# 北京市一五九中学2015-2016学年度

# 第一学期九年级期中数学试题

## 一、选择题（每小题4分，共40分）

1．8aac49074e724b45014e7d10513c2c6e已知 $\sin A=\frac{1}{2}$ ，则锐角A的度数是（）

A．$30^\circ$ B．$45^\circ$ C．$60^\circ$ D．$75^\circ$

2．已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，且$AB:DE=1:2$，则$\triangle ABC$的周长与$\triangle DEF$的周长之比为（　）

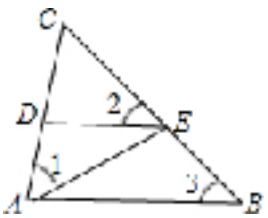
A．$2:1$　　B．$1:2$　　C．$1:4$　　D．$4:1$

【答案】B

【解析】$\because\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，且$AB:DE=1:2$，

$\therefore\triangle ABC$的周长与$\triangle DEF$的周长之比为$1:2$．

3．如图，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，则图中相似三角形共有（　）．



A．$4$对　　B．$3$对　　C．$2$对　　D．$1$对

【答案】A

【解析】$\because\angle C=\angle C$，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，

$\therefore\triangle CDE\backsim\triangle CEA\backsim\triangle CAB$，$DE\parallel AB$，

$\therefore\angle DEA=\angle EAB$，

$\therefore\triangle DEA\backsim\triangle EAB$，

$\therefore$共有$4$对．

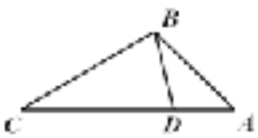
4．8aac50a74e4e5106014e639fea4837e3如图，点A、B、C都在⊙O上，若$\angle AOB=72^\circ$，则$\angle ACB$的度数是(　　)

A．$18^\circ$　　B．$30^\circ$

C．$36^\circ$　　D．$72^\circ$

5．110b31dc0e5d4d55864d166de3532be6如图，点$D$在$\triangle ABC$的边$AC$



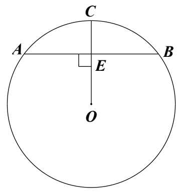


上，要判断△$ADB$与△$ABC$相似，添加一

个条件，不正确的是（　）．

A．∠ABD=∠CB．∠ADB=∠ABC C．　D．

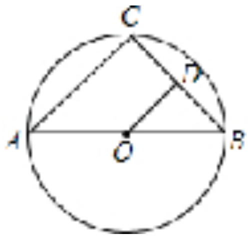
6.　ff80808149990d0a0149a85a7d711553如图，$\odot O$ 的半径为5，$AB$ 为弦，$OC \perp AB$，垂足为 $E$，如果 $CE = 2$，那么 $AB$ 的长是（　）




A．4B．6

C. 8 D．10

7 . 如图，$AB$ 是$\odot O$ 的直径，$C$ 是$\odot O$ 上一点，$OD \perp BC$ 于 $D$，如果 $AC:BC = 4:3$，$AB = 10\text{cm}$，那么 $BD$ 的长为（ ）




A．$3\text{cm}$　　B．$\frac{3}{2}\text{cm}$　　C．$6\text{cm}$　　D. $12\text{cm}$

【答案】A

【解析】$\because AB$ 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$，

$\therefore$在Rt△$ABC$ 中，$BC = AB \cdot \frac{3}{5} = 6\text{cm}$，

由图可知△$BDO \backsim$ $BCA$，

$\therefore \frac{BO}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{2}$，

$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3\text{cm}$．

8. △$ABC$ 中，若 $AB = 6$，$BC = 8$，$\angle B = 120^\circ$，则△$ABC$ 的面积为（ ）．

A．$12$　　B．$12\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$48\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】$S = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin B = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$．

9.下列说法错误的是（ ）

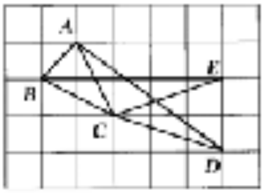
A．直径是圆中最长的弦　　B．圆内接平行四边形是矩形

C．$90^\circ$ 的圆周角所对的弦是直径　　D．相等的圆周角所对的弧相等

【答案】D

【解析】圆周角所对的弧有劣弧和优弧之分，所以相等的圆周角所对的弧不一定相等．

10．如图，在边长为 $1$ 的小正方形组成的网格中，点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 都在小正方形的顶点上．则 $\tan\angle ADC$ 的值等于（　）．




A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{10}$

【答案】C

【解析】根据题意可得，$AC=BC=\sqrt{5}$ ，$CD=CE=\sqrt{10}$ ，$AD=BE=5$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ ．

$\therefore \angle ADC=\angle BEC$ ．

$\therefore \tan\angle ADC=\tan\angle BEC=\frac{1}{3}$ ．

二、填空题（每小题4分,共24分）

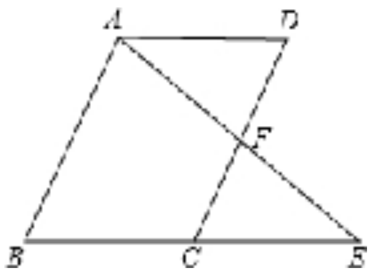
11. 若 $3x=4y$ ，则 $\frac{x+y}{x-y}$ 的值为__________．

【答案】$7$

【解析】若 $3x=4y$ ，则 $x=\frac{4}{3}y$ ，

$\therefore \frac{x+y}{x-y}=\frac{\frac{7}{3}y}{\frac{y}{3}}=7$ ．

12．在平行四边形 $ABCD$ 中，$E$ 为 $BC$ 延长线上一点，$AE$ 交 $CD$ 于点 $F$ ，若 $AB=7$ ，$CF=3$ ，则 $\frac{AD}{CE}=$ __________．




【答案】$\frac{4}{3}$

【解析】$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore CD=AB=7$ ，$AD \parallel BE$ ，

$\therefore \triangle ADF \backsim \triangle ECF$ ；

$\therefore \dfrac{AD}{CE}=\dfrac{FD}{CF}$，

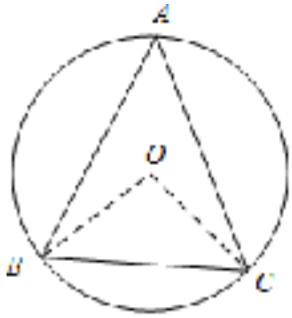
$\because CF=3$，$DF=CD-CF=4$，

$\therefore \dfrac{AD}{CE}=\dfrac{4}{3}$．

13.$\triangle ABC$ 是半径为 $2$ 的圆的内接三角形，若 $BC=2\sqrt{3}$，则 $\angle A$ 的度数为__________.

【答案】 $60°$

【解析】 如图所示，




在 $\triangle BOC$ 中，$\cos\angle BOC=\dfrac{BO^2+CO^2-BC^2}{2BO\cdot CO}=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle BOC=120°$，

$\therefore \angle A=\dfrac{1}{2}\angle BOC=60°$．

14.圆内接四边形 $ABCD$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$，则 $\angle A=$__________，$\angle B=$__________，$\angle C=$__________，$\angle D=$__________.

【答案】 $60°$，$90°$，$120°$，$90°$

【解析】 $\because$圆内接四边形的对角互补，

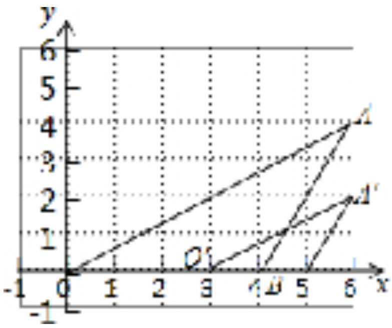
$\therefore \angle A:\angle B:\angle C:\angle D=2:3:4:3$，

设 $\angle A=2x$，则 $\angle B=3x$，$\angle C=4x$，$\angle D=3x$，

$\therefore 2x+3x+4x+3x=360°$，$\therefore x=30°$，

$\therefore \angle A=60°$，$\angle B=90°$，$\angle C=120°$，$\angle D=90°$．

15．如图，$\triangle ABO$ 与 $\triangle A'B'O'$ 是位似图形，且顶点都在格点上，则位似中心的坐标是__________.




【答案】 $(6,0)$

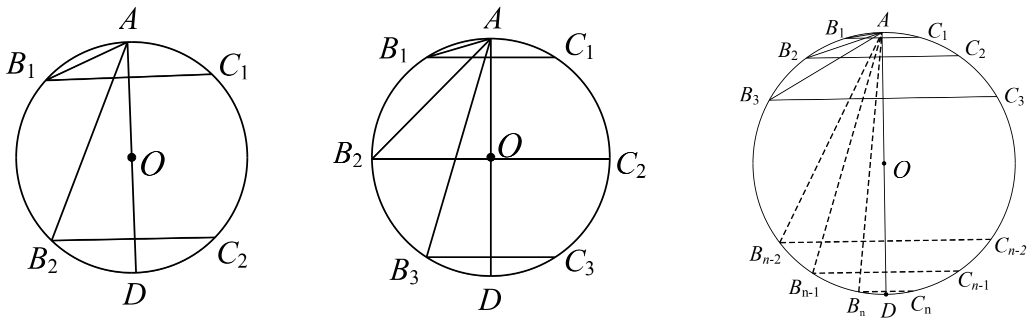
【解析】 直线 $AA'$ 与直线 $OO'$ 的交点坐标为 $(6,0)$，所以位似中心的坐标为 $(6,0)$．

16．ff80808149990d4b0149c1b131d93de2如图，*AD*是⊙*O*的直径．

(1)如图1，垂直于$AD$的两条弦$B_1C_1$，$B_2C_2$把圆周4等分，则$\angle B_1$的度数是______，$\angle B_2$的度数是____；

(2)如图2，垂直于$AD$的三条弦$B_1C_1$，$B_2C_2$，$B_3C_3$把圆周6等分，则$\angle B_3$的度数是______；

(3)如图3，垂直于$AD$的$n$条弦$B_1C_1$，$B_2C_2$，$B_3$ $C_3$，…，$B_nC_n$把圆周$2n$等分，则$\angle B_n$的度数是______（用含$n$的代数式表示$\angle B_n$的度数）.




三、解答题（本题共43分）

17.计算：（1）$(\sqrt{3}-1)^0-2\cos 30°-(\frac{1}{8})^{-1}+\sqrt{12}$.

【答案】$-7+\sqrt{3}$

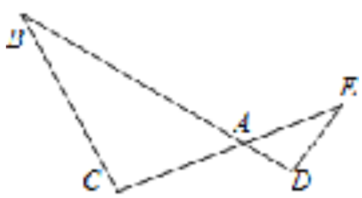
【解析】原式$=1-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-8+2\sqrt{3}=-7+\sqrt{3}$.

（2）$\sin^2 15°+\cos^2 15°-\cos 60°\tan 60°+\frac{1}{\sin 60°-1}$.

【答案】$2+\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】原式$=1-\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}+\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2}{\sqrt{3}-1}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}+1=2+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

18．已知：如图，$AB\cdot AD=AC\cdot AE$，求证：$\triangle ABC \backsim \triangle AED$.



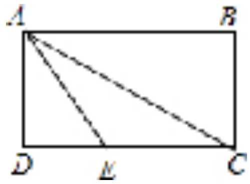

【解析】$\because AB\cdot AD=AC\cdot AE$，

$\therefore \dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AC}{AD}$，

又$\because \angle BAC=\angle EAD$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$．

19．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=6$，$\angle BAC=30°$，点$E$在$CD$边上．



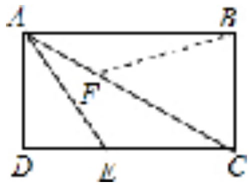
（1）若$AE=4$，求梯形$ABCE$的面积．

（2）若点$F$在$AC$上，且$\angle BFA=\angle CEA$，求$\dfrac{BF}{AE}$的值．

【解析】$\because$矩形$ABCD$，

$\therefore \angle ABC=\angle D=90°$，$AD=BC$，$CD=AB=6$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB=6$，$\angle BAC=30°$，$BC=AB\tan\angle BAC=2\sqrt{3}$，



（1）在$\mathrm{Rt}\triangle ADE$中，$AE=4$，$AD=BC=2\sqrt{3}$，

$\therefore DE=\sqrt{AE^2-AD^2}=2$，

$\therefore EC=6-2=4$，

$\therefore$梯形$ABCE$的面积$S=\dfrac{1}{2}(EC+AB)\cdot BC=\dfrac{1}{2}(4+6)\times 2\sqrt{3}=10\sqrt{3}$．

（2）在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB=6$，$\angle BAC=30°$，

$\therefore AC=AB\div\cos 30°=4\sqrt{3}$，

在矩形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，

$\therefore \angle BAC=\angle ACD$，

$\because \angle BFA=\angle CEA$，

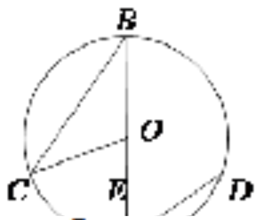
$\therefore \triangle ABF\backsim \triangle CAE$，

$\therefore \dfrac{BF}{AE}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{6}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

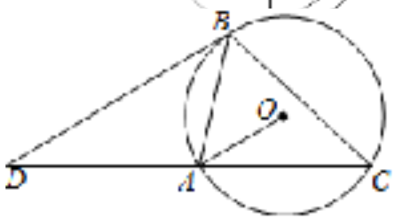
20．8aac49074e023206014e35439c913dcf如图，$AB$是⊙$O$的直径，$CD$是⊙$O$的一条弦，且$CD\perp AB$于点$E$．

（1）求证：$\angle BCO=\angle D$；

（2）若$CD=4\sqrt{2}$，$AE=2$，求⊙$O$的半径．



21．已知：如图，$AB$是⊙$O$的弦，$\angle OAB=45°$，$C$是优弧



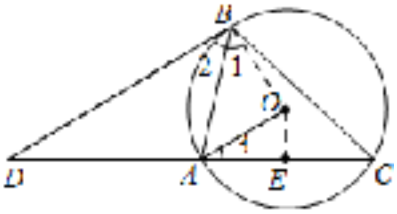
$AB$ 上一点，$BD \parallel OA$，交 $CA$ 延长线于点 $D$，连结 $BC$.

（1）求证：$BD$ 是⊙$O$ 的切线.

（2）若 $AC = 4\sqrt{3}$，$\angle CAB = 75^\circ$，求⊙$O$ 的半径.

【答案】（1）证明见解析．（2）$4$.

【解析】（1）证明：连结 $OB$，如图1.




$\because OA = OB$，$\angle OAB = 45^\circ$，

$\therefore \angle 1 = \angle OAB = 45^\circ$，

$\because AO \parallel DB$，

$\therefore \angle 2 = \angle OAB = 45^\circ$，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$，

$\therefore BD \perp OB$ 于 $B$，

$\therefore$ 又点 $B$ 在⊙$O$ 上，

$\therefore BD$ 是⊙$O$ 的切线.

（2）解：作 $OE \perp AC$ 于点 $E$.

$\because OE \perp AC$，$AC = 4\sqrt{3}$，

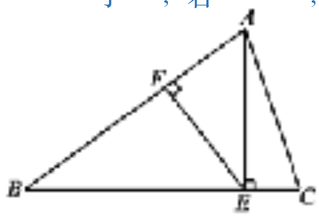
$\therefore AE = \dfrac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$，

$\because \angle BAC = 75^\circ$，$\angle OAB = 45^\circ$，

$\therefore \angle 3 = \angle BAC - \angle OAB = 30^\circ$，

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle OAE$ 中，$OA = \dfrac{AE}{\cos 30^\circ} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4$.

22．已知：如图，等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB = BC$，$AE \perp BC$ 于 $E$，$EF \perp AB$ 于 $F$，若 $CE = 2$，$\cos\angle AEF = \dfrac{4}{5}$．求 $EF$ 的长.



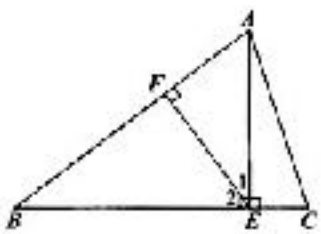

【答案】$\dfrac{24}{5}$

【解析】$\because AE \perp BC$，$EF \perp AB$，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$，$\angle B + \angle 2 = 90^\circ$，

$\therefore \angle 1 = \angle B$，

$\because \cos\angle AEF = \dfrac{4}{5}$，



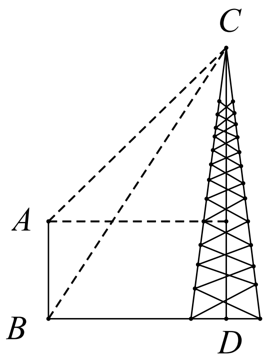

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\cos B = \dfrac{BE}{AB} = \dfrac{4}{5}$，

设 $BE=4k$，则 $AB=BC=5k$，$EC=BC-BE=k=2$，

$\therefore BE=8$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BEF$ 中，$EF=BE\cdot\sin B=8\times\frac{3}{5}=\frac{24}{5}$．

23.已知：如图，瞭望台 $AB$ 高 $20$ 米，瞭望台底部 $B$ 测得对面塔顶 $C$ 的仰角为 $60^\circ$，从瞭望台顶 $A$ 测得 $C$ 的仰角为 $45^\circ$，已知瞭望台与塔 $CD$ 地势高低相同，求塔 $CD$ 的高．




【答案】$30+10\sqrt{3}$ 米

【解析】设塔高 $CD$ 为 $x$，则 $BD=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

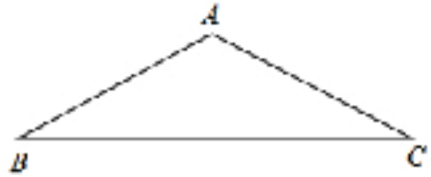
由 $BD\cdot\tan 60^\circ-BD\cdot\tan 45^\circ=AB$，$BD=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 代入，

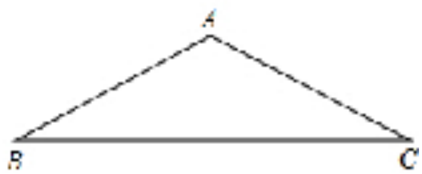
得：$x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=20$，解得：$x=30+10\sqrt{3}$．

答：塔高 $CD$ 为（$30+10\sqrt{3}$）米．

四、解答题（共13分）

24.如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=\angle C=30^\circ$．请你设计两种不同的分法，将 $\triangle ABC$ 分割成四个小三角形，使得其中两个是全等三角形，而另外两个是相似但不全等的直角三角形．请画出分割线段，并在两个全等三角形中标出一对相等的内角的度数（画图工具不限，不要求证明，不要求写出画法）．




【答案】

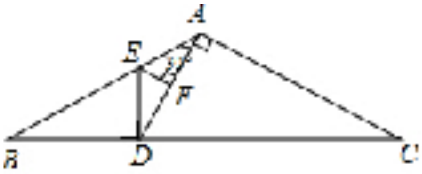



图1

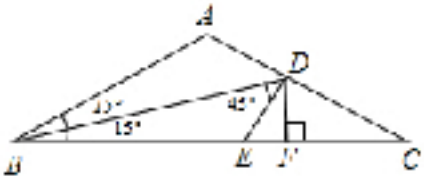



图2

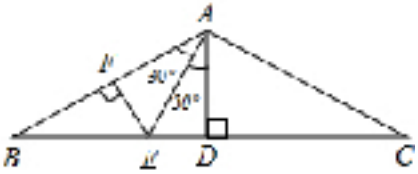



图3

25. 8aac4907519fa10a0151a4976b420eac类比、转化、从特殊到一般等思想方法，在数学学习和研究中经常用到，如下是一个案例，请补充完整.

原题：如图1，在▱ABCD中，点E是BC边上的中点，点F是线段AE上一点，BF的延长线交射线CD于点G，若 $\frac{AF}{EF}=3$ ，求 $\frac{CD}{CG}$ 的值.

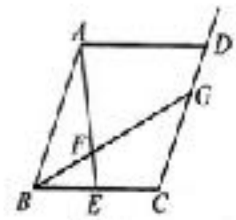



图1

（1）尝试探究

在图1中，过点E作 $EH\parallel AB$ 交BG于点H，则AB和EH的数量关系是，CG和EH的数量关系是， $\frac{CD}{CG}$ 的值是

（2）类比延伸

如图2，在原题的条件下，若 $\frac{AF}{EF}=m$ （$m$ ＞0），则 $\frac{CD}{CG}$ 的值是（用含$m$的代数式表示），试写出解答过程.

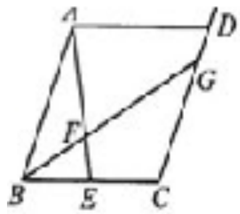



图2

**（3）拓展迁移**

如图3，梯形ABCD中，DC∥AB，点E是BC延长线上一点，AE和BD相交于点F，若$\frac{AB}{CD}=a,\frac{BC}{BE}=b(a>0,b>0)$，则$\frac{AF}{EF}$的值是（用含$a,b$的代数式表示）.

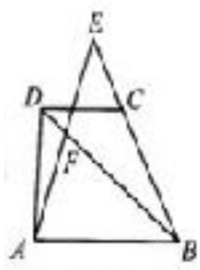


图3