北京156中学2015—2016学年度第一学期

九年级数学期中测试

一、选择题：（共10小题，每小题4分，共40分）

1．已知$3x=5y$ （$y\neq 0$），那么下列比例式中正确的是(　)．

A．$\frac{x}{5}=\frac{y}{3}$　　B．$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$　　C．$\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$　　D．$\frac{x}{5}=\frac{3}{y}$

【答案】A

【解析】$\because 3x=5y$，$\therefore \frac{x}{5}=\frac{y}{3}$．

2．将抛物线$y=2x^2$平移得到抛物线$y=2(x-2)^2+3$，下列平移正确的是（　 ）．

A．先向左平移2个单位，再向上平移3个单位

B．先向左平移2个单位，再向下平移3个单位

C．先向右平移2个单位，再向下平移3个单位

D．先向右平移2个单位，再向上平移3个单位

【答案】D

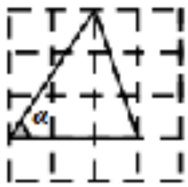
【解析】将抛物线$y=2x^2$先向右平移2个单位得到$y=2(x-2)^2$，再向上平移3个单位即可得到$y=2(x-2)^2+3$．

3．5ce4cd92f8fd40f9bf2f2e04b7569de7在同一时刻，身高1．6米的小强在阳光下的影长为0．8米，一棵大树的影长为4．8米，

则树的高度为（ ）．

A． 10米　　B．9．6米　　C．6．4米　　D．4．8米

4．如右图，在4×4的正方形网格中，$\tan\alpha$的值等于（ ）．



A．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B．$\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】$\tan\alpha=\frac{3}{2}$．

5．在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，已知$\cos B=\dfrac{7}{25}$，则$\tan B$的值为（　）．

A．$\dfrac{7}{24}$　　B．$\dfrac{24}{25}$　　C．$\dfrac{25}{24}$　　D．$\dfrac{24}{7}$

【答案】A

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{24}{25}$，$\therefore$ $\tan B=\dfrac{\sin B}{\cos B}=\dfrac{7}{24}$．

【解析】

6．抛物线$y=(x+1)(x-3)$的对称轴是直线（　）．

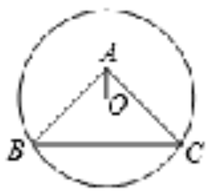
A．$x=-1$　　B．$x=1$　　C．$x=-3$　　D．$x=3$

【答案】B

【解析】$y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

$\therefore$抛物线的对称轴是$x=1$．

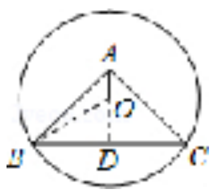
7．如图，$\odot O$过点B、C，圆心O在等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$的内部，$\angle BAC=90^\circ$，$OA=1$，$BC=6$．则$\odot O$的半径为（　）



A．6　　B．13　　C．$\sqrt{13}$　　D．$2\sqrt{13}$

【答案】C

【解析】过O作$OD\perp BC$，



$\because$ BC是$\odot O$的一条弦，且$BC=6$，

$\therefore$ $BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\times 6=3$，

$\therefore$ OD垂直平分BC，又$AB=AC$，

$\therefore$点A在BC的垂直平分线上，即A，O及D三点共线，

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ABC = 45^\circ$，

$\therefore \triangle ABD$ 也是等腰直角三角形，

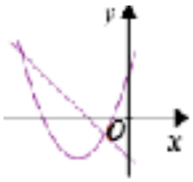
$\therefore AD = BD = 3$，

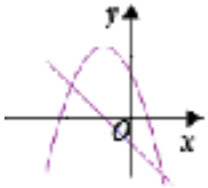
$\because OA = 1$，

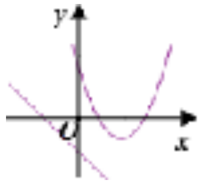
$\therefore OD = AD - OA = 3 - 1 = 2$，

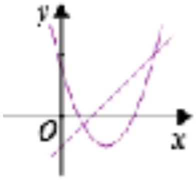
在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中，$OB = \sqrt{BD^2 + OD^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

8．在同一直角坐标系中，函数 $y = mx + m$ 和函数 $y = -mx^2 + 2x + \dfrac{3}{2}$ （m 是常数，且 $m \neq 0$）的图象可能是（　）．

A．

B．

C．

D．

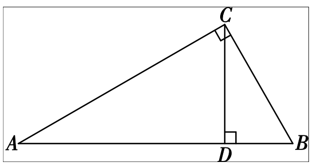
【答案】D

【解析】根据一次函数和二次函数的图象与系数的关系，分两种情况讨论：

当 $m > 0$ 时，函数 $y = mx + m$ 的图象经过一、二、三象限，函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 的图象开口向下，所给选项中没有满足条件的选项；

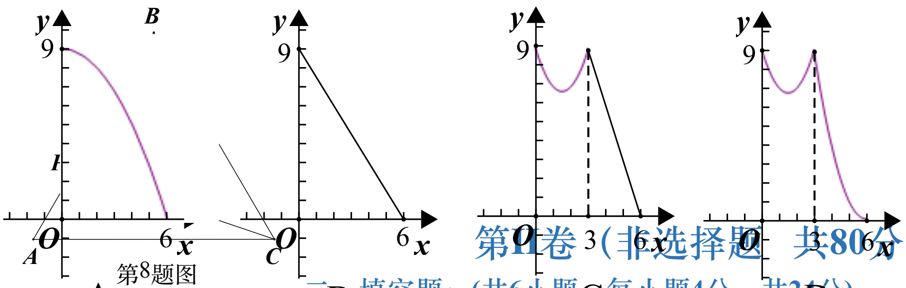
当 $m < 0$ 时，函数 $y = mx + m$ 的图象经过二、三、四象限，函数 $y = -mx^2 + 2x + 2$ 的图象开口向上，且对称轴 < 0，即二次函数图象的对称轴在 y 轴左侧，所给选项中满足条件的是选项D．

9．8aac50a74e724b3f014e9f6a3535217a如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB = 90^\circ$，AC=12，BC=5，$CD \perp AB$于点D，那么 $\sin\angle BCD$ 的值是(　)



A． $\frac{5}{12}$　　B． $\frac{5}{13}$　　C． $\frac{12}{13}$　D． $\frac{12}{5}$

10． d710112e24ff4d4989fbb4bd99895dda如图，正△ABC的边长为3cm，动点P从点A出发，以每秒1cm的速度，沿$A\to B\to C$的方向运动，到达点C时停止，设运动时间为x（秒），$y=PC^2$，则y关于x的函数的图象大致为（　　）．



A.　　B.　　C.　　D.

第II卷（非选择题　共80分）

二、填空题：（共6小题，每小题4分，共24分）

11．函数 $y=x^2+2x-3(-2\le x\le 2)$ 的最小值为_________，最大值为__________．

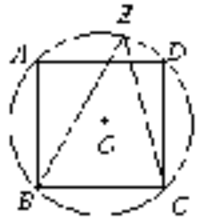
【答案】-4，5

【解析】$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，

$\therefore$当 $x=-1$ 时，$y_{\min}=-4$；

当 $x=2$ 时，$y_{\max}=5$．

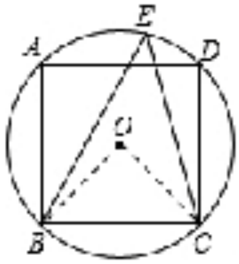
12．如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙ O，点 E 在 $\overset{\frown}{AD}$ 上，则 $\angle BEC=$__________．



【答案】45°

【解析】连接 OB、OC，

则 $\angle E=\frac{1}{2}\angle BOC$，

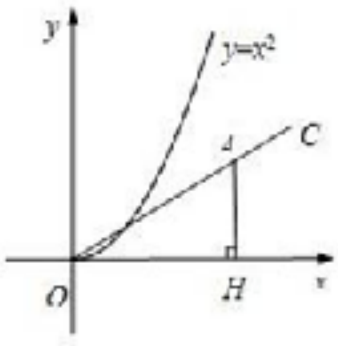


$\because O$ 是正方形外接圆的圆心，

$\therefore \angle BOC=90^\circ$，

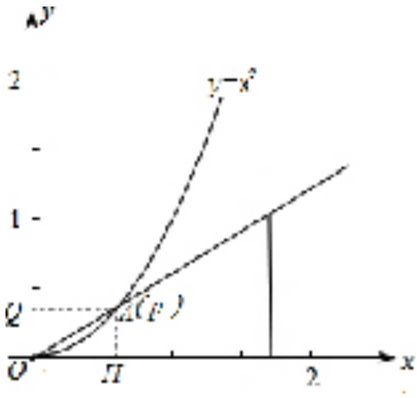
$\therefore \angle BEC=\frac{1}{2}\angle BOC=45^\circ$．

13．如图，在第一象限内作射线OC，与x轴的夹角为$30°$，在射线OC上取一点A，过点A作$AH\perp x$轴于点H．在抛物线$y=x^2$（$x>0$）上取点P，在y轴上取点Q，使得以P，O，Q为顶点的三角形与$\triangle AOH$全等，则符合条件的点A的坐标是__________.



【答案】$(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{1}{3})$，$(3,\sqrt{3})$，$(2\sqrt{3},2)$，$(\frac{2}{3}\sqrt{3},\frac{2}{3})$

【解析】①当$\angle POQ=\angle OAH=60°$，若以$P$，$O$，$Q$为顶点的三角形与$\triangle AOH$全等，那么$A$、$P$重合；



由于$\angle AOH=30°$，所以直线OA：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

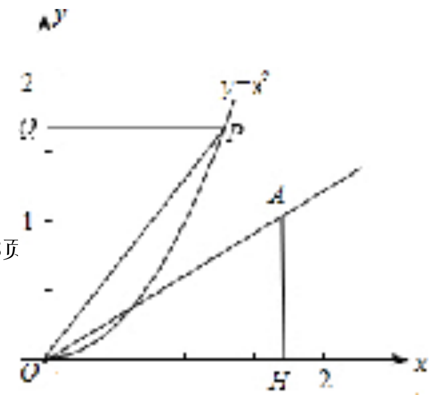
联立抛物线的解析式，得$\begin{cases}y=\frac{\sqrt{3}}{3}x\\y=x^2\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{3}\\y=\frac{1}{3}\end{cases}$，故$A(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{1}{3})$；

②当$\angle POQ=\angle AOH=30°$，此时$\triangle POQ\cong\triangle AOH$；

易知$\angle POH=60°$，则直线OP：$y=\sqrt{3}x$，

联立抛物线的解析式，得：$\begin{cases}y=\sqrt{3}x\\y=x^2\end{cases}$，

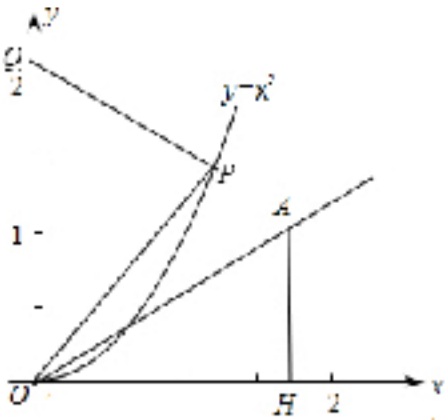


解得：$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=3 \end{cases}$；

故 $P(\sqrt{3},3)$，那么 $A(3,\sqrt{3})$；

③当 $\angle OPQ=90^\circ$，$\angle POQ=\angle AOH=30^\circ$ 时，此时 $\triangle POQ\cong\triangle AOH$；

易知 $\angle POH=60^\circ$，则直线 OP：$y=\sqrt{3}x$，



联立抛物线的解析式，得：$\begin{cases} y=\sqrt{3}x \\ y=x^2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=3 \end{cases}$；

故 $P(\sqrt{3},3)$，

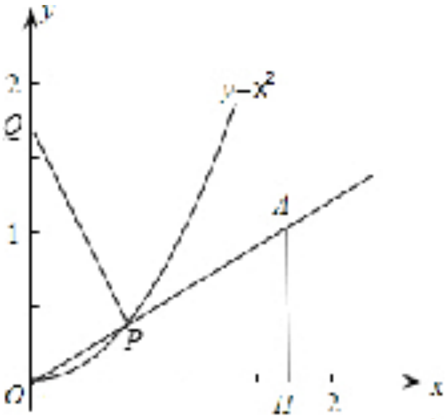
$\therefore OP=2\sqrt{3}$，$QP=2$，

$\therefore OH=OP=2\sqrt{3}$，$AH=QP=2$，

故 $A(2\sqrt{3},2)$；

④当 $\angle OPQ=90^\circ$，$\angle POQ=\angle OAH=60^\circ$，此时 $\triangle OQP\cong\triangle AOH$；

此时直线 OP：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，



联立抛物线的解析式，得：$\begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x \\ y=x^2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ y=\dfrac{1}{3} \end{cases}$；

$\therefore P(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{1}{3})$，

$\therefore QP=\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $OP=\frac{2}{3}$,

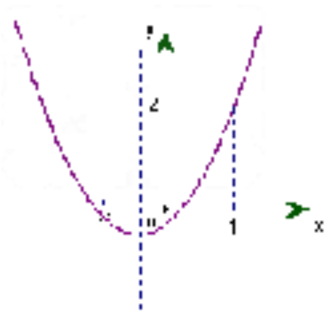
$\therefore OH=QP$, $QP=\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $AH=OP=\frac{2}{3}$,

故 $A(\frac{2}{3}\sqrt{3},\frac{2}{3})$.

综上可知：符合条件的点 A 有四个，且符合条件的点 A 的坐标是 $(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{1}{3})$ ， $(3,\sqrt{3})$ ， $(2\sqrt{3},2)$ ， $(\frac{2}{3}\sqrt{3},\frac{2}{3})$.

14． 8aac49074e023206014e062f025823f7将抛物线$y=x^2+1$绕原点旋转180°，则旋转后抛物线的解析式为________.

15．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列结论：



①$abc>0$ ；②$a+b+c=2$ ；③$a<\frac{1}{2}$ ；④$b>1$ ．其中正确的结论是___________.

【答案】②④

【解析】如图可知，开口方向朝上，$\therefore a>0$ ，

对称轴 $x=-\frac{b}{2a}<0$ ， $\therefore b>0$ ，

当 $x=0$ 时， $y=c<0$ ，

$\therefore abc<0$ ；

当 $x=1$ 时， $y=a+b+c=2$ ；

当 $x=-1$ 时， $y=a-b+c<0$ ，

$\therefore b>1$ ；

$\because -1 < -\frac{b}{2a}$，

$\therefore 0 < a < 2$．

故正确的是②④．

16．对于正整数 $B(m,n)$，定义 $F(n)=\begin{cases} n^2, & n<10 \\ f(n), & n \geq 10 \end{cases}$，其中 $f(n)$ 表示 n 的首位数字、末位数字的平方和．例如：$F(6)=6^2=36$，$F(123)=f(123)=1^2+3^2=10$．规定 $F_1(n)=F(n)$，$F_{k+1}(n)=F(F_k(n))$（k 为正整数）．例如：$F_1(123)=F(123)=10$，$F_2(123)=F(F_1(123))=F(10)=1$．

1.求：$F_2(4)=$ ____________，$F_{2015}(4)=$ ____________；

2.若 $F_{3m}(4)=89$，则正整数 m 的最小值是____________．

【答案】（1）37，26；（2）8

【解析】（1）$F(4)=16$，$F_2(4)=F(16)=37$，$F_3(4)=58$，$F_4(4)=89$，$F_5(4)=145$，$F_6(4)=26$，$F_7(4)=40$，$F_8(4)=16$，……

$\therefore$ 循环周期为 7，

$\therefore F_{2015}(4)=26$．

（2）若 $F_{3m}(4)=89$，则 $F_4(4)=89=F_{18}(4)$，

因此 $3m=18$，所以 $m=6$．

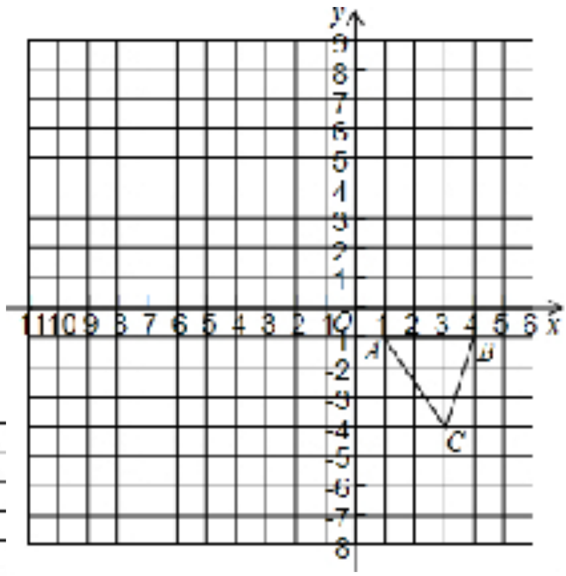
三、解答题：（第17-20题各5分，21--24题7分，25题8分共56分）

17．ff8080814d043e7e014d093360650f69计算：$\frac{\cos 60°}{\sin 30°}-\tan 45°+\sin^2 45°$

18．如图，$\triangle ABC$ 顶点的坐标分别为 $A(1,-1)$，$B(4,-1)$，$C(3,-4)$．

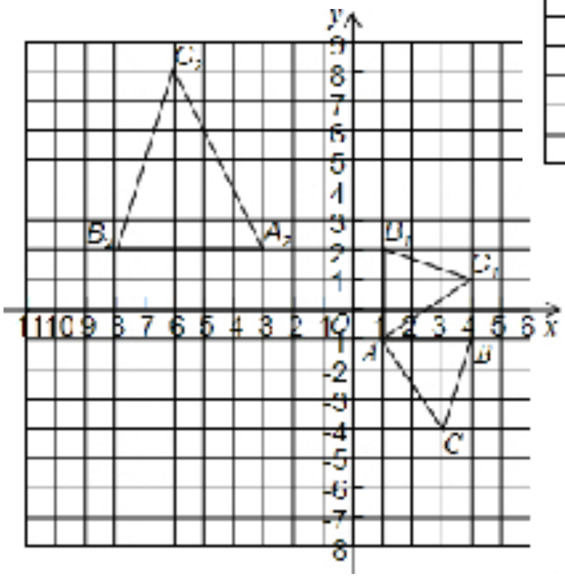
(1) 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 $90°$ 后，得到 $\triangle AB_1C_1$．在所给的直角坐标系中画出旋转后的 $\triangle AB_1C_1$，并直接写出点 B_1 的坐标：B_1（__________，__________）；

(2) 以坐标原点O为位似中心，在第二象限内再画一个放大的$\triangle A_2B_2C_2$，使得它与$\triangle ABC$的位似比等于$2:1$.



【答案】（1）如图所示$\triangle AB_1C_1$，$B_1(1,2)$.

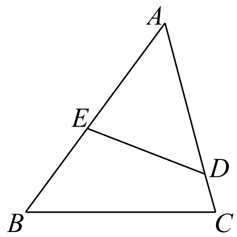
（2）如图所示$\triangle A_2B_2C_2$.



19．ff8080814a19e688014a335126753428已知：如图，在$\triangle ABC$中，D是AC上一点，E是AB上一点，且$\angle AED=\angle C$.

（1）求证：$\triangle AED\backsim\triangle ACB$；

（2）若AB=6，AD= 4，AC=5，求AE的长.



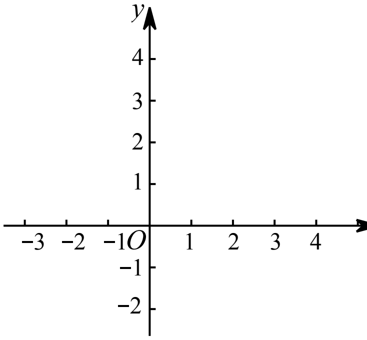
20．已知二次函数$y=x^2-2x-3$.

（1）用配方法将 $y=x^2-2x-3$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式．

（2）在所给的平面直角坐标系中，画出这个二次函数的图象．

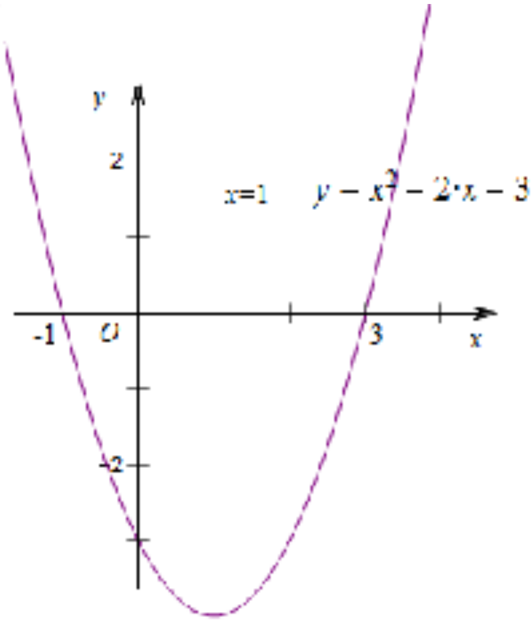
（3）当 x 取何值时，y 随 x 的增大而减少？

（4）当 $-2<x<3$ 时，观察图象直接写出函数 y 的取值范围．



【解析】（1）$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

（2）如图所示．



（3）由图可知，当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减少．

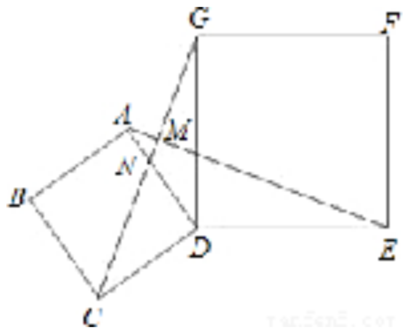
（4）$-4\le y<5$．

21．8aac50a74e724b3f014e9f0638ae1f9f如果关于x的函数 $y=ax^2+(a+2)x+a+1$ 的图象与x轴只有一个公共点，

求实数a的值．

22．如图，四边形 $ABCD$ 、$DEFG$ 都是正方形，连接 AE 、CG ，AE 与 CG 相交于点

M，CG 与 AD 相交于点 N．求证：$AN \cdot DN = CN \cdot MN$．



【解析】∵四边形 $ABCD$ 和四边形 $DEFG$ 都是正方形，

∴ $AD = CD$，$DE = DG$，$\angle ADC = \angle EDG = 90^\circ$，

∵ $\angle ADE = 90^\circ + \angle ADG$，$\angle CDG = 90^\circ + \angle ADG$，

∴ $\angle ADE = \angle CDG$，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDG$ 中

∵ $\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDG \\ DE = DG \end{cases}$，

∴ $\triangle ADE \cong \triangle CDG$，

∴ $\angle DAE = \angle DCG$，

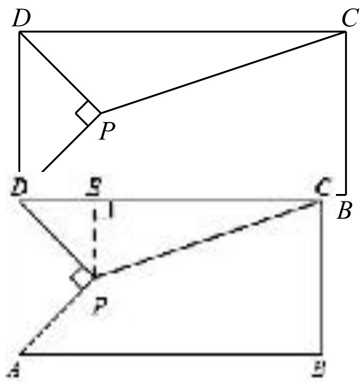
又∵ $\angle ANM = \angle CND$，

∴ $\triangle AMN \backsim CDN$，

∴ $\dfrac{AN}{CN} = \dfrac{MN}{DN}$，

即 $AN \cdot DN = CN \cdot MN$．

23．如图，矩形 $ABCD$ 中，AP 平分 $\angle DAB$，且 $AP \perp DP$ 于点 P，联结 CP，如果 $AB = 8$，$AD = 4$，求 $\sin \angle DCP$ 的值．



【答案】$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

【解析】过点 P 作 $PE \perp CD$ 于点 E，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $CD = AB = 8$，$\angle DAB = \angle ADC = 90^\circ$，

∵ AP 是 $\angle DAB$ 的角平分线，

∴ $\angle DAP = \dfrac{1}{2}\angle DAB = 45^\circ$，

∵ $DP \perp AP$，

∴ $\angle APD = 90^\circ$，

∴ $\angle ADP = 45^\circ$，

$\therefore \angle CDP = 45°$.

在 Rt$\triangle APD$ 中， $AD = 4$ ，

$\therefore DP = AD \cdot \sin\angle DAP = 2\sqrt{2}$.

在 Rt$\triangle DEP$ 中， $\angle DEP$=90° ，

$\therefore PE = DP \cdot \sin\angle CDP = 2$ ， $DE = DP \cdot \cos\angle CDP = 2$.

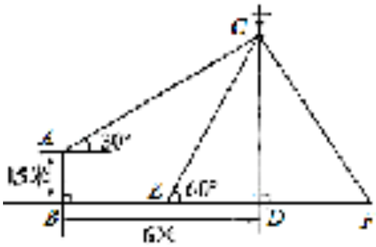
$\therefore CE = CD - DE = 6$.

在 Rt$\triangle DEP$ 中， $\angle CEP = 90°$ ， $PC = \sqrt{CE^2 + PE^2} = 2\sqrt{10}$.

$\therefore \sin\angle DCP = \dfrac{PE}{PC} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

24． ff80808149990d0a0149e7523f012ebe如图，在电线杆CD上的C处引拉线CE、CF固定电线杆，拉线CE和地面所成的角∠CED=60°，在离电线杆6米的B处安置高为1．5米的测角仪AB，在A处测得

电线杆上C处的仰角为30°，求拉线CE的长(结果保留根号)．



25． ff8080814a3c3a36014a3cf18c8102eb如图1，平面直角坐标系 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 中，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于A、B两点，点C是AB的中点，$CD \perp AB$且$CD=AB$．直线BE与 y 轴平行，点F是射线BE上的一个动点，连接AD、AF、DF．

（1）若点F的坐标为（$\frac{9}{2}$ ， 1）， $AF=\sqrt{17}$.

①求此抛物线的解析式；

②点P是此抛物线上一个动点，点Q在此抛物线的对称轴上，以点A、F、P、Q为顶点构成的四边形是平行四边形，请直接写出点Q的坐标；

（2）若 $2b+c=-2$， $b=-2-t$，且AB的长为 kt，其中 $t>0$．如图2，当$\angle DAF=45°$时，求 k 的值和$\angle DFA$的正切值．

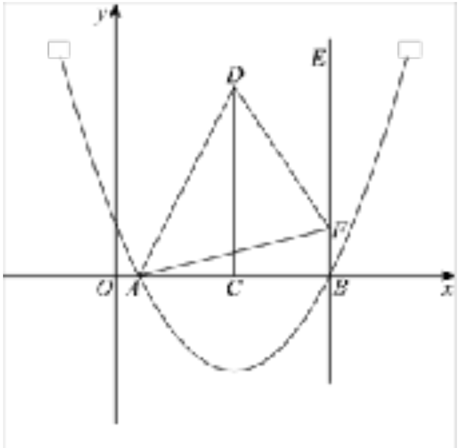


图 1

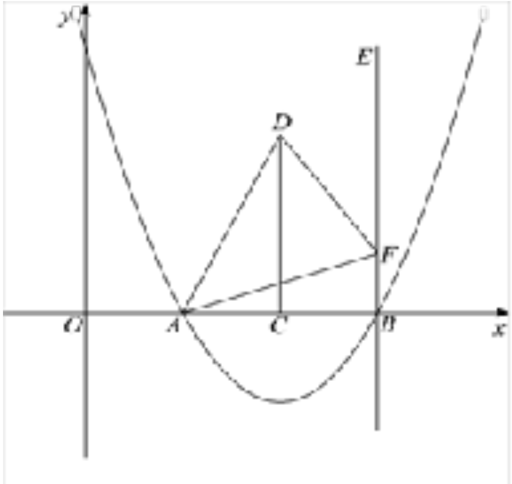


图 2