# 2015年北京师范大学附属实验中学初三上学期数学期中试卷

## 一、选择题（本大题共10小题，每小题只有唯一正确答案．每小题3分，共30分）

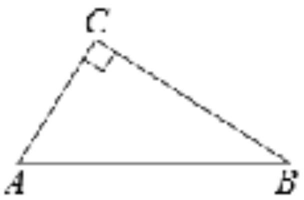
#1．抛物线$y=(x+2)^2-3$的顶点坐标是（ ）．

A．$(2,-3)$　　B．$(-2,-3)$　　C．$(-2,3)$　　D．$(2,3)$

【答案】B

【解析】抛物线的顶点为$(-2,-3)$，故答案为B．

#2．在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，若$AB=\sqrt{5}$，$BC=2$，则$\sin B$的值为（ ）．

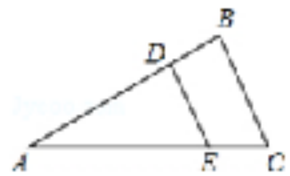



A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．2

【答案】A

【解析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{5-4}=1$，则$\sin B=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$．故选A．

#3．如图，在$\triangle ABC$中，点$D$、$E$分别在$AB$、$AC$边上，$DE\parallel BC$，若$AD=6$，$BD=2$，$AE=9$，则$EC$的长是（ ）．




A．8　　B．6　　C．4　　D．3

【答案】D

【解析】$\because DE\parallel BC$，

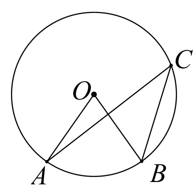
$\therefore \triangle ABC\backsim \triangle ADE$．

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，

$\therefore \dfrac{AD}{BD}=\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{6}{2}=3$，

$\therefore EC=3$．

#4．如图，点$A$、$B$、$C$均在$\odot O$上，$\angle ACB=35^\circ$，则$\angle AOB$的度数为（ ）．




A．$20^\circ$　　B．$40^\circ$　　C．$60^\circ$　　D．$70^\circ$

【答案】D

【解析】圆心角是其所对圆弧圆周角的2倍，即$\angle AOB=2\angle ACB=70^\circ$．故答案为D．

#5．端午节吃粽子是中华民族的传统习俗，妈妈买了2个红豆粽、3个碱水粽、5个咸肉粽，粽子除内部馅料不同外其它均相同．小颖任意吃一个，吃到红豆粽的概率是（ ）．

A．$\dfrac{1}{10}$　　B．$\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

【答案】B

【解析】粽子的总数为$2+3+5=10$，其中红豆综有2个，所以任意吃一个吃到红豆综的概率是

$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. 故答案为B.

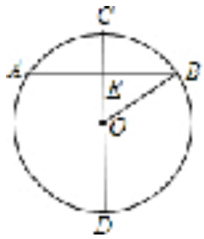
#6．将抛物线 $y=3x^2$ 向右平移 $2$ 个单位，再向上平移 $3$ 个单位，得到的抛物线的解析式是（ ）.

A． $y=3(x+2)^2+3$ B． $y=3(x+2)^2-3$ C． $y=3(x-2)^2+3$ D． $y=3(x-2)^2-3$

【答案】C

【解析】将抛物线 $y=3x^2$ 向右平移 $2$ 个单位得到 $y=3(x-2)^2$，再向上平移 $3$ 个单位得到 $y=3(x-2)^2+3$. 故答案为C.

#7．如图，$\odot O$ 的直径 $CD$ 垂直弦 $AB$ 于点 $E$，且 $CE=2$，$DE=8$，则 $AB$ 的长为（ ）.

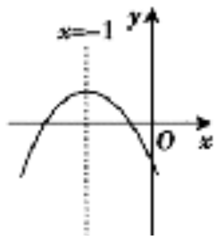



A． 2 B． 4 C． 6 D． 8

【答案】D

【解析】根据圆的性质可知，圆的半径 $r=\frac{1}{2}(CE+DE)=\frac{1}{2}(2+8)=5$，在 $\mathrm{Rt}\triangle BOE$ 中，$AB=2BE=2\sqrt{OB^2-OE^2}$，其中 $OE=OC-CE=5-2=3$，所以 $AB=2\sqrt{5^2-3^2}=8$. 故答案为D.

#8．二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象如图所示，则下列关系式不正确的是（ ）.



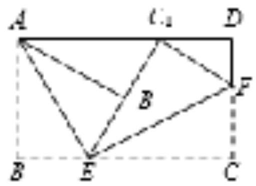

A． $abc<0$ B． $a+b+c<0$

C． $2a-b>0$ D． $4a-b+c<0$

【答案】C

【解析】由图象可知，该二次函数开口向下，所以 $a<0$；对称轴为 $x=-1$，即 $-\frac{b}{2a}=-1$，即 $b=2a<0$；顶点为 $(-1,a-b+c)$ 在 $x$ 轴上半部分，所以 $a-b+c>0$；与 $y$ 轴的交点在 $y$ 轴负半轴上，所以 $c<0$. 所以 $abc<0$；$x=1$ 时，$y<0$，即 $a+b+c<0$；$2a-b=0$，故C错误.

#9．将矩形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠，$AE$、$EF$ 为折痕，$\angle BAE=30°$，$AB=\sqrt{3}$，折叠后，点 $C$ 落在 $AD$ 边上的 $C_1$ 处，并且点 $B$ 落在 $EC_1$ 边上的 $B_1$ 处. 则 $BC$ 的长为（ ）.




A． $\sqrt{3}$ B． 2 C． 3 D． $2\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】根据折叠的性质可知，$\angle BAE=\angle C_1AB=30°$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\angle BAE=30°$，$AB=\sqrt{3}$，则 $BE=AB\cdot\tan 30°=1$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC_1$ 中，$BC_1 = AB \cdot \tan 30° = 1$，

所以 $EC_1 = 2$，又 $\angle FEC_1 = \frac{1}{2}(180° - 2\angle AEB) = 30°$，

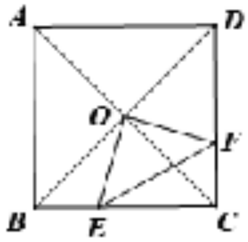
在 $\mathrm{Rt}\triangle C_1EF$ 中，$EF = \frac{C_1E}{\cos 30°} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$，

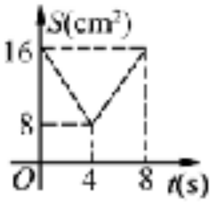
在 $\mathrm{Rt}\triangle ECF$ 中，$CE = EF \cdot \cos 30° = 2$，

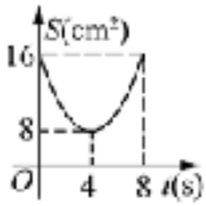
所以 $BC = BE + CE = 3$．

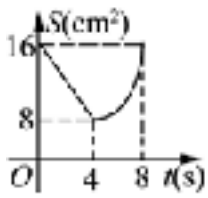
故答案为C．

#10．如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB = 8\ \mathrm{cm}$，对角线 $AC$、$BD$ 相交于点 $O$，点 $E$，$F$ 分别从 $B$、$C$ 两点同时出发，以 $1\ \mathrm{cm}/s$ 的速度沿 $BC$、$CD$ 运动，到点 $C$、$D$ 时停止运动，设运动时间为 $t$（$s$），$\triangle OEF$ 的面积 $S$（$\mathrm{cm}^2$），则 $S$（$\mathrm{cm}^2$）与 $t$（$s$）的函数关系可用图象表示为（　）．

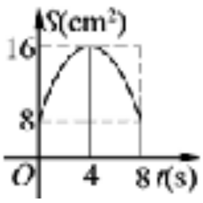



A．

B．

C．

D．




【答案】B

【解析】根据题意 $BE = CF = t$，$CE = 8 - t$，

∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴ $OB = OC$，$\angle OBC = \angle OCD = 45°$，

∵在 $\triangle OBE$ 中和 $\triangle OCF$ 中，

$$\begin{cases} OB = OC \\ \angle OBE = \angle OCF \\ BE = CF \end{cases}，$$

∴ $\triangle OBE \cong \triangle OCF$（SAS），

∴ $S_{\triangle OBE} = S_{\triangle OCF}$，

∴ $S_{四 OECF} = S_{\triangle OBC} = \frac{1}{4} \times 8^2 = 16$，

∴ $S = S_{四 OECF} - S_{\triangle CEF} = 16 - \frac{1}{2}(8-t) \cdot t = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 16 = \frac{1}{2}(t-4)^2 + 8$（$0 \le t \le 8$），

∴ $S$（$\mathrm{cm}^2$）与 $t$（$s$）的函数图象为抛物线一部分，顶点为 $(4,8)$，自变量为 $0 \le t \le 8$．

故答案为B．

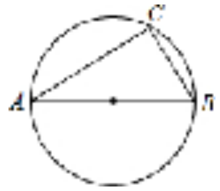
二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

#11．请写出一个开口向下，且经过点$(0,-1)$的二次函数解析式：__________．

【答案】$y=-x^2-1$

【解析】开口向下，所以$a<0$，此时只需满足$y=ax^2-1$，即可符合条件．

#12．如图，已知$AB$是$\triangle ABC$外接圆的直径，$\angle A=35^\circ$，则$\angle B$的度数是__________．




【答案】$55^\circ$

【解析】$\because$ $AB$是$\triangle ABC$外接圆的直径，

$\therefore$ $\angle ACB=90^\circ$，又$\angle A=35^\circ$，此时$\angle B=55^\circ$．

故答案为$55^\circ$．

#13．在阳光下，身高$1.7\text{m}$的小强在地面上的影长为$2\text{m}$，在同一时刻，测得学校的旗杆在地面上的影长为$18\text{m}$．则旗杆的高度为__________$\text{m}$．

【答案】15.3

【解析】由于太阳光可近似看作平行线，

所以可根据相似定理可得，旗杆高度为$h=18\cdot\dfrac{2}{1.7}=15.3\text{m}$．

故答案为$15.3$．

#14．在一个不透明的口袋中装有$4$张相同的纸牌，它们分别标有数字$1$、$2$、$3$、$4$．随机地摸一张纸牌然后放回，再随机摸取出一张纸牌，则两次摸取纸牌上数字之和为$5$的概率是__________．

【答案】$\dfrac{1}{4}$

【解析】摸两张牌所得结果有$(1,1)$、$(1,2)$、$(1,3)$、$(1,4)$、$(2,1)$、$(2,2)$、$(2,3)$、$(2,4)$、$(3,1)$、$(3,2)$、$(3,3)$、$(3,4)$、$(4,1)$、$(4,2)$、$(4,3)$、$(4,4)$，则两次摸取纸牌上数字之和为$5$的样本情况为$(1,4)$、$(2,3)$、$(3,2)$、$(4,1)$，其概率为$\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$．故答案为$\dfrac{1}{4}$．

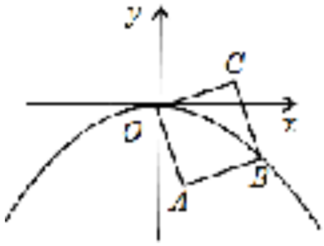
#15．已知二次函数$y=2x^2+8x+m$，自变量$x_1=-2+\sqrt{3}$对应的函数值为$y_1$，自变量$x_2=-4$对应的函数值为$y_2$，则$y_1$__________$y_2$（填“$>$”、“$<$”或“$=$”）．

【答案】$<$

【解析】$y_1=2(-2+\sqrt{3})^2+8(-2+\sqrt{3})+m=m-2$，$y_2=2\cdot(-4)^2+8\cdot(-4)+m=m$，此时$y_1<y_2$．故答案为$<$．

#16．边长为$1$的正方形$OA_1B_1C_1$的顶点$A_1$在$x$轴的正半轴上，如图将正方形$OA_1B_1C_1$绕顶点$O$顺时针旋转

$75°$ 得正方形 $OABC$，使点 $B$ 恰好落在函数 $y=ax^2$（$a<0$）的图象上，则 $a$ 的值为________.




【答案】$-\frac{\sqrt{2}}{3}$

【解析】将正方形 $OA_1B_1C_1$ 绕顶点 $O$ 顺时针旋转 $75°$ 得正方形 $OABC$，即 $\angle xOA=75°$，

又 $\angle AOB=45°$，所以 $\angle xOB=30°$，所以点 $B$ 的坐标为 $(\frac{\sqrt{6}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$，

而点 $B$ 的坐标为 $(x,ax^2)$，

解得：$x=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$a=-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

故答案为 $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

## 三、解答题（本大题共30分，每小题5分）

#17．计算：$2\sin45°+3\tan30°-2\tan60°\cdot\cos30°$.

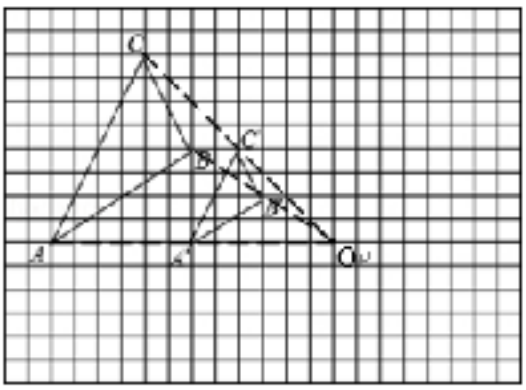
【答案】$\sqrt{2}$.

【解析】$2\sin45°+3\tan30°-2\tan60°\cdot\cos30°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{2}+\sqrt{3}-3$.

#18．如图所示，图中的小方格都是边长为1的正方形，$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是以点 $O$ 为位似中心的位似图形，它们的顶点都在小正方形的顶点上．

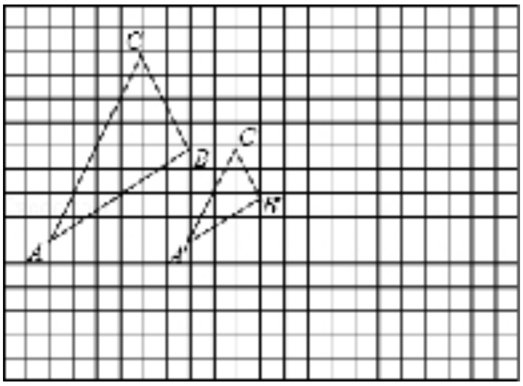
@（1）画出位似中心 $O$．

【答案】




【解析】画出位似中心 $O$，见答案．

@（2）$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比为________，面积比为________．

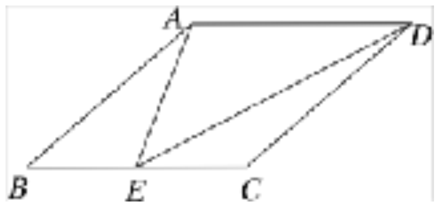


【答案】$2:1$，$4:1$

【解析】根据图中$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$的边长可知$\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{2}{1}$，即位似比为$2:1$；三角形面积比是边长比的平方，即为$4:1$．

#19．已知：如图，在菱形$ABCD$中，$E$为$BC$边上一点，$\angle AED=\angle B$．

@（1）求证：$\triangle ABE\backsim\triangle DEA$．




【答案】$\triangle ABE\backsim\triangle DEA$

【解析】证明：$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AD\parallel BC$．

又$\because \angle B=\angle AED$，

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle DEA$

@（2）若$AB=4$，求$AE\cdot DE$的值．

【答案】16

【解析】$\because \triangle ABE\backsim\triangle DEA$，

$\therefore \dfrac{AE}{DA}=\dfrac{AB}{DE}$．

$\therefore AE\cdot DE=AB\cdot DA$．

$\because$四边形$ABCD$是菱形，$AB=4$，

$\therefore AB=DA=4$．

$\therefore AE\cdot DE=AB^2=16$．

#20．若二次函数$y=ax^2+bx+c$的$x$与$y$的部分对应值如下表：

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | [?] | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | [?] |
| $y$ | [?] | $-5$ | $0$ | $3$ | $4$ | $3$ | [?] |

@（1）求此二次函数的解析式．

【答案】$y=-x^2-2x+3$

【解析】由表知，抛物线的顶点坐标为$(-1,4)$，

∴设$y=a(x+1)^2+4$，

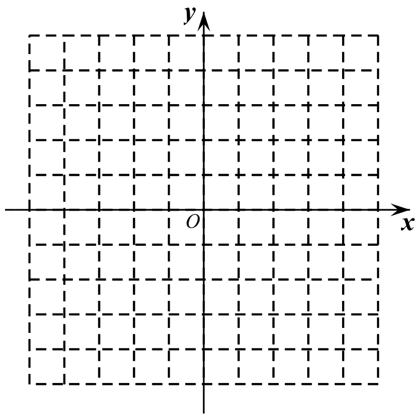
∵抛物线过$(0,3)$，

∴$a(0+1)^2+4=3$，

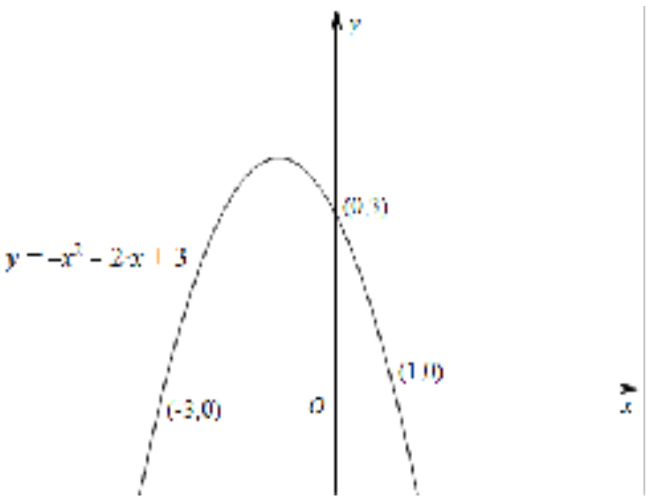
∴$a=-1$，

∴抛物线的解析式为$y=-(x+1)^2+4$，即$y=-x^2-2x+3$．

@（2）画出此函数图象（不用列表）．




【答案】




【解析】如图．

@（3）结合函数图象，当$-4<x\le 1$时,写出$y$的取值范围．

【答案】$y$的取值范围是$-5<y\le 4$．

【解析】当$-4<x<-1$时，$y$单调递增，

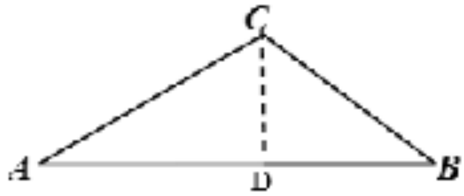
$x=-4$时，$y=-5$；$x=-1$时，$y_{\max}=4$；

$-1<x<1$时，$y$单调递减，

$x=1$时，$y=0$．

所以$y$的取值范围是$-5<y\le 4$．

#21．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=30^\circ$，$\tan B=\dfrac{3}{4}$，$AC=18$，求$BC$、$AB$的长．




【答案】$BC=15$，$AB=9\sqrt{3}+12$．

【解析】过$D$点作$CD\perp AB$于$D$，

$\therefore \angle ADC=\angle BDC=90^\circ$，

在$\text{Rt}\triangle ACD$中，

$\because \angle A=30^\circ$，

$\therefore CD=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\times 18=9$，$AD=AC\cdot\cos A=18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$，

在$\text{Rt}\triangle BCD$中，

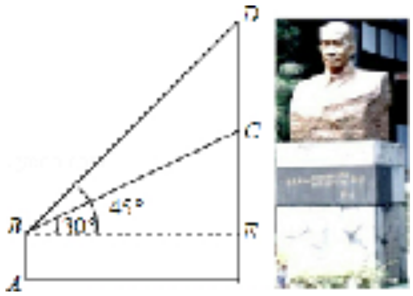
$\because \tan B=\dfrac{CD}{BD}$，

$\therefore BD=\dfrac{CD}{\tan B}=\dfrac{9}{\frac{3}{4}}=12$，

$\therefore BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=15$，

$\therefore AB=AD+BD=9\sqrt{3}+12$．

#22．如图，某学校新建了一座吴玉章雕塑，小林站在距离雕塑2.7米的$A$处自$B$点看雕塑头顶$D$的仰角为$45^\circ$，看雕塑底部$C$的仰角为$30^\circ$，求塑像$CD$的高度．（最后结果精确到0.1米，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.7$）




【答案】1.2

【解析】根据题意，得$\angle DBE=45^\circ$，$\angle CBE=30^\circ$，$BE=2.7$，

在$\text{Rt}\triangle DEB$中，$\angle DBE=45^\circ$，

$\therefore DE=BE\cdot\tan 45^\circ=2.7$米，

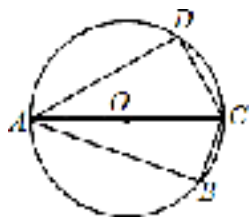
$\therefore CE=BE\cdot\tan 30^\circ=0.9\sqrt{3}$米，

$\therefore CD=DE-CE=2.7-0.9\sqrt{3}\approx 1.2$米．

故塑像$CD$的高度大约为1.2米．

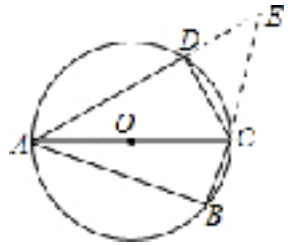
## 四、解答题（本题共20分，每小题5分）

#23．已知：如图，面积为$2\text{cm}^2$的四边形$ABCD$内接于$\odot O$，对角线$AC$经过圆心，$\angle BAD=45^\circ$，$CD=\sqrt{2}\text{cm}$，求$AB$的长．




【答案】$\sqrt{6}$

【解析】延长$BC$、$AD$交于点$E$．




$\because$直径$AC$，

$\therefore \angle ADC=\angle B=90^\circ$，

$\because \angle BAD=45^\circ$，

$\therefore \angle E=90^\circ-45^\circ=45^\circ$，

$\therefore DE=CD=\sqrt{2}$，

$\therefore S_{\triangle ABE}=3$，

$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot BE=3$，

$\because \angle BAD=\angle E=45^\circ$，

$\therefore AB=BE$，

$\therefore AB=\sqrt{6}$．

#24．某文具店销售一种进价为每本$10$元的笔记本，为获得高利润，以不低于进价进行销售，结果发现，每月销售量$y$与销售单价$x$之间的关系可以近似地看作一次函数：$y=-50x+150$，物价部门规定这种笔记本每本的销售单价不得高于$18$元．

@（1）当每月销售量为$70$本时，获得的利润为多少元?

【答案】$420$

【解析】当$y=70$时，$-5x+150=70$，解得$x=16$，

$\therefore (16-10)\times 70=420$元．

@（2）该文具店这种笔记本每月获得利润为$w$元，求每月获得的利润$w$元与销售单价$x$之间的函数关系式，并写出自变量的取值范围．

【答案】$10\le x\le 18$

【解析】$w=(x-10)(-5x+150)=-5x^2+200x-1500$，

$\because \begin{cases} x-10\ge 0 \\ -5x+150\ge 0 \\ x\le 18 \end{cases}$，

$\therefore$自变量的取值范围是$10\le x\le 18$．

@（3）当销售单价定为多少元时，每月可获得最大利润，最大利润为多少元?

【答案】当销售单价定为$18$元时，每月可获得最大利润，最大利润为$480$元．

【解析】$w=-5x^2+200x-1500=-5(x-20)^2+500$，

$\because a=-5<0$，

$\therefore$当$10\le x\le 18$时，$w$随$x$的增大而增大．

$\therefore$当$x=18$时，$w$有最大值为$480$元．

答：当销售单价定为$18$元时，每月可获得最大利润，最大利润为$480$元．

#25．如图，$AB$ 是$\odot O$的直径，弦$CD \perp AB$与点$E$，点$P$在$\odot O$上，$\angle 1 = \angle C$．

@（1）求证：$CB \parallel PD$．

【答案】证明见解析．

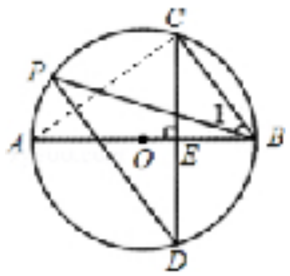
【解析】$\because \angle C = \angle P$，又$\because \angle 1 = \angle C$，

$\therefore \angle 1 = \angle P$，$\therefore CB \parallel PD$．

@（2）若$BC = 3$，$\sin \angle P = \frac{3}{5}$，求$\odot O$的直径．

【答案】$5$

【解析】连接$AC$，




$\because AB$ 是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$，

又$\because CD \perp AB$，

$\therefore \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD}$，

$\therefore \angle P = \angle CAB$，

$\therefore \sin \angle CAB = \frac{3}{5}$，

即$\frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$，

又知，$BC = 3$，

$\therefore AB = 5$，

$\therefore$直径为$5$．

#26．阅读下列材料：小华遇到这样一个问题：已知：如图$1$，在$\triangle ABC$中，三边的长分别为$AB = \sqrt{10}$，$AC = \sqrt{2}$，$BC = 2$，求$\angle A$的正切值．

小华是这样解决问题的：如图$2$所示，先在一个正方形网格（每个小正方形的边长均为$1$）中画出格点$\triangle ABC$（$\triangle ABC$三个顶点都在小正方形的顶点处），然后在这个正方形网格中再画一个和$\triangle ABC$相似的格点$\triangle DEF$，从而使问题得解．

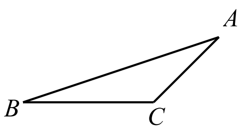



图1

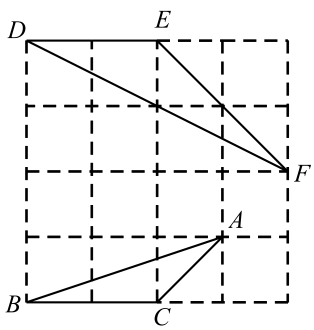



图2

@（1）图$2$中与$\angle A$相等的角为__________，$\angle A$的正切值为__________．

【答案】$\angle D$，$\frac{1}{2}$．

【解析】$BC=2$，$AC=\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{10}$，

所以 $\cos A=\frac{10+2-4}{2\sqrt{10}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，从而 $\tan A=\frac{1}{2}$，

在$\triangle DEF$中，$\tan D=\frac{1}{2}$，故$\angle D=\angle A$．

@（2）参考小华解决问题的方法，利用图4中的正方形网格（每个小正方形的边长均为1）解决问题：如图3，在$\triangle GHK$中，$HK=2$，$HG=2\sqrt{10}$，$KG=2\sqrt{5}$，延长$HK$，请写出求$\angle\alpha+\angle\beta$度数的解题思路（需写出计算结果）．

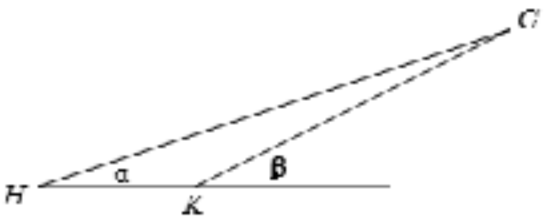


图3

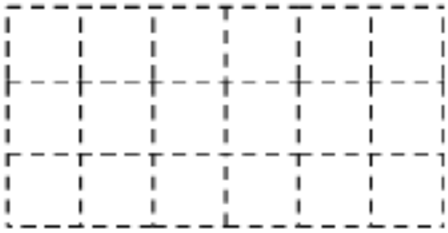


图4

【答案】$\angle\alpha+\angle\beta=45^\circ$．

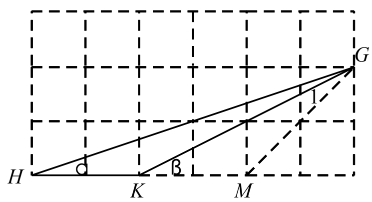
【解析】根据已知，把$\triangle GHK$放到正方形网格中，连结$GM$，

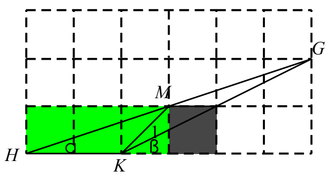
$\because$可得$KM=2$，$MG=2\sqrt{2}$，

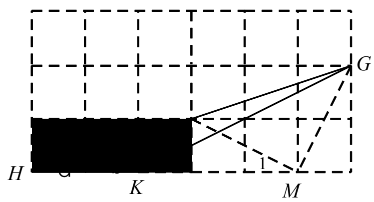
$\therefore HM=4$，$HG=2\sqrt{10}$，$MG=2\sqrt{2}$，$KG=2\sqrt{5}$，$KM=2$，

$\therefore\triangle MKG\backsim MGH$，

$\therefore\angle\alpha=\angle1$，$\therefore\angle\alpha+\angle\beta=45^\circ$．







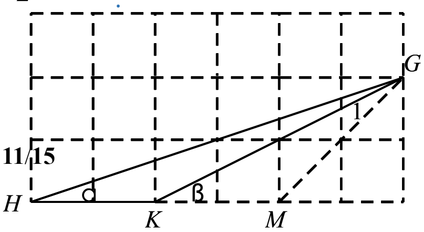
五、解答题（本题共22分，第27题7分，第28题7分，第29题8分）

#27．已知抛物线$y=\frac{1}{2}x^2-(m-3)x+\frac{5-4m}{2}$．

@（1）求证：无论$m$为任何实数，抛物线与$x$轴总有两个交点．

【答案】证明见解析．

【解析】证明：令$y=0$，则$\frac{1}{2}x^2-(m-3)x+\frac{5-4m}{2}=0$．



$\therefore \Delta=\left[-(m-3)\right]^2-4\times\frac{1}{2}\times\frac{5-4m}{2}=m^2-2m+4=(m-1)^2+3$.

$\because$不论$m$为任何实数，都有$(m-1)^2+3>0$，即$\Delta>0$，

$\therefore$无论$m$为任何实数，抛物线与$x$轴总有两个交点.

@（2）若抛物线对称轴$x=-1$，且反比例函数$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$的图象与抛物线在第一象限内的交点的横坐标为$x_0$，且满足$2<x_0<3$，求$k$的取值范围.

【答案】$5<k<18$.

【解析】$\because$抛物线$y=\frac{1}{2}x^2-(m-3)x+\frac{5-4m}{2}$的对称轴为$x=-\frac{-(m-3)}{2\times\frac{1}{2}}=m-3$.

又$\because$抛物线对称轴$x=-1$，

$\therefore m-3=-1$，即$m=2$，

$\therefore$抛物线的解析式为$y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$.

当$2<x<3$时，

对于$y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$，$y$随着$x$的增大而增大，

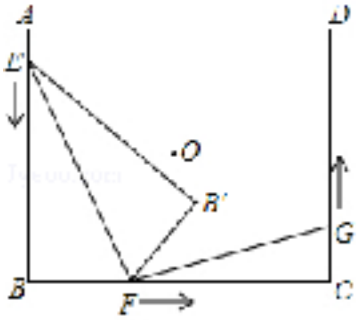
对于$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$，$y$随着$x$的增大而减小.

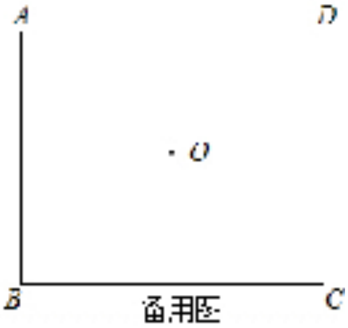
所以当$x_0=2$时，由反比例函数图象在二次函数图象上方，

得$\frac{1}{2}\times3^2+3-\frac{3}{2}>\frac{k}{3}$，解得$k<18$.

所以$k$的取值范围为$5<k<18$.

#28．如图，点$O$为矩形$ABCD$的对称中心，$AB=10\text{cm}$，$BC=12\text{cm}$，点$E$、$F$、$G$分别从$A$、$B$、$C$三点同时出发，沿矩形的边按逆时针方向匀速运动，点$E$的运动速度为$1\text{cm}/s$，点$F$的运动速度为$3\text{cm}/s$，点$G$的运动速度为$1.5\text{cm}/s$，当点$F$到达点$C$（即点$F$与点$C$重合）时，三个点随之停止运动．在运动过程中，$\triangle EBF$关于直线$EF$的对称图形是$\triangle EB'F$．设点$E$、$F$、$G$运动的时间为$t$（单位：$s$）．



@（1）当$t=$__________$s$时，四边形$EBFB'$为正方形．

【答案】$2.5$．

【解析】当四边形$EBFB'$为正方形时，$\angle B'EF=\angle BEF=45^\circ$，$\triangle BEF$为等腰直角三角形．

此时$EB=10-t$，$BF=3t$，即$10-t=3t$，解得$t=2.5$．

@（2）若以点$E$、$B$、$F$为顶点的三角形与以点$F$，$C$，$G$为顶点的三角形相似，求$t$的值．

【答案】$2.8$或$-14+2\sqrt{69}$．

【解析】分两种情况，讨论如下：

①若$\triangle EBF\backsim\triangle FCG$，

则有$\dfrac{EB}{FC}=\dfrac{BF}{CG}$，即$\dfrac{10-t}{12-3t}=\dfrac{3t}{1.5t}$，

解得：$t=2.8$；

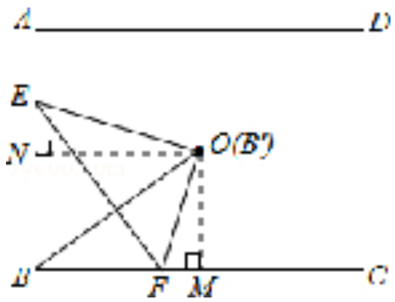
②若$\triangle EBF\backsim\triangle GCF$，

则有$\dfrac{EB}{CG}=\dfrac{BF}{FC}$，即$\dfrac{10-t}{1.5t}=\dfrac{3t}{12-3t}$，解得：$t=-14-2\sqrt{69}$（不合题意，舍去）或$t=-14+2\sqrt{69}$．

$\therefore$当$t=2.8s$或$t=(-14+2\sqrt{69})s$时，以点$E$、$B$、$F$为顶点的三角形与以点$F$，$C$，$G$为顶点的三角形相似．

@（3）是否存在实数$t$，使得点$B'$与点$O$重合？若存在，求出$t$的值；若不存在，请说明理由．

【答案】不存在，理由见解析．




【解析】假设存在实数$t$，使得点$B'$与点$O$重合．

如图，过点$O$作$OM\perp BC$于点$M$，

则在$\mathrm{Rt}\triangle OFM$中，$OF=BF=3t$，$FM=\dfrac{1}{2}BC-BF=6-3t$，$OM=5$，

由勾股定理得：$OM^2+FM^2=OF^2$，

即：$5^2+(6-3t)^2=(3t)^2$，解得：$t=\dfrac{61}{36}$；

过点$O$作$ON\perp AB$于点$N$，

则在$\mathrm{Rt}\triangle OEN$中，$OE=BE=10-t$，$EN=BE-BN=10-t-5=5-t$，$ON=6$，

由勾股定理得：$ON^2+EN^2=OE^2$，

即：$6^2+(5-t)^2=(10-t)^2$，解得：$t=3.9$．

$\because\dfrac{61}{36}\neq3.9$，$\therefore$不存在实数$t$，使得点$B'$与点$O$重合．

#29．如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=ax^2+bx\left(a>0\right)$与双曲线$y=\dfrac{k}{x}$有交点$A$、$B$，已知点$B\left(-2,-2\right)$，$\tan\angle AOX=4$．

@（1）求 $k$ 的值以及抛物线的解析式．

【答案】$k=4$，$y=x^2+3x$．

【解析】$\because B(-2,-2)$ 在双曲线上，

$\therefore k=(-2)\times(-2)=4$．

$\because \tan\angle AOx=4$，

$\therefore$ 可设 $A(m,4m)$，

$\because A$ 在双曲线上，

$\therefore m\cdot 4m=4$，

$\therefore m=1$（$m=-1$ 舍去），

$\therefore A(1,4)$，

$\because$ 抛物线过点 $A$、$B$，

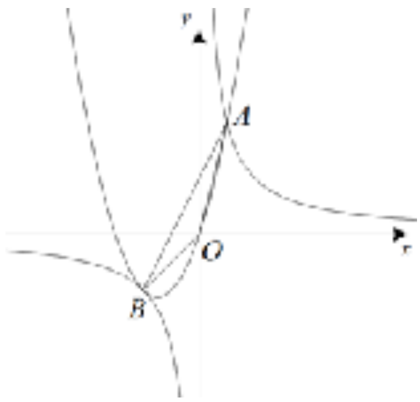
$\therefore \begin{cases} a(-2)^2+b(-2)=-2 \\ a\cdot 1^2+b\cdot 1=4 \end{cases}$，

解得 $(a,b)=(1,3)$，

$\therefore k=4$，$y=x^2+3x$．

@（2）过抛物线上点 $A$ 作直线 $AC\parallel x$ 轴，交抛物线于另一点 $C$，求所有满足 $\triangle EOC\backsim AOB$ 的点 $E$ 的坐标（注：这里 $E$、$O$、$C$ 与 $A$、$O$、$B$ 分别为对应点）．

【答案】$G$ 点能落在⊙$O$ 上，此时 $x=2$．




【解析】如图，设抛物线与 $x$ 轴负半轴的交点为 $D$．

由（1）知，抛物线的解析式是 $y=x^2+3x$，

$\because AC\parallel x$ 轴，

$\therefore C(-4,4)$，$OC=4\sqrt{2}$．

又 $OB=2\sqrt{2}$，

$\therefore \dfrac{OC}{OB}=2$．

$\because \angle COD=\angle BOD=45^\circ$，

$\therefore \angle COB=90^\circ$，

要 $\triangle BOA\backsim COE$，必须 $\angle BOA=\angle COE$，则点 $E$ 在直线 $CO$ 的两旁．

①将 $\triangle BOA$ 绕点 $O$ 顺时针转 $90^\circ$，得到 $\triangle B'OA'$．此时，点 $B'(-2,2)$ 是 $OC$ 的中点，点 $A_1(4,-1)$．延长 $OA'$ 至点 $E_1$，使得 $OE_1=2OA_1$，连接 $CE_1$，此时 $E_1(8,-2)$．

②取点 $E_1$ 关于直线 $OC$ 的对称点 $E_2(2,-8)$．

@（3）点 $P$ 为抛物线上一动点，从 $O$ 点出发（含 $O$ 点）沿着抛物线向左运动，已知在此过程中，

$\triangle ABP$ 的面积 $S_{\triangle ABP}$ 恰好有两次取到值 $m$ ，请直接写出 $m$ 的取值范围__________（$P$ 与 $B$ 重合时规定 $S_{\triangle ABP}=0$）．

【答案】$0<m<3$ 或 $m=\dfrac{27}{8}$ ．

【解析】见答案．