2015-2016学年度第一学期初三数学期中试题

班级姓名考号2015．11．12

一、选择题：本题共10题，每题3分，共30分．

#1．已知 $\sin A=\frac{1}{2}$，且$\angle A$为锐角，则$\angle A=$（　）．

A．30°　B．45°　C．60°　D．75°

【答案】A

【解析】$\sin A=\frac{1}{2}$，且$\angle A$为锐角，$\therefore\angle A=30^\circ$．

#2．抛物线$y=2(x-3)^2+1$的顶点坐标是（　）．

A．$(-3,-1)$　B．$(3,-1)$　C．$(-3,1)$　D．$(3,1)$

【答案】D

【解析】抛物线$y=2(x-3)^2+1$的顶点坐标是$(3,1)$．

#3．在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\frac{3}{5}$，那么$\cos B$的值等于（　）．

A．$\frac{3}{5}$　B．$\frac{4}{5}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{4}{3}$

【答案】A

【解析】$\cos B=\sin A=\frac{3}{5}$．

#4．已知A为$\odot O$上的点，$\odot O$的半径为1，该平面上另有一点P，$PA=\sqrt{3}$，那么点P与$\odot O$的位置关系是（　）．

A．点P在$\odot O$内　B．点P在$\odot O$上　C．点P在$\odot O$外　D．无法确定

【答案】D

【解析】$\because PA=\sqrt{3}$，$\odot O$的直径为2，

$\therefore$点P的位置有三种情况，：在圆外，在圆上，在圆内．

#5．把抛物线$y=2x^2-3$沿x轴翻折，所得的抛物线是（　）．

A．$y=-2x^2-3$　B．$y=2x^2-3$　C．$y=2x^2+3$　D．$y=-2x^2+3$

【答案】D

【解析】根据题意$-y=2x^2-3$，$\therefore y=-2x^2+3$．

#6．已知扇形的半径为6，圆心角为60°，则这个扇形的面积为（　）．

A．9　B．6　C．3　D．π

【答案】B

【解析】∵扇形的半径为6cm，圆心角为$60°$，

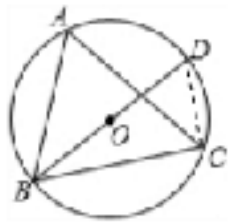
∴ $S=\frac{60\ \times\ {}^{2}}{360}=6$.

#7．如图，$\triangle ABC$ 内接于⊙O，BD 是⊙O 的直径．若 $\angle DBC=33°$，则 $\angle A$ 等于（　）．

A．$67°$　　B．$66°$　C．$57°$　D．$33°$

【答案】C

【解析】



连接 CD，如图，

∵ BD 是⊙O 的直径，

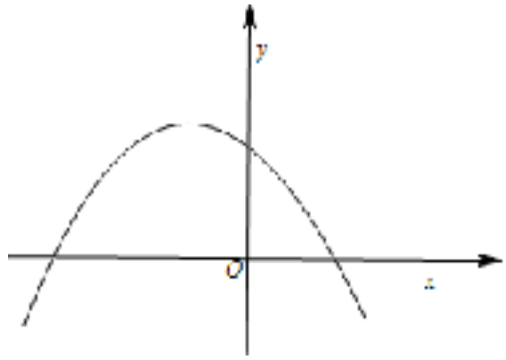
∴ $\angle BCD=90°$，

∵ $\angle DBC=33°$，

∴ $\angle D=90°-33°=57°$．

∴ $\angle A=57°$．

#8．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，下列结论中，正确的是（　）．



A．$a>0$，$b<0$，$c>0$

B．$a<0$，$b<0$，$c>0$

C．$a<0$，$b>0$，$c<0$

D．$a<0$，$b>0$，$c>0$，

【答案】B

【解析】由图知，函数开口向下，∴ $a<0$，

又对称轴在 y 轴左侧，∴ $b<0$，

与 y 轴交点在 y 轴正半轴，∴ $c>0$．

#9．小明想用直角尺检查某些工件是否恰好是半圆形，下列图形中是半圆形的是（　）．

A． B． C． D．

【答案】B

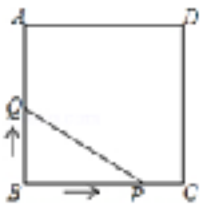
【解析】A．不是圆周角，故不能判定；

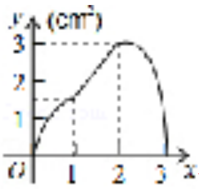
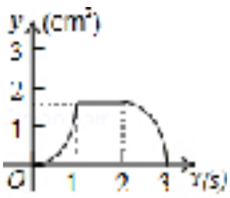
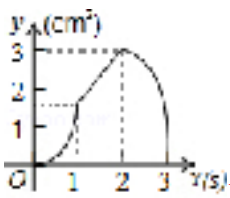
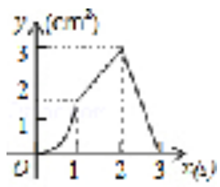
B．根据90°的圆周角所对的弦是直径，本选项符合．

C．不是圆周角，故不能判定；

D．不是圆周角，故不能判定．

#10．如图，正方形$ABCD$的边长为3cm，动点P从B点出发以3cm/s的速度沿着边$BC-CD-DA$运动，到达A点停止运动；另一动点Q同时从B点出发，以1cm/s的速度沿着边BA向A点运动，到达A点停止运动．设P点运动时间为$x(\text{s})$，$\triangle BPQ$的面积为$y(\text{cm}^2)$，则y关于x的函数图象是（　）．



A． B． C． D．

【答案】C

【解析】由题意得$BQ=x$，

①$0\leqslant x\ \ 1$时，P点在BC边上，$BP=3x$，

则$\triangle BPQ$的面积$=\dfrac{1}{2}BP\cdot BQ$，

$\therefore y=\dfrac{1}{2}\cdot 3x\cdot x=\dfrac{2}{3}x^2$，故A错误；

②$1<x\leqslant 2$时，P点在CD边上，

则$\triangle BPQ$的面积$=\dfrac{1}{2}BQ\cdot BC$，

$\therefore y=\dfrac{1}{2}\cdot x\cdot 3=\dfrac{3}{2}x$，故B错误．

③$2<x\leqslant 3$时，P点在AD边上，$AP=9-3x$，

则$\triangle BPQ$的面积$=\dfrac{1}{2}AP\cdot BQ$，

$\therefore y=\frac{1}{2}\cdot(9-3x)\cdot x=\frac{3}{2}x^2$，故D错误．

二、填空题：本题共6题，每题3分，共18分．

#11．如图，已知$\angle ACB=20^\circ$，则$\angle AOB=$__________．

【答案】40°

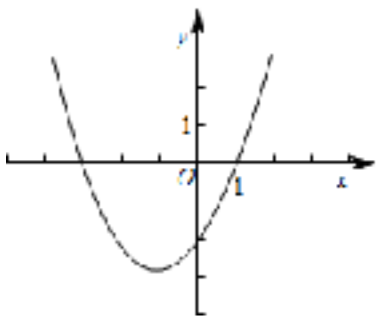
【解析】$\because \angle ACB=20^\circ$，$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=40^\circ$．

#12．请写出一个开口向上，并且与y轴交于点$(0,-2)$的抛物线的表达式__________．

【答案】$y=x^2-2$

【解析】开口向上，则$a>0$，与与y轴交于点$(0,-2)$，则$c=-2$．故可以是$y=x^2-2$．

#13．已知二次函数$y=\frac{5}{6}x^2-\frac{5}{3}x-\frac{5}{2}$的图象如图，则方程$\frac{5}{6}x^2-\frac{5}{3}x-\frac{5}{2}=0$的根为__________．



【答案】-3或1

【解析】由图像知，$y=0$，$x=-3$或1．故方程$\frac{5}{6}x^2-\frac{5}{3}x-\frac{5}{2}=0$的根为$-3$或$1$．

#14．已知原点是抛物线$y=(m+3)x^2$的最高点，则m的范围是__________．

【答案】$a<-3$

【解析】$\because$原点时抛物线$y=(a+3)x^2$的最高点，

$\therefore a+3<0$，

即$a<-3$．

#15．若$A(-5,y_1)$、$B(-2,y_2)$都在$y=2x^2$上，则y_1__________y_2(填$>$或$<$)．

【答案】$>$

【解析】当$x=-5$时，$y_1=2x^2=2\times(-5)^2=2\times25=50$，

当 $x=2$ 时，$y_2=2x^2=2\times2^2=8$．

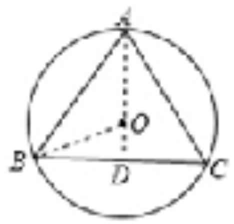
$\because 50>8$，

$\therefore y_1>y_2$．

#16．已知等腰 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在半径为 5 的 $\odot O$ 上，如果底边 BC 的长为 8，那么 BC 边上的高为__________．

【答案】8 或 2

【解析】分为两种情况：



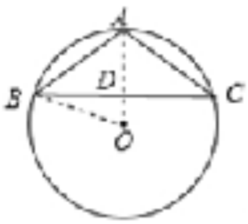
①当 O 在 $\triangle ABC$ 内部时，如图，连接 OB、OA，延长 AO 交 BC 于 D，

$\because \odot O$ 是等腰三角形 ABC 的外接圆，$BC=8$，

$\therefore AD\perp BC$，$BD=DC=\dfrac{1}{2}AB=4$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle OBD$ 中，由勾股定理得：$OD=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore BC$ 边上的高 $AD=AO+OD=5+3=8$．



②当 O 在 $\triangle ABC$ 外部时，

如图，连接 OB、OA，AO 交 BC 于 D，

此时 $AD=AO-OD=5-3=2$．

三．解答题（第17—25每题5分，26、27题6分，28题7分，29题8分）

#17．计算：$\sqrt{12}-4\sin60^\circ-(\frac{1}{3})^{-1}+(1-\ )^0$．

【答案】-2

【解析】原式 $=2\sqrt{3}-4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3+1$

$=-2$．

#18．已知物线经过点 $A(1,0)$、$B(-1,8)$、$C(0,2)$，求此抛物线的解析式．

【答案】函数解析式为 $y=2x^2-4x+2$．

【解析】设函数解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ，

$\because$ 函数过点 $A(1,0)$ 、 $B(-1,8)$ 、 $C(0,2)$ ，

$\therefore \begin{cases} a+b+c=0 \\ a-b+c=8 \\ c=2 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=2 \end{cases}$.

$\therefore$ 函数解析式为 $y=2x^2-4x+2$.

#19．已知二次函数 $y=kx^2-7x-7$ 的图象和 x 轴有交点，求 k 的取值范围．

【答案】 $k \geqslant -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$

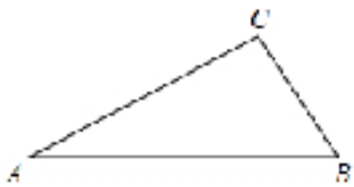
【解析】 $\because$ 二次函数 $y=kx^2-7x-7$ 的图像和 x 轴有交点，

$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ 49+28k \geqslant 0 \end{cases}$ ，

$\therefore$ $k \geqslant -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$.

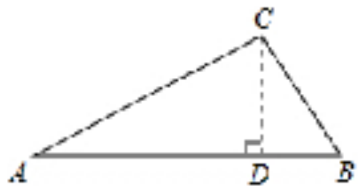
故答案为 $k \geqslant -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$.

#20．如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30°$ ， $\tan B=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $AC=2\sqrt{3}$ ，求 AB ．



【答案】 5

【解析】作 $CD \perp AB$ 于点 D ，



$\because \sin A=\frac{CD}{AC}$ ，

$\therefore CD=AC\sin A$

$=AC\sin 30°$

$=\sqrt{3}$.

$\because \cos A=\frac{AD}{AC}$ ，

$\therefore AD=AC\cos 30°$

$=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

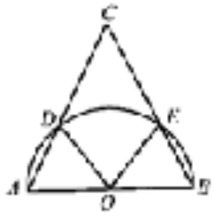
$=3$.

$\because \tan B=\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore BD=2$.

$\therefore AB=AD+BD=2+3=5$.

#21．如图，O 为等腰三角形 ABC 的底边 AB 的中点，以 AB 为直径的半圆分别交 AC，BC 于点 D、EE．



@（1）求证：$\angle AOE=\angle BOD$．

【答案】证明见解析．

【解析】$\because CA=CB$，

$\therefore \angle A=\angle B$．

$\because OA=OD$，$OB=OE$，

$\therefore \angle A=\angle ODA$，$\angle B=\angle OEB$．

$\therefore \angle AOD=\angle BOE$．

$\therefore \angle AOD+\angle DOE=\angle BOE+\angle DOE$．

$\therefore \angle AOE=\angle BOD$．

@（2）求证：$AD=BE$．

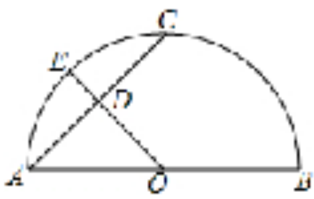
【答案】证明见解析．

【解析】$\because \angle AOD=\angle BOE$，

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BE}$，

$\therefore AD=BE$．

#22．如图，AB 为半圆直径，O 为圆心，C 为半圆上一点，E 是弧 AC 的中点，OE 交弦 AC 于点 D，若 $AC=8\text{cm}$，$DE=2\text{cm}$，求 OD 的长．



【答案】$OD=3\text{cm}$

【解析】设 $OD=x$，则 $OA=OE=x+2(\text{cm})$．

$\because E$ 是弧 AC 的中点，

$\therefore AC\perp OE$，且 $AD=DC=\dfrac{1}{2}AC=4\text{cm}$，

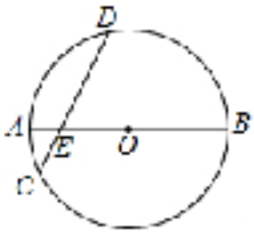
在直角$\triangle AOD$中，$OA^2=OD^2+AD^2$．

则$(x+2)^2=16+x^2$，

解得$x=3$．

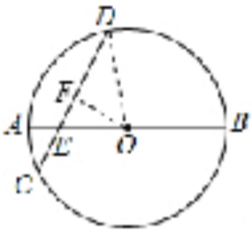
即$OD=3\text{cm}$．

#23．如图，$\odot O$的直径AB和弦CD相交于点E，已知$AE=1\text{cm}$，$EB=5\text{cm}$，$\angle DEB=60^\circ$，求CD的长．



【答案】$2\sqrt{6}$

【解析】作$OF\perp CD$于点F，连接OD．



$\because AE=1$，$EB=5$．

$\therefore AB=AE+BE=6$，半径长是3．

$\because$在直角$\triangle OEF$中，$OE=OA-AE=3-1=2$，

$\sin\angle DEB=\dfrac{OF}{OE}$，

$\therefore OF=OE\cdot\sin\angle DEB=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$．

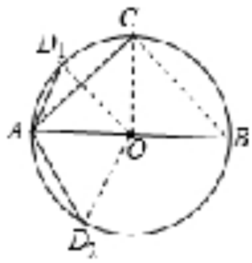
在直角$\triangle ODF$中，$DF=\sqrt{OD^2-OF^2}=\sqrt{6}$．

$\therefore CD=2DF=2\sqrt{6}$．

#24．已知AB是$\odot O$的直径，AC、AD是$\odot O$的弦，$AB=2$，$AC=\sqrt{2}$，$AD=1$，求$\angle CAD$的度数．

【答案】15°或105°

【解析】有两种情况，如图所示，



连接BC，则$\angle ACB=90^\circ$．

根据勾股定理可得$BC=\sqrt{2}$，即$AC=BC$，且O为AB的中点，

$\therefore CO\perp AB$，即$\angle AOC=90^\circ$，且$OA=OC$，

$\therefore \triangle AOC$为等腰直角三角形，

$\therefore \angle CAO=45^\circ$．

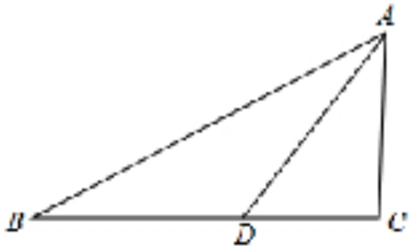
又$AD_1=OD_1=OA=1$，得到$\triangle AD_1O$为等边三角形，

$\therefore \angle D_1AO=60^\circ$．

同理$\angle D_2AO=60^\circ$．

则$\angle DAC=60^\circ-45^\circ=15^\circ$或$60^\circ+45^\circ=105^\circ$.

#25．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$BC=8$，$\tan B=\frac{1}{2}$，点D在BC上，且$BD=AD$，求AC的长和$\cos\angle ADC$的值．



【答案】$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$.

【解析】$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$BC=8$，$\tan B=\frac{1}{2}$，$\tan B=\frac{AC}{BC}$，

$\therefore AC=BC\cdot\tan B=4$.

设$AD=x$，则$BD=x$，$CD=8-x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，由勾股定理得，$(8-x)^2+4^2=x^2$，解得$x=5$.

$AD=5$，$CD=8-5=3$.

$\therefore\cos\angle ADC=\frac{DC}{AD}=\frac{3}{5}$.

#26．已知一次函数$y=ax+b$的图象上有两点A、B，它们的横坐标分别是3，-1，若二次函数$y=\frac{1}{3}x^2$的图象经过A、B两点．

@（1）请求出一次函数的表达式．

【答案】$y=\frac{2}{3}x+1$.

【解析】设A点坐标为$(3,m)$，B点坐标为$(-1,n)$.

$\because A$、B两点在$y=\frac{1}{3}x^2$的图像上，

$\therefore m=\frac{1}{3}\times9=3$，$n=\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$.

$\therefore A(3,3)$，$B(-1,\frac{1}{3})$.

$\because A$、B两点又在$y=ax+b$的图像上，

$\therefore\begin{cases}3=3a+b\\ \frac{1}{3}=-a+b\end{cases}$，

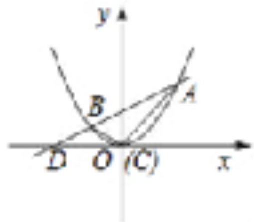
解得$\begin{cases}a=\frac{2}{3}\\ b=1\end{cases}$.

∴一次函数的表达式是$y=\frac{2}{3}x+1$.

@（2）设二次函数的顶点为C，求$\triangle ABC$的面积.

【答案】2

【解析】如图，设直线AB与x轴的交点为D，则D点坐标为$(-\frac{3}{2},0)$.



∴$|DC|=\frac{3}{2}$.

$S_{\triangle ABC}=S_{ADC}-S_{BDC}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times3-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}$

$=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=2$.

#27．某超市按每袋20元的价格购进某种干果．销售过程中发现，每月销售量y(袋)与销售单价x（元/袋）之间的关系可近似地看作一次函数$y=-10x+500$（$20<x<50$）.

@（1）当$x=45$元时，$y=$__________袋；当$y=200$袋时，$x=$_________元.

【答案】50，30.

【解析】当$x=45$元时，$y=-10\times45+500=50$袋，

当$y=200$袋时，$200=-10x+500$，

∴解得：$x=30$元.

故答案为：50，30.

@（2）设这种干果每月获得的利润为w（元），当销售单价定为多少元/袋时，每月可获得最大利润？最大利润是多少？

【答案】当销售单价定为35元时，每月可获得最大利润，最大利润是2250元.

【解析】∵设这种干果每月获得的利润为w（元），

∴$w=(x-20)y=(x-20)(-10x+500)$

$=-10x^2+700x-10000$

$=-10(x-35)^2+2250$.

∴当销售单价定为35元时，每月可获得最大利润，最大利润是2250元.

#28．二次函数$y=-x^2+mx+n$的图象经过点$A(-1,4)$，$B(1,0)$，$y=-\frac{1}{2}x+b$经过点B，且与二次函数$y=-x^2+mx+n$交于点D.

@（1）求一次函数和二次函数的表达式及点D的坐标.

【答案】$y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$，$y=-x^2-2x+3$，$(-\frac{5}{2},\frac{7}{4})$.

【解析】∵二次函数$y=-x^2+mx+n$的图象经过点$A(-1,4)$，$B(1,0)$.

$\therefore \begin{cases} 4 = -1 - m + n \\ 0 = -1 + m + n \end{cases}$.

$\therefore m = -2$，$n = 3$.

$\therefore$二次函数的表达式为$y = -x^2 - 2x + 3$.

一次函数$y = -\frac{1}{2}x + b$经过点B，

$\therefore b = \frac{1}{2}$，

一次函数表达式为：$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

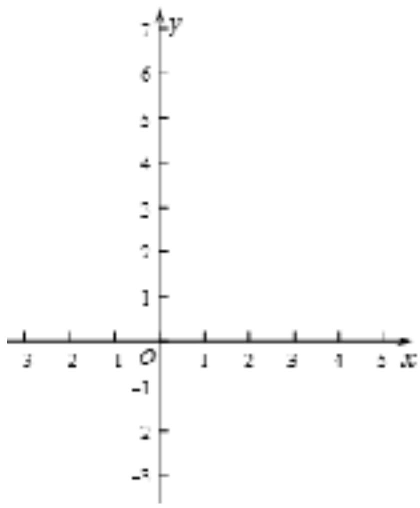
$y = -\frac{1}{2}x + b$经与二次函数$y = -x^2 + mx + n$交于点D.

$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases}$，$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$，

$\therefore D$点坐标为$(-\frac{5}{2}, \frac{7}{4})$.

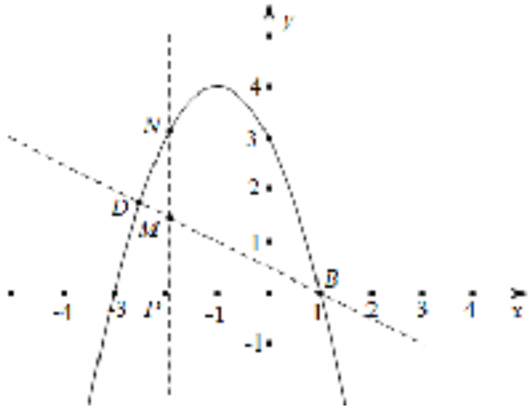
@（2）点N是二次函数图象上一点（点N在BD上方），过N作$NP \perp x$轴，垂足为点P，交BD于点M，求MN的最大值.



【答案】$\frac{49}{16}$

【解析】画出图形.

设 $M(m, -\frac{1}{2}m+\frac{1}{2})$，则 $N(m, -m^2-2m+3)$



$\therefore MN=-m^2-2m+3-(-\frac{1}{2}m+\frac{1}{2})$，

$\therefore MN=-m^2-\frac{3}{2}m+\frac{5}{2}$．

$\therefore MN=-(m+\frac{3}{4})^2+\frac{49}{16}$．

$\therefore MN$ 的最大值为 $\frac{49}{16}$．

#29．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 经过点 $A(-1, a)$，$B(3, a)$，且最低点的纵坐标为 -4．

@（1）求抛物线的表达式及 a 的值．

【答案】$y=2x^2-4x-2$，$a=4$．

【解析】$\because$抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 过点，

$A(-1, a)$，$B(3, a)$，

$\therefore$抛物线的对称轴 $x=1$．

$\because$抛物线最低点的纵坐标为 -4，

$\therefore$抛物线的顶点是 $(1, -4)$．

$\therefore$抛物线的表达式是 $y=2(x-1)^2-4$，

即 $y=2x^2-4x-2$．

把 $A(-1, a)$ 代入抛物线表达式，求出 $a=4$．

@（2）设抛物线顶点 C 关于 y 轴的对称点为点 D，点 P 是抛物线对称轴上一动点，记抛物线在点 A，B 之间的部分为图象 G（包含 A，B 两点）．如果直线 DP 与图象 G 恰有两个公共点，结合函数图象，求点 P 纵坐标 t 的取值范围．

【答案】$-4<t\leqslant 0$

【解析】$\because$抛物线顶点 $C(1, -4)$ 关于 y 轴的对称点为点 D，

$\therefore D(-1, -4)$．

求出直线 CD 的表达式为 $y=-4$．

求出直线 BD 的表达式为 $y=2x-2$，

当 $x=1$ 时，$y=0$．

所以 $-4<t\leqslant 0$．

@（3）设抛物线与 y 轴的交点为 E，求 $\triangle BCE$ 面积．

【答案】6

【解析】如图，过 C，B 作 y 轴垂线，垂直分布为 F，G．

$S_{\triangle BCE}=S_{梯\ BGFC}-S_{GBE}-S_{CEF}=\frac{1}{2}(3+1)\times 8-\frac{1}{2}\times 3\times 6-\frac{1}{2}\times 1\times 2=6$．