2015---2016学年度北京市第十三中学分校
第一学期期中 九年级 数学试卷

考生须知	1．本试卷分为第I卷和第II卷，第I卷共2页，第II卷共6页。 2．本试卷满分120分，考试时间120分钟。 3．在试卷（包括第I卷和第II卷）密封线内准确填写学校、班级、姓名、学号。 4．考试结束，将试卷、机读卡及答题纸一并交回监考老师。

第I卷

一、选择题（每小题3分，共30分．下列各题均有四个选项，其中只 有一个是符合题意的．）

#1．抛物线$y=(x-1)^2+2$的对称轴为（ ）．

A．直线$x=1$ B．直线$x=-1$ C．直线$x=2$ D．直线$x=-2$

【答案】A

【解析】抛物线$y=(x-1)^2+2$的对称轴为直线$x=1$．

#2．若将抛物线$y=2x^2$先向左平移2个单位，再向下平移1个单位得到一个新的抛物线，则新抛物线的顶点坐标是（ ）．

A．$(-2,1)$ B．$(-2,-1)$ C．$(2,1)$ D．$(2,-1)$

【答案】B

【解析】抛物线$y=2x^2$的顶点坐标为$(0,0)$，

抛物线$y=2x^2$先向左平移2个单位，再向下平移1个单位后抛物线顶点坐标为$(-2,-1)$．

#3．如图，在$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，$AD:AB=1:3$，若$\triangle ADE$的面积等于4，则$\triangle ABC$的面积等于（ ）．

A．12 B．16 C．24 D．36

【答案】D

【解析】$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$．

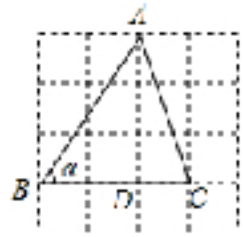
$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\dfrac{AD}{AB})^2=(\dfrac{1}{3})^2=\dfrac{1}{9}$，

$\because S_{\triangle ADE}=4$，

$\therefore \dfrac{4}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{1}{9}$，解得$S_{\triangle ABC}=36$．

#4．如图，在4×4的正方形网格中，$\tan\alpha$的值等于（ ）．

A．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B．$\frac{3\sqrt{13}}{13}$ C．$\frac{3}{2}$ D．$\frac{2}{3}$

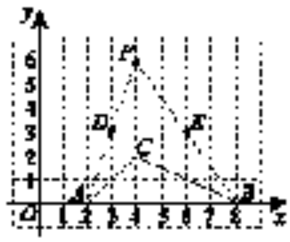


【答案】C

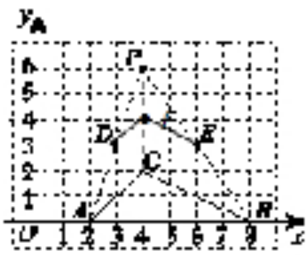
【解析】$\because AD \perp BC$，$AD = 3$，$BD = 2$，

$\therefore \tan\alpha = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{2}$．

#5．如图，在平面直角坐标系中，以$P(4, 6)$为位似中心，把$\triangle ABC$缩小得到$\triangle DEF$，若变换后，点A、B的对应点分别为点D、E，则点C的对应点F的坐标应为（　）．



A．$(4, 2)$ B．$(4, 4)$ C．$(4, 5)$ D．$(5, 4)$



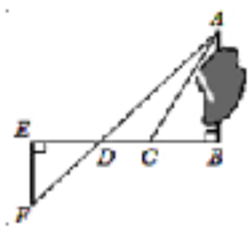
【答案】B

【解析】$\because \triangle DEF \backsim \triangle ABC$，且$F$点在$CP$的连线上，

$\therefore$可得F点位置如图所示，

故P点坐标为$(4, 4)$．

#6．为了测量被池塘隔开的A，B两点之间的距离，根据实际情况，作出如图所示图形，其中$AB \perp BE$，$EF \perp BE$，AF交BE于D，C在BD上．有四位同学分别测量出以下四组数据，根据所测数据不能求出A，B间距离的是（　）．



A．BC，$\angle ACB$ B．DE，DC，BC

C．EF，DE，BD D．CD，$\angle ACB$，$\angle ADB$

【答案】B

【解析】A．已知$\angle ACB$和BC的长，$\therefore$可以利用$\angle ACB$的正切来求AB的长．

B．无法求出A、B间距离．

C．$\because \triangle ACB \backsim \ EFD$，可以利用 $\dfrac{EF}{AB}=\dfrac{FD}{BD}$，求出 AB．

D．可以利用 $\angle ACB$ 和 $\angle ADB$ 的正切求出 AB，

据所测数据不能求出 A，B 间距离的是选项B．

#7．将抛物线 $y=2x^2+1$ 绕原点 O 旋转 180°，则旋转后的抛物线的解析式为（　）．

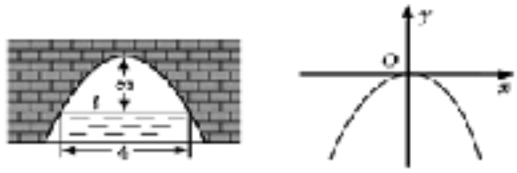
A．$y=-2x^2$　　B．$y=-2x^2+1$　　C．$y=2x^2-1$　　D．$y=-2x^2-1$

【答案】D

【解析】根据题意，可得 $-y=2(-x)^2+1$，得 $y=-2x^2-1$．

故旋转后的抛物线解析式是 $y=-2x^2-1$．

#8．如图（1）是一个横断面为抛物线形状的拱桥．当水面在 l 时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面 2m，水面宽 4m．如图（2）建立平面直角坐标系，则抛物线的关系式是（　）．



图（1）　　图（2）

A．$y=-\dfrac{1}{2}x^2$　B．$y=2x^2$　C．$y=-2x^2$　D．$y=\dfrac{1}{2}x^2$

【答案】A

【解析】设出抛物线方程 $y=ax^2(a\neq 0)$，

由图像可知该图像经过 $(-2,-2)$ 点，

故 $-2=4a$，

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$．

$\therefore y=-\dfrac{1}{2}x^2$．

#9．二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分对应值如下表，当函数值 $y<0$ 时，x 的取值范围是（　）．

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	…

A．$-2<x<0$　B．$-1<x<0$　C．$-1<x<3$　D．$0<x<2$

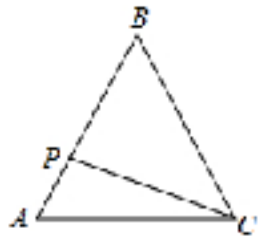
【答案】C

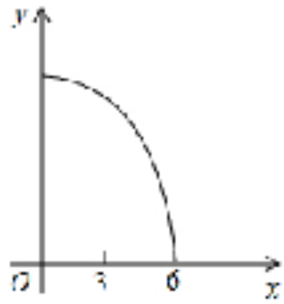
【解析】根据表格中的信息，对称轴为直线 $x=1$，$a>0$，开口向上，与 x 轴交于 $(-1,0)$，$(3,0)$ 两点，

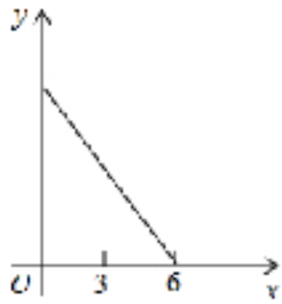
则当函数值 $y<0$ 时，x 的取值范围是 $-1<x<3$．

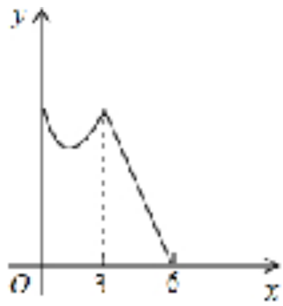
#10．如图，正 $\triangle ABC$ 的边长为 3cm，动点 P 从点 A 出发，以每秒 1cm 的速度，沿 $A\to B\to C$ 的方向运

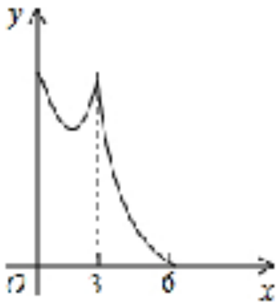
动，到达点C时停止，设运动时间为x（秒），$y=PC^2$，则y关于x的函数的图象大致为（　）．



A．

B．

C．

D．

【答案】D

【解析】过C作$CD\perp AB$，则$AD=1.5\text{cm}$，$CD=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$，

点P在AB上时，$AP=x$ cm，$PD=|1.5-x|$ cm，

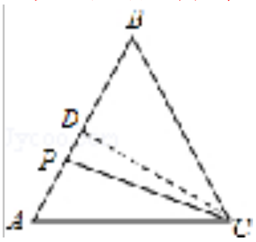
$\therefore$ $y=PC^2=(\dfrac{3\sqrt{3}}{2})^2+(1.5-x)^2=x^2-3x+9$（$0\leqslant x\ \ 3$）

该函数图象是开口向上的抛物线；

②当$3<x\ \ 6$时，即点P在线段BC上时，$PC=(6-x)\text{cm}$（$3<x\leqslant 6$）；

则$y=(6-x)^2=(x-6)^2$（$3<x\leqslant 6$），

$\therefore$该函数的图象是在$3<x\leqslant 6$上的抛物线．



第II卷

二、填空题（每小题3分，共18分）

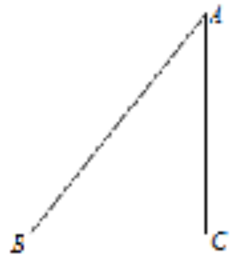
#11．已知$\triangle ABC$　$A_1B_1C_1$，$AB:A_1B_1=2:3$，则$C_{\triangle ABC}:C_{\triangle A_1B_1C_1}=$________．

【答案】$2:3$

【解析】已知$\triangle ABC$ $A_1B_1C_1$，$AB:A_1B_1=2:3$，则$C_{\triangle ABC}:C_{\triangle A_1B_1C_1}=2:3$．

#12．已知，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\tan B=\dfrac{4}{3}$，则$\cos A=$__________．

【答案】$\dfrac{4}{5}$



【解析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\tan B=\dfrac{4}{3}$，

设$AC=4x$，$BC=3x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，由勾股定理得：$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5x$．

$\therefore \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{5}$．

#13．点$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$在二次函数$y=x^2-4x-1$的图象上，若当$1<x_1<2$，$3<x_2<4$时，则y_1与y_2的大小关系是y_1__________y_2．（用“$>$”、“$<$”、“$=$”填空）

【答案】$<$

【解析】由二次函数$y=x^2-4x-1=(x-2)^2-5$可知，其图像开口向上，且对称轴为$x=2$，

$\because 1<x_1<2$，$3<x_2<4$，

$\therefore A$点横坐标离对称轴的距离小于B点横坐标对称轴的距离，

$\therefore y_1<y_2$．

#14．二次函数$y=m^2x^2+(2m+1)x+1$的图像与x轴有两个交点，则m取值范围是__________．

【答案】$m>-\dfrac{1}{4}$且$m\neq 0$．

【解析】$\because$二次函数$y=m^2x^2+(2m+1)x+1$的图象与x轴有两个交点，

$\therefore \Delta>0$．

即$b^2-4ac>0$．

代入得：$(2m+1)^2-4\times m^2\times 1>0$．

解得：$m>-\dfrac{1}{4}$．

$\because$二次函数二次项系数大于零，

$\therefore m^2>0$．

$\therefore m\neq 0$．

综上所述：$m>-\dfrac{1}{4}$且$m\neq 0$．

#15．在研究了平行四边形的相关内容后，老师提出这样一个问题：

“四边形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，请添加一个条件，使得四边形$ABCD$是平行四边形”．

经过思考：小明说“添加$AD=BC$”；

小红说“添加$AB=DC$”．

你同意的观点是：__________，理由是：__________．

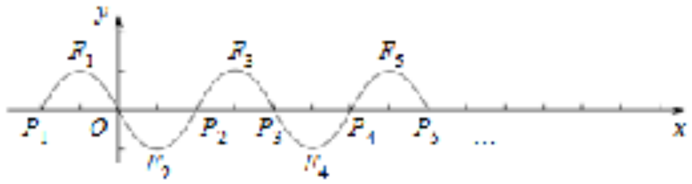
【答案】小明；一组对边平行且相等的四边形是平行四边形．

【解析】四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，请添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，应添加 $AD=BC$ ，

根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，因此小明说的对；

小红添加的条件，也可能是等腰梯形，因此小红错误．

16．ff8080814d2ed395014d31835a950980如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=-x^2-2x$ 图象位于 x 轴上方的部分记作 F_1 ，与 x 轴交于点 P_1 和 O ． F_2 与 F_1 关于点 O 对称，与 x 轴另一个交点为 P_2 ； F_3 与 F_2 关于点 P_2 对称，与 x 轴另一个交点为 P_3 ；…．这样依次得到 F_1 ， F_2 ， F_3 ，…， F_n ，则其中 F_1 的顶点坐标为， F_8 的顶点坐标为， F_n 的顶点坐标为（n 为正整数，用含 n 的代数式表示）．



【答案】

【解析】

三、解答题（本题共72分，第17—21题，每小题6分，第22—25题，每小题5分，第26题7分，第27题7分，第28题8分）

#17．计算： $3\tan 30°+2\cos 45°-\sin 60°-2\sin 30°$ ．

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}-1$

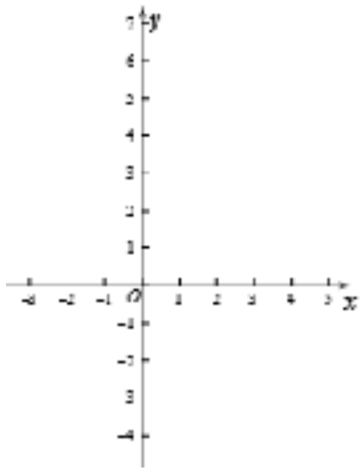
【解析】 $3\tan 30°+2\cos 45°-\sin 60°-2\sin 30°$

$=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}-2\times\frac{1}{2}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-1$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}-1$ ．

#18．已知：二次函数 $y=ax^2+bx\quad c$ 的图象经过 $(-3,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(0,-3)$ 三点．



@（1）求：二次函数的表达式．

【答案】$y=x^2+2x-3$．

【解析】∵二次函数的图象经过$(-3,0)$、$(1,0)$两点，

∴设二次函数解析式为：$y=a\left(x-1\right)\left(x+3\right)$．

又∵图象经过$(0,-3)$点，

∴$-3=a\left(0-1\right)\left(0+3\right)$．

解得：$a=1$．

∴二次函数解析式为：$y=x^2+2x-3$．

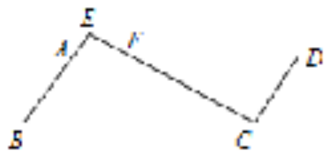
@（2）求：二次函数的对称轴、顶点坐标，并画出此二次函数的图像．

【答案】对称轴为：直线$x=-1$；顶点坐标为：$\left(-1,-4\right)$．

【解析】∵$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$．

∴二次函数的对称轴为：直线$x=-1$；顶点坐标为：$\left(-1,-4\right)$．

#19．已知：如图，平行四边形$ABCD$中，点E在BA的延长线上，连接CE，与AD相交于点F．



@（1）求证：$\triangle EBC\backsim CDF$．

【答案】证明见解析．

【解析】∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$\angle B=\angle D$，$AB\parallel CD$．

∴$\angle E=\angle FCD$．

∴$\triangle EBC\backsim CDF$．

@（2）若$BC=8$，$CD=3$，$AE=1$，求AF的长．

【答案】$AF=2$．

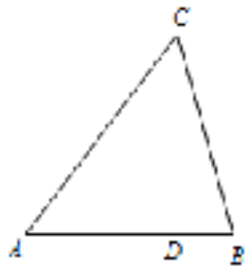
【解析】∵$\triangle EAF\backsim EBC$，

$\therefore \frac{EA}{EB}=\frac{AF}{BC}$，即 $\frac{1}{1+3}=\frac{AF}{8}$．

解得 $AF=2$．

#20．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$CD\perp AB$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$AB=13$，$CD=12$．

求：AD 的长和 $\tan B$ 的值．



【答案】$AD=9$，$\tan B=3$．

【解析】在$\triangle ACD$中，$\because CD\perp AB$，$A=\frac{4}{5}$，$CD=12$，

$\therefore AC=15$．

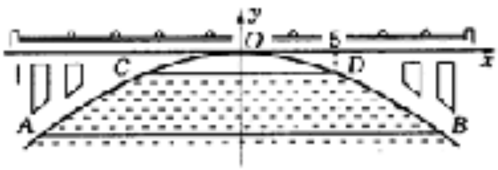
$\therefore AD=9$．

$\because AB=13$，

$\therefore BD=4$．

在$\mathrm{Rt}\triangle CDB$中，$\tan B=3$．

#21．如图，有一座抛物线形拱桥，在正常水位时水面 AB 的宽为 20 米，如果水位上升 3 米，则水面 CD 的宽是 10 米．



@（1）建立如图所示的直角坐标系，求此抛物线的解析式．

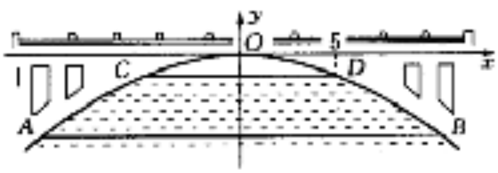
【答案】$y=-\frac{1}{25}x^2$．

【解析】设抛物线解析式为 $y=ax^2$，

设点 $B(10,n)$，点 $D(10,n+3)$．

由题意：

$$\begin{cases}n=100a\\n+3=25a\end{cases}，$$



解得 $\begin{cases}n=-4\\a=-\frac{1}{25}\end{cases}$．

$\therefore y=-\frac{1}{25}x^2$.

@（2）当水位在正常水位时，有一艘宽为6米的货船经过这里，船舱上有高出水面3.6米的长方体货物（货物与货船同宽）．问：此船能否顺利通过这座拱桥?

【答案】在正常水位时，此船能顺利通过这座拱桥．

【解析】方法一：

当$x=3$时，$y=-\frac{1}{25}\times 9$，

$\because -\frac{9}{25}-(-4)>3.6$

$\therefore$在正常水位时，此船能顺利通过这座拱桥．

方法二：

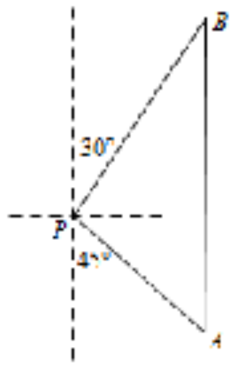
当$y=3.6-4=-\frac{2}{5}$时，$-\frac{2}{5}=-\frac{1}{25}x^2$，

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$.

$\because \left|\pm\sqrt{10}\right|>3$，

$\therefore$在正常水位时，此船能顺利通过这座拱桥．

#22．如图，一艘海轮位于灯塔P的南偏东45°方向，距离灯塔100海里的A处，它计划沿正北方向航行，去往位于灯塔P的北偏东30°方向上的B处．



@（1）B处距离灯塔P有多远?

【答案】B处距离灯塔P有$100\sqrt{2}$海里．

【解析】作$PC\perp AB$于C .

在$\mathrm{Rt}\triangle PAC$中，$\angle PCA=90^\circ$，$\angle CPA=90^\circ-45^\circ=45^\circ$.

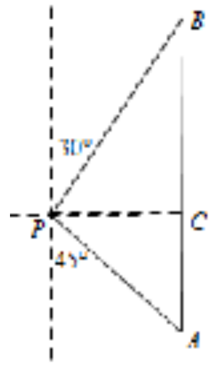
$\therefore PC=PA\cdot\cos 45^\circ=100\times\frac{\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{2}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle PCB$中，$\angle PCB=90^\circ$，$\angle PBC=30^\circ$.

$\therefore PB=2PC=100\sqrt{2}$.

答：B处距离灯塔P有$100\sqrt{2}$海里．

@（2）圆形暗礁区域的圆心位于PB的延长线上，距离灯塔P 200海里的O处．已知圆形暗礁区域的半径为50海里，进入圆形暗礁区域就有触礁的危险．请判断若海轮到达B处是否有触礁的危险，请写出你的解答思路．



【答案】B 处在圆形暗礁区域外，没有触礁的危险.

【解析】若海轮到达 B 处没有触礁的危险.

理由如下:

$\because OB = OP - PB = 200 - 100\sqrt{2}$，

而 $100\sqrt{2} < 150$，

$\therefore 200 - 100\sqrt{2} > 200 - 150$.

$\therefore OB > 50$.

$\therefore B$ 处在圆形暗礁区域外，没有触礁的危险.

#23．已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle C = 60°$，$\angle B = \angle D = 90°$，$AD = 2AB$，$CD = 3$.
求：BC 的长.

【答案】$BC = \dfrac{15}{4}$.

【解析】延长 DA、CB 交于点 E，

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中，$\tan C = \dfrac{DE}{CD} = \sqrt{3}$，

$\cos C = \dfrac{CD}{EC} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore DE = 3\sqrt{3}$，$EC = 6$.

$AD = 2AB$，设 $AB = k$，则 $AD = 2k$.

$\therefore \angle C = 60°$，$\angle B = \angle D = 90°$.

$\therefore \angle E = 30°$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，$\sin E = \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{1}{2}$，$\tan E = \dfrac{AB}{EB} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore AE = 2AB = 2k$，$EB = \sqrt{3}AB = \sqrt{3}k$.

$\therefore DE = 4k = 3\sqrt{3}$.

解得：$k = \dfrac{3}{4}\sqrt{3}$.

$EB = \dfrac{9}{4}$，$BC = 6 - \dfrac{9}{4} = \dfrac{15}{4}$.

#24．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(x, y)$ 经过变换 τ 得到点 $P'(x', y')$，该变换记作 $\tau(x, y) = (x', y')$，其中 $\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = ax - by \end{cases}$（$a$，$b$ 为常数）. 例如，当 $a = 1$，且 $b = 1$ 时，$\tau(-2,3) = (1,-5)$.

@（1）当$a=1$，且$b=-2$时，$\tau(0,1)=$________.

【答案】$\tau(-2,2)$.

【解析】$\tau(0,1)=\tau(-2,2)$.

@（2）若$\tau(1,2)=(0,-2)$，则$a=$________，$b=$________.

【答案】-1，$\frac{1}{2}$.

【解析】$a=-1$，$b=\frac{1}{2}$.

@（3）设点$P(x,y)$是直线$y=2x$上的任意一点，点P经过变换τ得到点$P'(x',y')$．若点P与点P'重合，求a和b的值.

【答案】$a=\frac{3}{2}$，$b=-\frac{1}{4}$.

【解析】$\because$点$P(x,y)$经过变换τ得到的对应点$P'(x',y')$与点P重合，

$\therefore\tau(x,y)=(x,y)$.

$\because$点$P(x,y)$在直线$y=2x$上，

$\therefore\tau(x,2x)=(x,2x)$.

$\therefore\begin{cases}x=ax+2bx\\2x=ax-2bx\end{cases}$.

即$\begin{cases}(1-a-2b)x=0\\(2-a+2b)x=0\end{cases}$.

$\because x$为任意的实数，

$\therefore\begin{cases}1-a-2b=0\\2-a+2b=0\end{cases}$.

解得$\begin{cases}a=\frac{3}{2}\\b=-\frac{1}{4}\end{cases}$.

$\therefore a=\frac{3}{2}$，$b=-\frac{1}{4}$.

25．ff8080814a39795c014a3c7cef020643动手操作：小明利用等距平行线解决了二等分线段的问题.

作法：

（1）在e上任取一点C，以点C为圆心，AB长为半径画弧交c于点D，交d于点E.

（2）以点A为圆心，CE长为半径画弧交AB于点M.

$\therefore$点M为线段AB的二等分点.

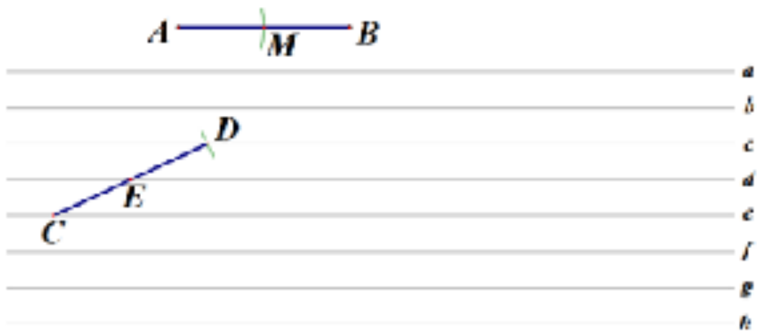


图1

解决下列问题：（尺规作图，保留作图痕迹）

（1）仿照小明的作法，在图2中作出线段AB的三等分点．

图2

（2）点P是$\angle AOB$内部一点，过点P作$PM\perp OA$于M，$PN\perp OB$于N，请找出一个满足下列条件的点P．（可以利用图1中的等距平行线）

①在图3中作出点P，使得$PM=PN$；②在图4中作出点P，使得$PM=2PN$．

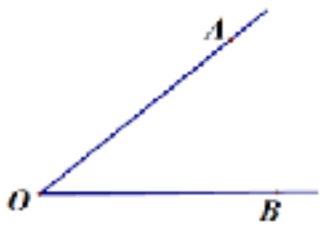


图3图4

【答案】

【解析】

#26．小东同学在学习了二次函数图像以后，自己提出了这样一个问题：

探究：函数$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{x-1}$的图象与性质．

小东根据学习函数的经验，对函数$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{x-1}$的图象与性质进行了如下探究：下面是小东的探究过程，请补充完成：

@（1）函数$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{x-1}$的自变量$x$的取值范围是___________．

【答案】$x\neq 1$．

【解析】

@（2）下表是y与x的几组对应值．

x	…	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4	…

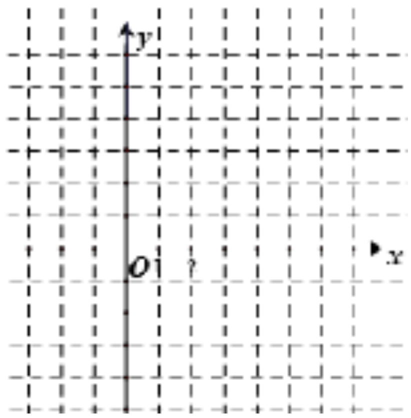
y	…	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	…

则 m 的值是__________.

【答案】$\frac{29}{6}$.

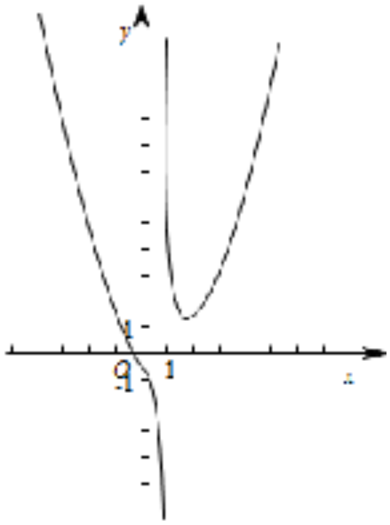
【解析】m 的值是 $\frac{29}{6}$.

@（3）如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象.



【答案】作图见解析.

【解析】如图



@（4）小东进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是 $(2,\frac{3}{2})$ ，结合函数的图象，写出该函数的其他性质（一条即可）：___________.

【答案】当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小.

【解析】该函数的其他性质.

当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小；

当 $1<x<2$ 时，y 随 x 的增大而减小；等.

#27．如图 1 ，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$ ，$AB=AC=2$ ，点 E 是 BC 边上一点，$\angle DEF=45^\circ$ 且

角的两边分别与边 AB ，射线 CA 交于点 P ， Q .

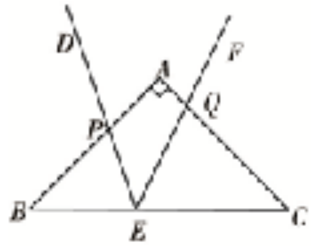


图1

@（1）如图2，若点 E 为 BC 中点，将 $\angle DEF$ 绕着点 E 逆时针旋转， DE 与边 AB 交于点 P ， EF 与 CA 的延长线交于点 Q . 设 BP 为 x ， CQ 为 y ，试求 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.

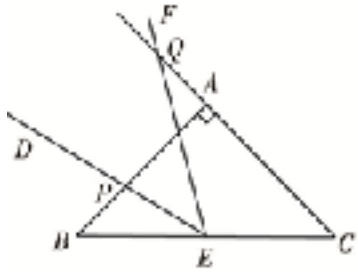


图2

【答案】 $y=\dfrac{2}{x}$.

自变量 x 的取值范围是 $0<x<1$.

【解析】 $\because \angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC=2$ ，

$\therefore \angle B=\angle C$ ， $BC=2\sqrt{2}$.

又 $\because \angle FEB=\angle FED+\angle DEB=\angle EQC+\angle C$ ， $\angle DEF=\angle C$ ，

$\therefore \angle DEB=\angle EQC$.

$\therefore \triangle BPE\backsim CEQ$.

$\therefore \dfrac{BP}{BE}=\dfrac{CE}{CQ}$.

设 BP 为 x ， CQ 为 y ，

$\therefore \dfrac{x}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{y}$.

$\therefore y=\dfrac{2}{x}$.

自变量 x 的取值范围是 $0<x<1$.

@（2）如图3，点 E 在边 BC 上沿 B 到 C 的方向运动（不与 B ， C 重合），且 DE 始终经过点 A ， EF 与边 AC 交于 Q 点. 探究：在 $\angle DEF$ 运动过程中， $\triangle AEQ$ 能否构成等腰三角形，若能，求出 BE 的长；若不能，请说明理由.

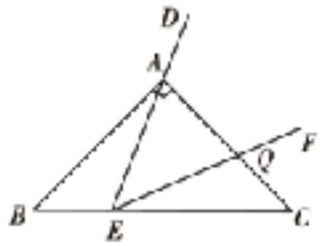


图3

【答案】在$\angle DEF$运动过程中，$\triangle AEQ$能成等腰三角形，此时BE的长为$2\sqrt{2}-2$或$\sqrt{2}$．

【解析】$\because \angle AEF=\angle B=\angle C$，且$\angle AQE>\angle C$，

$\therefore \angle AQE>\angle AEF$．

$\therefore AE\neq AQ$．

当$AE=EQ$时，可证$\triangle ABE\cong\triangle ECQ$．

$\therefore CE=AB=2$．

$\therefore BE=BC-EC=2\sqrt{2}-2$．

当$AQ=EQ$时，可知$\angle QAE=\angle QEA=45^\circ$．

$\therefore AE\perp BC$．

$\therefore$点E是BC的中点．

$\therefore BE=\sqrt{\ }$．

综上，在$\angle DEF$运动过程中，$\triangle AEQ$能成等腰三角形，此时BE的长为$2\sqrt{2}-2$或$\sqrt{2}$．

#28．已知：如图1，抛物线的顶点为M，平行于x轴的直线与该抛物线交于点A，B（点A在点B左侧），根据对称性$\triangle AMB$恒为等腰三角形，我们规定：当$\triangle AMB$为直角三角形时，就称$\triangle AMB$为该抛物线的“完美三角形”．

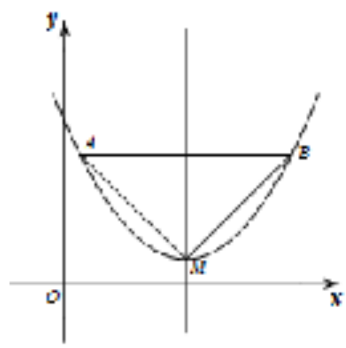


图1

@（1）@@①如图2，求出抛物线$y=x^2$的“完美三角形”斜边AB的长．

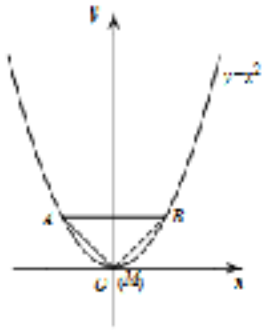


图2

【答案】$AB=2$．

【解析】过点B作$BN\perp x$轴于N，

由题意可知$\triangle AMB$为等腰直角三角形，$AB\parallel x$轴，

易证B，设B点坐标为$(n,-n)$，代入抛物线$y=x^2$，

得$n=n^2$，

$\therefore n=1$，$n=0$（舍去），

$\therefore$抛物线$y=x^2$的"完美三角形"的斜边$AB=2$．

@@②抛物线$y=x^2+1$与$y=x^2$的"完美三角形"的斜边长的数量关系是________．

【答案】相等．

【解析】

@（2）若抛物线$y=ax^2+4$的"完美三角形"的斜边长为4，求a的值．

【答案】$a=\pm\dfrac{1}{2}$．

【解析】$\because$抛物线$y=ax^2$与抛物线$y=ax^2+4$的形状相同，

$\therefore$抛物线$y=ax^2$与抛物线$y=ax^2+4$的"完美三角形"全等，

$\because$抛物线$y=ax^2+4$的"完美三角形"斜边的长为4，

$\therefore$抛物线$y=ax^2$的"完美三角形"斜边的长为4，

$\therefore B$点坐标为$(2,2)$或$(2,-2)$，

$\therefore a=\pm\dfrac{1}{2}$．

@（3）若抛物线$y=mx^2+2x+n-5$的"完美三角形"斜边长为n，且$y=mx^2+2x+n-5$的最大值为-1，求m，n的值．

【答案】$m=-\dfrac{3}{4}$，$n=\dfrac{8}{3}$．

【解析】$\because y=mx^2+2x+n-5$的最大值为-1，

$\therefore \dfrac{4m(n-5)-4}{4m}=-1$，

$\therefore mn-4m-1=0$，

$\because$抛物线$y=mx^2+2x+n-5$的"完美三角形"斜边长为n，

$\therefore$抛物线$y=mx^2$的“完美三角形”斜边长为n，

$\therefore B$点坐标为$(\frac{n}{2},-\frac{n}{2})$，

$\therefore$代入抛物线$y=mx^2$，得$\left(\frac{n}{2}\right)^2\cdot m=-\frac{n}{2}$，

$\therefore mn=-2$（$n=0$不合题意舍去），

$\therefore m=-\frac{3}{4}$，$\therefore n=\frac{8}{3}$．