$ 在一次函数 $y = x + 2$ 的图象上,

∴ $m = 3$.

∴点 A 的坐标为 $(1, 3)$1分

∵点 $A(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

∴ $k = 3$.

∴反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式为 $y = \frac{3}{x}$ 2分

(2) ∵点 $C(n, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上,

∴ $n = 3$.

∴ $C(3, 1)$.

∵ $A(1, 3)$,

∴ $S_{\triangle AOC} = 4$5分

(3) 所有符合条件的点 P 的坐标:

$P_1(-\sqrt{7}-1, 0), P_2(\sqrt{7}-1, 0)$7分

9.(1)

☐ 抛物线 $y = mx^2 + 2x + m^2 + 1$ 与 y 轴的交点 A 的纵坐标是3

∴ $m \times 0^2 + 2 \times 0 + m^2 + 2 = 3$ 解得: $m = \pm 1$ 1分

☐ 抛物线开口向下 ∴ $m = -1$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ 2分

(2) 由(1)可知 $B(-1, 0), C(3, 0)$. 设 AB 的解析式为 $y = kx + m$.

则 $\begin{cases} m = 3 \\ -k + m = 0 \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} m = 3 \\ k = 3 \end{cases}$

∴ AB 的解析式为: $y = 3x + 3$ 4分

(3) 当 $y = 3x + n$ 经过 $(3, 0)$ 点时, $n = -9$ 5分

结合图象可知, n 的取值范围是 $n < -9$ 6分

10解:

(1) 抛物线 $y = mx^2 - \frac{19}{4}x + n$ 经过两点 $A(0, 3), B(4, 0)$

$$\therefore \begin{cases} m \times 0^2 - \frac{19}{4} \times 0 + n = 3 \\ m \times 4^2 - \frac{19}{4} \times 4 + n = 0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$$

所以二次函数的表达式为 $y = x^2 - \frac{19}{4}x + 3$ 2分

(2) 可求经过AB两点的一次函数的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$.

$$MN = -\frac{3}{4}x + 3 - (x^2 - \frac{19}{4}x + 3) = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$$

0 ≤ x ≤ 4 ∴ 当 x = 2 时, MN 取得最大值为4.....4分