

(重题: 19) 延庆县中学第三协作区2015—2016学年度第一学期期中试卷

一、选择 (每小题3分,共33分)

18aac50a74e023208014e37b7a9127b17.

2.8aac49074e023206014e347360003935

3. 8aac49074e724b45014e7d1b12b92c95

4. ff8080814cdb1dea014cf8cd14e82023

5.8aac49074e4e5107014e65ea3c7543fd

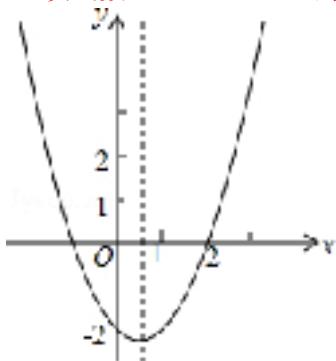
6.8aac49074e724b45014e91ae0e007792

7.8aac50a74e724b3f014e81ec1ee739a6

8. 8aac49074e724b45014e74c35d5e0c65

9. ff8080814cdb1dea014cf8da2d8e2060

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列结论中错误的是 ()



- A. 当 $x < \frac{1}{2}$, y 随 x 的增大而减小 B. 函数有最小值
C. $a + b + c < 0$ D. 当 $-1 < x < 2$ 时, $y > 0$

【解答】解: A、由图象可知在对称轴的左侧 y 随 x 的增大而减小, 故正确;

B、由图象可知函数有最小值, 故正确;

C、当 $x = 1$ 时, $y < 0$, 即 $a + b + c < 0$, 故正确;

D、由抛物线可知当 $-1 < x < 2$ 时, $y < 0$, 故错误.

故选: D.

11. ff8080814cd81dea014cf8e16c81207c

二、填空题(12-23题每空2分,24题24题前两空每空1分, 最后一空2分共30分)

12. 请写出一个开口向下, 并且与 y 轴交于点 $(0, -2)$ 的抛物线的表达式_____.

【解答】解: 根据题意得: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一),

故答案为: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一)

13. 8aac49074e023206014e396fcab64355

14. 抛物线 $y = (x - 2)^2 + 1$ 的顶点坐标是_____, 对称轴是_____.

【解答】解: ∵抛物线 $y = (x - 2)^2 + 1$,

∴顶点坐标是 $(2, 1)$, 对称轴是 $x = 2$.

故答案为: $(2, 1)$, $x = 2$.

15. 抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - 2$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同, 而开口方向相反, 则 $a =$ _____.

【解答】解: ∵抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3x - 2$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同,

$$\frac{1}{3}$$

∴二次项系数的绝对值相等, 都为 $\frac{1}{3}$;

∴开口方向相反,

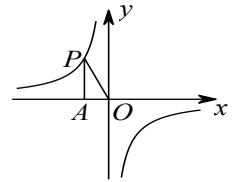
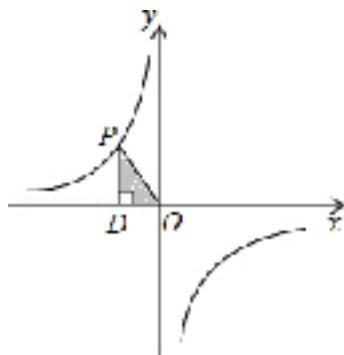
∴二次项系数互为相反数,

即 $y = ax^2$ 中, $a = -\frac{1}{3}$.

故答案为: $-\frac{1}{3}$

16. ff80808146cd4fd00146dbd039d60cb1

17. 如图, 点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 且 $PD \perp x$ 轴于点 D . 若 $\triangle POD$ 的面积为 3, 则 k 的值是_____.



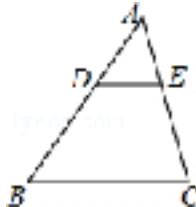
【解答】解: $S_{\triangle POD} = \frac{1}{2}|k| = 3$,

又 $k < 0$,

$\therefore k = -6$.

故答案是: -6.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 分别交 AB , AC 于点 D , E . 若 $AD = 1$, $DB = 2$, 则 $\triangle ADE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积的比等于_____.



【解答】解: $\because AD = 1$, $DB = 2$,

$\therefore AB = AD + DB = 3$,

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

故答案为 1: 9.

19. 抛物线 $y = 2x^2 + 8x + m$ 与 x 轴只有一个公共点, 则 m 的值为_____.

【解答】解: \because 抛物线与 x 轴只有一个公共点,

$\therefore \Delta = 0$,

$\therefore b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times m = 0$;

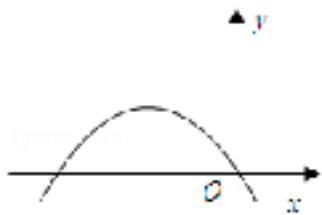
$$\therefore m = 8$$

故答案为: 8.

20. ff8080814cdb1dea014cf8e54cbe2091

21.8aac49074e724b45014e91dd86267807如

22.如图所示的抛物线是二次函数 $y = ax^2 - 3x + a^2 - 1$ 的图象, 那么 a 的值是_____.



【解答】解: 由图象可知, 抛物线经过原点 $(0, 0)$,

$$\text{所以 } a^2 - 1 = 0, \text{ 解得 } a = \pm 1,$$

\because 图象开口向下, $a < 0$,

$$\therefore a = -1.$$

23. 初三数学课本上, 用“描点法”画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象时, 列了如下表格:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	$-6\frac{1}{2}$	-4	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-2\frac{1}{2}$...

根据表格上的信息回答问题: 该二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 $x = 3$ 时, $y =$ _____.

【解答】解: 观察表格可知, 当 $x = 0$ 或 2 时, $y = -2\frac{1}{2}$,

根据二次函数图象的对称性,

$(0, -2\frac{1}{2})$, $(2, -2\frac{1}{2})$ 是抛物线上两对称点,

对称轴为 $x = \frac{0+2}{2} = 1$, 顶点 $(1, -2)$,

根据对称性, $x = 3$ 与 $x = -1$ 时, 函数值相等, 都是 -4.

故答案为: -4.

三、解答题

1. 根据下列条件，分别求出对应的二次函数表达式。

(1) 已知图象过点 $(6, 0)$ ，顶点坐标为 $(4, -8)$ 。

(2) 已知抛物线与 x 轴的交点是 $A(-2, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，且经过点 $C(0, 6)$ 。

【解答】解：(1) 设 $y = a(x - 4)^2 - 8$ ，

则 $a(6 - 4)^2 - 8 = 0$ ，

解得 $a = 2$ ，

则 $y = 2(x - 4)^2 - 8$ 。

(2) 设 $y = a(x + 2)(x - 3)$ ，

则 $a(0 + 2)(0 - 3) = 6$ ，

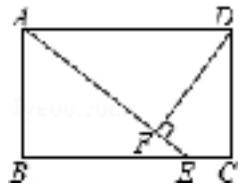
解得 $a = -1$ ，

则 $y = -(x + 2)(x - 3)$ 。

2. 如图矩形 $ABCD$ 中， E 为 BC 上一点， $DF \perp AE$ 于 F 。

(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle DFA$ ；

(2) 若 $AB = 6$ ， $AD = 12$ ， $BE = 8$ ，求 DF 的长。



【解答】(1) 证明： $\because DF \perp AE$ ，

$\therefore \angle AFD = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle B = \angle AFD = 90^\circ$ 。

又 $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$ 。

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA$ 。

(2) 解： $\because AB = 6$ ， $BE = 8$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore AE = 10$ 。

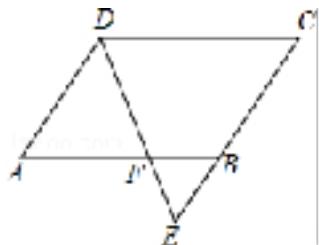
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA$ ，

$\therefore \frac{AB}{DF} = \frac{AE}{AD}$ 。

即 $\frac{6}{DF} = \frac{10}{2}$ 。

$\therefore DF = 7.2$ 。

3. 如图平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 CB 延长线上一点, DE 交 AB 于 F . 求证: $AD \cdot AB = AF \cdot CE$.



【解答】证明:

在平行四边形 $ABCD$ 中,

因为 $AB \parallel DC$,

所以 $\angle CDE = \angle BFE = \angle AFD$,

又因为 $\angle A = \angle C$,

所以 $\triangle ECD \sim \triangle DAF$,

$$\text{所以 } \frac{CD}{AF} = \frac{CE}{AD},$$

又 $CD = AB$,

$$\text{所以 } \frac{AB}{AF} = \frac{CE}{AD},$$

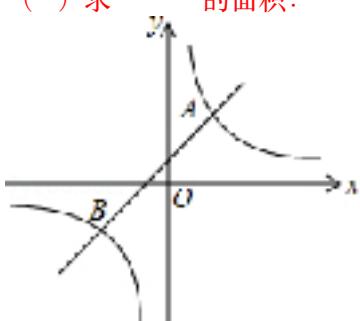
故 $AD \cdot AB = AF \cdot CE$.

4. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象交于 $A(m, 3)$, $B(-3, n)$ 两点.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 观察函数图象, 直接写出关于 x 的不等式 $\frac{6}{x} > kx + b$ 的解集.

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



【解答】解: (1) $\because A(m, 3)$, $B(-3, n)$ 两点在反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象上,

$$\therefore m = 2, n = -2.$$

$$\therefore A(2, 3), B(-3, -2).$$

$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases}$$

根据题意得: $\begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases}$,

$$\begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

解得: $y_1 = x + 1$.

(2) 根据图象得: $0 < x < 2$ 或 $x < -3$.

(3) \because 一次函数的解析式是 $y_1 = x + 1$;

\therefore 直线 AB 与 y 轴的交点为 $(0, 1)$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{5}{2}.$$

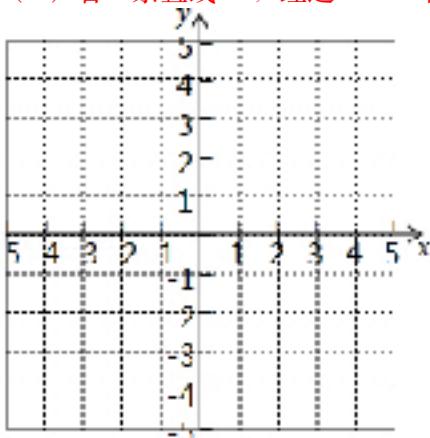
5. 已知二次函数 $y_1 = ax^2 + bx - 3$ 的图象经过点 $A(2, -3)$, $B(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴另一交点交于点 D .

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 求点 C 、点 D 的坐标;

(3) 画出二次函数的图象;

(4) 若一条直线 y_2 , 经过 C 、 D 两点, 请直接写出 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围.



$$\begin{cases} 4a + 2b - 3 = -3 \\ a - b - 3 = 0 \end{cases}$$

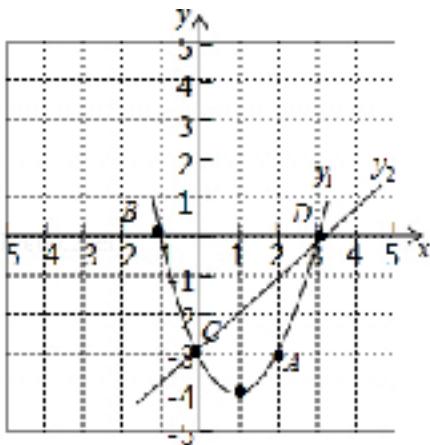
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

所以抛物线解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$;

(2) 当 $x = 0$ 时, $y = x^2 - 2x - 3 = -3$, 则 $C(0, -3)$;

当 $y = 0$ 时, $x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, 则 $D(3, 0)$;

(3) $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$, 则抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$, 如图,

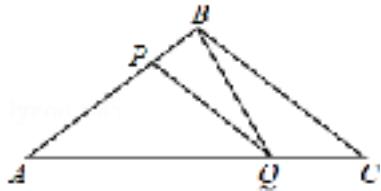


(4) 当 $x < -1$ 或 $x > 3$ 时, $y_1 > y_2$.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BA = BC = 20\text{cm}$, $AC = 30\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发, 沿着 AB 以每秒 4cm 的速度向点 B 运动; 同时点 Q 从点 C 出发, 沿着 CA 以每秒 3cm 的速度向点 A 运动. 设运动时间为 x .

(1) 当 x 为何值时, $PQ \parallel BC$?

(2) $\triangle APQ$ 能否与 $\triangle CQB$ 相似? 若能, 求出 AP 的长; 若不能, 请说明理由.



【解答】解: (1) 由题意得, PQ 平行于 BC ,
则 $AP:AB = AQ:AC$, $AP = 4x$, $AQ = 30 - 3x$,

$$\therefore \frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{30}$$

$$\therefore x = \frac{10}{3}$$

(2) 假设两三角形可以相似

情况 1: 当 $\triangle APQ \sim \triangle CQB$ 时, $CQ:AP = BC:AQ$,

$$\frac{3x}{4x} = \frac{20}{30 - 3x} \text{ 解得 } x = \frac{10}{9},$$

经检验, $x = \frac{10}{9}$ 是原分式方程的解.

$$\text{此时 } AP = \frac{40}{9} \text{ cm}$$

情况 2: 当 $\triangle APQ \sim \triangle CBQ$ 时, $CQ:AP = BC:AB$,

即有 $\frac{3x}{30-3x} = \frac{20}{4x}$ 解得 $x = 5$ ，
经检验， $x = 5$ 是原分式方程的解.
此时 $AP = 20\text{cm}$.

综上所述， $AP = \frac{40}{9}\text{cm}$ 或 $AP = 20\text{cm}$.

7. 8aac49074e4e5107014e67c750bf589c

8. 8aac50a74e724b3f014e75cf433b12cb

9. 8aac49074e023206014e39bf37c843ef

10. 7ddc5f4379d540be8e6ff58cacd1fde9

答案

一、选择题(每小题3分,共33分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
分数	A	D	C	A	B	B	C	C	B	D	B

二、填空题!(12-23题每空2分,24题前两空没空1分,最后一空2分共30分)

12. 不唯一 13. $m < 1$ 14. $(2, 1)$, $x=2$ 15. $1/3$ 16. 15 17. -6 18. $1/9$ 19. 8 20. $C = D$ 不唯一 21. $3/8$ 或 $3/2$
22. -1. 23. P_1 的坐标为 (1, 8) ;

$S_2 = 4/3$; $S_n =$ 或者 .

三、解答题

1. 解：设 $y = a(x-h)^2+k$

过点 $(4, -8)$

$\therefore y = a(x-4)^2-8$ --- 1

过 $(6, 0)$

$\therefore 4a-8=0$
 $a=2$ --- 2

$\therefore y=2(x-4)^2-8$ --- 3

$y=2x^2-16x+24$ --- 4

2. 解：设一次函数表达式为 $y=k(x-3)(x-5)$

过 $A(-2, 0)$ $B(3, 0)$

$\therefore y = k(x+2)(x-3)$ --- 1

过 $C(0, 6)$

$\therefore -6k=6$
 $k=-1$ --- 2

$\therefore y = -(x+2)(x-3)$ --- 3

$\therefore y = -x^2+x+6$ --- 4

3. 证明： \sim 全等 $ABCD$

$\therefore AD \parallel BC$ $\angle B=90^\circ$

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$

$\therefore DF \perp AE$

$\therefore \angle DFA = 90^\circ$

$\therefore \angle B = \angle DFA$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA$ --- 2

(2) $\angle B=90^\circ$ $AB=6$ $BE=8$

$\therefore AE=10$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFA$

$\therefore \frac{DF}{AB} = \frac{AD}{AE}$

$\frac{DF}{6} = \frac{12}{10}$

$\therefore DF=7.2$ --- 2

4. 证明: $\square ABCD$
 $\because AB \parallel CD \angle A = \angle D$ 1
 $\therefore \angle AFD = \angle CED$
 $\therefore \triangle ADF \sim \triangle CED$ 2
 $\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{AF}{CD}$ 3
 $\therefore AD \cdot CD = AF \cdot CE$
 $\because AB = CD$
 $\therefore AD \cdot AB = AF \cdot CE$ 4

4. 已知点 $A(m, 3)$, $B(-3, n)$ $A(m, 3)$, $B(-3, n)$ 在 $y_2 = \frac{6}{x} y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象上
 $\therefore m = 2, n = -2, m = 2, n = -2$
 $\therefore A(2, 3), B(-3, -2) \therefore A(2, 3), B(-3, -2)$ (1分)
 已知点 $A(2, 3)$, $B(-3, -2)$ $A(2, 3)$, $B(-3, -2)$ 在 $y_1 = kx + b$, $y_2 = kx + b$ 的图象上
 $\therefore \begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases} \therefore \begin{cases} 2k + b = 3 \\ -3k + b = -2 \end{cases}$ (2分)
 解得 $\begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$
 $\therefore y_1 = x + 1$ $\therefore y_1 = x + 1$ (3分)
 $0 < x < 3 \therefore x < -3 \therefore 0 < x < 3 \therefore x < -3$ (4分)
 三角形面积 $5/2$ (5分)

$$5. (1) y = 2x^2 + 5x + 3$$

$\therefore \text{点 } A(2, -3) \text{ 在 } B(-1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b-3=3 \\ a-b+3=0 \end{cases}$$

$$g \in \mathbb{N}$$

$$\therefore f = x^2 - 2x - 3 \quad \dots \quad |$$

2) C (0, 2) - - - 2'

D (3, 0) - - - 3'

10) 圖象 - - - - 1

4) $y \leq 0$ $\{x \mid x \geq 3 \dots -6\}$

6.

14. 解: (1) 由题意, 可知 $AP = 4x \text{ cm}$, $CQ = 3x \text{ cm}$,
则 $AQ = (30 - 3x) \text{ cm}$.

如图 D-4, 若 $PQ \parallel BC$, 则 $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$.

$$\therefore \frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{30}, \text{ 解得 } x = \frac{10}{3}.$$

\therefore 当 $x = \frac{10}{3}$ 时, $PQ \parallel BC$. $\therefore -2$

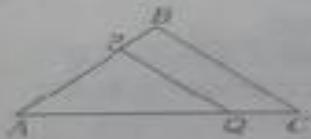


图 D-4



图 D-5

(2) 第一种情况, 如图 D-5.

若 $\triangle APQ \sim \triangle CQB$, 则 $\frac{AP}{CQ} = \frac{AQ}{BC}$.

$$\therefore \frac{4x}{3x} = \frac{30 - 3x}{20}, \text{ 解得 } x = \frac{10}{9}.$$

$\therefore AP = 4x = \frac{40}{9} \text{ (cm)}.$ $\therefore -2$

第二种情况, 如图 D-6.

若 $\triangle APQ \sim \triangle CBQ$, 则

$$\frac{AP}{BC} = \frac{AQ}{CQ}.$$

$$\therefore \frac{4x}{20} = \frac{30 - 3x}{3x}, \therefore x^2 + 5x$$

$$-50 = 0,$$

解得 $x = -10$ (舍去) 或 $x = 5$.

$$AP = 4x = 20 \text{ (cm)}.$$

\therefore 若 $\triangle APQ$ 与 $\triangle CQB$ 相似,

则 AP 的长为 $\frac{40}{9} \text{ cm}$ 或 20 cm .

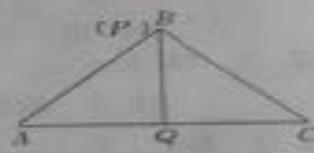


图 D-6

7. 解: (1) $y = ax^2 + bx - 75$ 图象过点 $(5, 0)$ 、 $(7, 16)$,

$$\therefore \begin{cases} 25a + 5b - 75 = 0, \\ 49a + 7b - 75 = 16 \end{cases} \quad \text{-----1分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1, \\ b = 20 \end{cases} \quad \text{-----2分}$$

$y = -x^2 + 20x - 75$ 的顶点坐标是 $(10, 25)$

当 $x = 10$ 时, y 最大 $= 25$, $\quad \text{-----3分}$

答: 销售单价为 10 元时, 该种商品每天销售利润最大, 最大利润为 25 元;

(2) \because 函数 $y = -x^2 + 20x - 75$ 图象的对称轴为直线 $x = 10$,

可知点 $(7, 16)$ 关于对称轴的对称点是 $(13, 16)$, $\quad \text{-----4分}$

又 \because 函数 $y=-x^2+20x-75$ 图象开口向下,

\therefore 当 $7 \leq x \leq 13$ 时, $y \geq 16$. -----5分

答: 销售单价不少于7元且不超过13元时, 该商品每天销售利润不低于16元.

8 (1) \because 点 $A(1, m)$ 在一次函数 $y = x + 2$ 的图象上,

$\therefore m = 3$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(1, 3)$. 1分

\because 点 $A(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore k = 3$.

\therefore 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式为 $y = \frac{3}{x}$. 2分

(2) \because 点 $C(n, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上,

$\therefore n = 3$.

$\therefore C(3, 1)$.

$\because A(1, 3)$,

$\therefore S_{\triangle AOC} = 4$. 5分

(3) 所有符合条件的点 P 的坐标:

$P_1(-\sqrt{7}-1, 0)$, $P_2(\sqrt{7}-1, 0)$. 7分

9.(1)

② 抛物线 $y = mx^2 + 2x + m^2 + 1$ 与 y 轴的交点 A 的纵坐标是3

$\therefore m \times 0^2 + 2 \times 0 + m^2 + 1 = 3$ 解得: $m = \pm 1$ 1分

③ 抛物线开口向下 $\therefore m = -1$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ 2分

(2) 由(1)可知 $B(-1, 0)$, $C(3, 0)$. 设 AB 的解析式为 $y = kx + m$.

则 $\begin{cases} m = 3 \\ -k + m = 0 \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} m = 3 \\ k = 3 \end{cases}$

$\therefore AB$ 的解析式为: $y = 3x + 3$ 4分

(3) 当 $y = 3x + n$ 经过 $(3, 0)$ 点时, $n = -9$ 5分

结合图象可知, n 的取值范围是 $n < -9$ 6分

10解：

(1) **② 抛物线** $y = mx^2 - \frac{19}{4}x + n$ 经过两点 $A(0, 3), B(4, 0)$

$$\begin{cases} m \times 0^2 - \frac{19}{4} \times 0 + n = 3 \\ m \times 4^2 - \frac{19}{4} \times 4 + n = 0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$

所以二次函数的表达式为 $y = x^2 - \frac{19}{4}x + 3$ 2分

(2) 可求经过AB两点的一次函数的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$.

$$MN = -\frac{3}{4}x + 3 - (x^2 - \frac{19}{4}x + 3) = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$$

② $0 \leq x \leq 4 \therefore$ 当 $x = 2$ 时, MN 取得最大值为 4..... 4分