

(重题：9) 北京市第七中学2015~2016学年度第一学期期中检测试卷
九年级数学2015年11月

试卷满分：120分 考试时间：120分钟

一、选择题(本题共30分，每小题3分)

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 ().
A. (1, 2) B. (1, -2) C. (-1, 2) D. (-1, -2)

【解答】解： $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标为 (1, 2).
故选A.

2. 二次函数 $y = -(x-3)^2 + 1$ 的最大值为 ().
A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

【解答】解： \because 二次函数 $y = -(x-3)^2 + 1$ 是顶点式，
 \therefore 顶点坐标为 (3, 1)，函数的最大值为1，
故选：A.

3. 将抛物线 $y = 2x^2$ 向右平移1个单位，再向上平移3个单位，得到的抛物线是 ().
A. $y = 2(x+1)^2 + 3$ B. $y = 2(x-1)^2 + 3$ C. $y = 2(x+1)^2 - 3$ D. $y = 2(x-1)^2 - 3$

【解答】解：由题意得原抛物线的顶点为 (0, 0)，
 \therefore 平移后抛物线的顶点为 (1, 3)，
 \therefore 新抛物线解析式为 $y = 2(x-1)^2 + 3$ ，
故选：B.

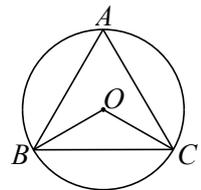
4. 已知 $\odot O$ 的半径是4， $OP = 3$ ，则点P与 $\odot O$ 的位置关系是 ().
A. 点P在圆内 B. 点P在圆上 C. 点P在圆外 D. 不能确定

【解答】解： $\because OP = 3 < 4$ ，故点P与 $\odot O$ 的位置关系是点在圆内.
故选A.

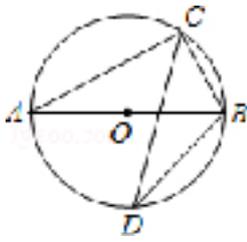
5. 8aac49074e724b45014e74b752320c4b

如图，等边三角形ABC内接于 $\odot O$ ，那么 $\angle BOC$ 的度数是 ()

- A. 150° B. 120° C. 90° D. 60°



6. 如图，AB是 $\odot O$ 的直径，C、D是圆上两点， $\angle CBA = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为 ().



A. 10° B. 20° C. 70° D. 90°

【解答】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CBA = 70^\circ$ ，
 $\therefore \angle D = \angle A = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 。

故选B。

7. [8aac50a74e724b3f014e81e87270399c](#)

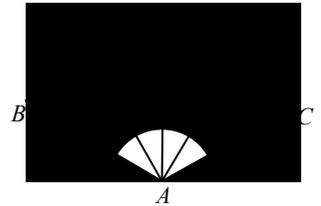
如图，扇形折扇完全打开后，如果张开的角度 ($\angle BAC$) 为 120° ，骨柄 AB 的长为 30cm ，扇面的宽度 BD 的长为 20cm ，那么这把折扇的扇面面积为()

A. $\frac{400}{3}\text{cm}^2$

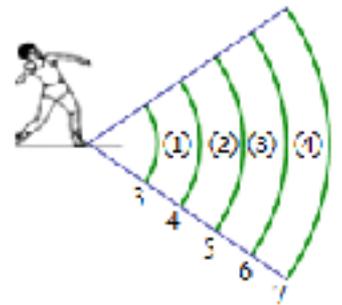
B. $\frac{500}{3}\text{cm}^2$

C. $\frac{800}{3}\text{cm}^2$

D. 300cm^2



8. 如图所示，体育课上，小丽的铅球成绩为 6.4m ，她投出的铅球落在()。



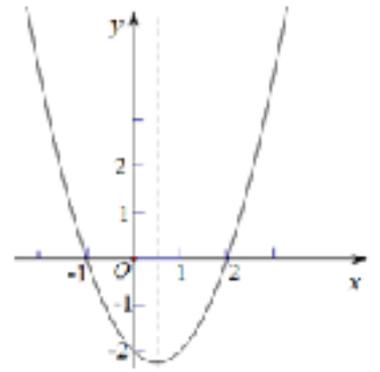
A. 区域① B. 区域②

C. 区域③ D. 区域④

解：解：∵ $6 < 6.4 < 7$ ，
 \therefore 她投出的铅球落在区域④；
 故选：D。

9. [8aac49074e4e5107014e65f6b6c1441a](#)

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则下列结论中错误的是()

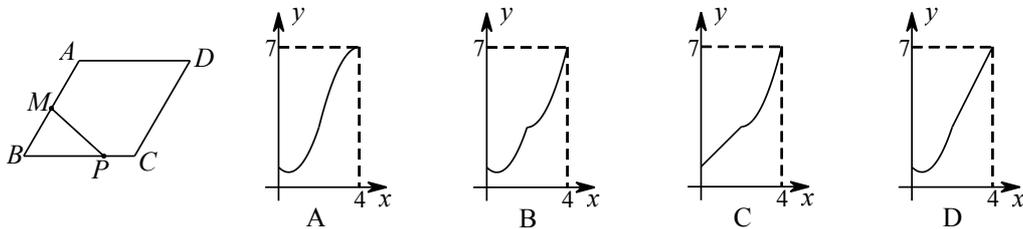


- A. 函数有最小值
- B. 当 $-1 < x < 2$ 时, $y > 0$
- C. $a + b + c < 0$
- D. 当 $x < \frac{1}{2}$, y 随 x 的增大而减小

10. [8aac49074e724b45014e74fdf0850c8f](#)

如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle B=60^\circ$, M 为 AB 的中点. 动点 P 在菱形的边上从点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向运动, 到达点 D 时停止. 连接 MP , 设点 P 运动的路程为 x ,

$MP^2 = y$, 则表示 y 与 x 的函数关系的图象大致为 ()



二、填空题 (本题共22分, 每空2分)

11. 如果抛物线 $y = (m-1)x^2$ 的开口向上, 那么 m 的取值范围是_____.

解: 因为抛物线 $y = (m-1)x^2$ 的开口向上,
所以 $m-1 > 0$, 即 $m > 1$, 故 m 的取值范围是 $m > 1$.

12. 请写出一个开口向下, 并且与 y 轴交于点 $(0, -2)$ 的抛物线的表达式_____.

解: 根据题意得: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一),
故答案为: $y = -x^2 - 2x - 2$ (答案不唯一)

13. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + m - 1$ 的图象经过原点, 那么 m 的值是_____.

解：∵关于 x 的一次函数 $y = x^2 - 4x + m - 1$ 的图象经过原点，

∴点 $(0, 0)$ 满足一次函数的解析式 $y = x^2 - 4x + m - 1$ ，

∴ $0 = m - 1$ ，

解得， $m = 1$ 。

故答案是：1。

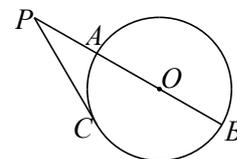
14. 8aac49074e4e5107014e660b1d6c44af

如果圆锥的母线长为5cm，底面半径为2cm，那么这个圆锥的侧面积是_____ cm^2 。

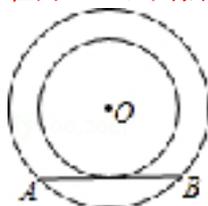
15. 8aac49074e724b45014e750c49c40cb1

如图，点 P 是 $\odot O$ 的直径 BA 的延长线上一点， PC 切 $\odot O$ 于点 C ，若

$\angle P = 30^\circ$ ， $PB = 6$ ，则 PC 等于_____。

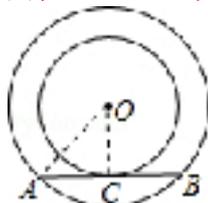


16. 如图，以 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 是小圆的切线。若大圆半径为 10cm ，小圆半径为 6cm ，则弦 AB 的长为_____ cm 。



【解答】解：设切点是 C ，连接 OA ， OC 。

则在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中， $AC = \sqrt{100 - 36} = 8\text{cm}$ ，所以 $AB = 16\text{cm}$ 。



17. 如图， PA 、 PB 切 $\odot O$ 于 A 、 B 两点，若 $\angle APB = 60^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 3 ，则阴影部分的面积为_____。



【解答】解：连接 OA ， OB ， OP 。



根据切线长定理得 $\angle APO = 30^\circ$,

$$\therefore OP = 2OA = 6, \quad AP = OP \cdot \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}, \quad \angle AOP = 60^\circ .$$

$$\therefore \text{四边形的面积} = 2S_{\triangle AOP} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} ; \quad \text{扇形的面积是} \frac{120 \times \pi}{360} = \pi$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积是} 9\sqrt{3} - 3\pi .$$

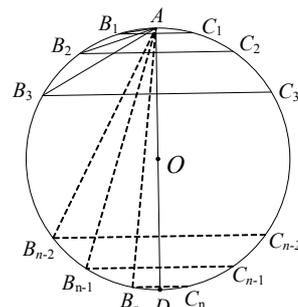
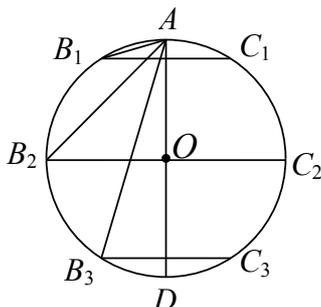
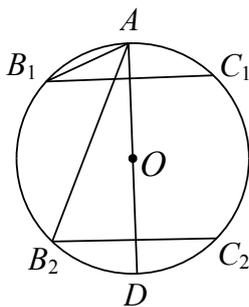
18. ff80808149990d4b0149c1b131d93de2

如图, AD 是 $\odot O$ 的直径.

(1)如图1, 垂直于 AD 的两条弦 B_1C_1, B_2C_2 把圆周4等分, 则 $\angle B_1$ 的度数是_____, $\angle B_2$ 的度数是_____;

(2)如图2, 垂直于 AD 的三条弦 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 把圆周6等分, 则 $\angle B_3$ 的度数是_____;

(3)如图3, 垂直于 AD 的 n 条弦 $B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3, \dots, B_nC_n$ 把圆周 $2n$ 等分, 则 $\angle B_n$ 的度数是 (用含 n 的代数式表示 $\angle B_n$ 的度数) .



三、解答题 (本题共22分, 每小题5分, 20题7分)

19. 已知二次函数的图象经过点 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$. 求这个函数的解析式.

【解答】解: 设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ,

\therefore 二次函数的图象经过 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$ 三点,

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

解得:

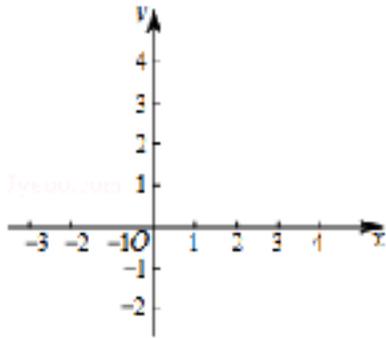
$$\text{则该二次函数的解析式是: } y = x^2 - 2x - 3 .$$

20. (7分) (2015秋·北京校级期中) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$.

(1) 把这个二次函数化成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式;

(2) 写出二次函数的对称轴和顶点坐标;

- (3) 求二次函数与 x 轴的交点坐标；
 (4) 画出这个二次函数的图象；
 (5) 观察图象并写出 y 随 x 增大而减小时自变量 x 的取值范围。
 (6) 观察图象并写出当 x 为何值时， $y > 0$ 。

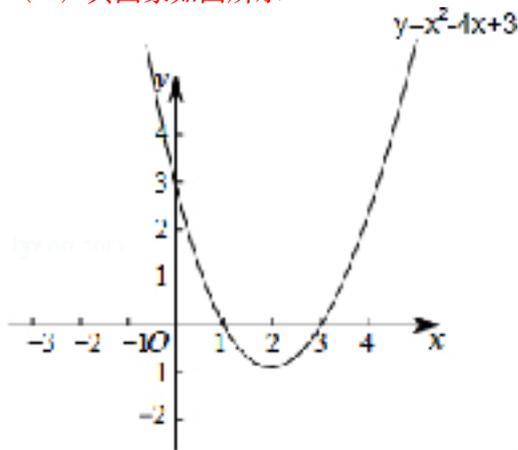


【解答】解：(1) $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ ，则该抛物线解析式是 $y = (x - 2)^2 - 1$ ；

(2) 由(1)知，该抛物线解析式为： $y = (x - 2)^2 - 1$ ，
 所以对称轴是直线 $x = 2$ ，顶点坐标为 $(2, -1)$ 。

(3) \because 二次函数 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$ ，
 \therefore 二次函数与 x 轴的交点坐标分别是： $(1, 0)$ ， $(3, 0)$ 。

(4) 其图象如图所示：

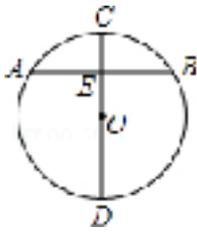


(5) 由图象知，当 y 随 x 增大而减小时 $x \leq 2$ ；

(6) 由图象知，当 $x < 1$ 或 $x > 3$ 时， $y > 0$ 。

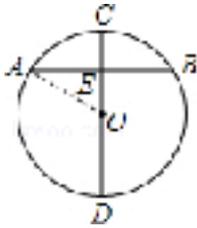
21. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦， CD 是 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ ，垂足为 E 。 $CE = 1$ ， $ED = 3$ ，

- (1) 求 $\odot O$ 的半径；
 (2) 求 AB 的长。



【解答】解：(1) $\because CE=1, ED=3,$
 $\therefore CD=CE+DE=4,$
 $\therefore \odot O$ 的半径为 2；

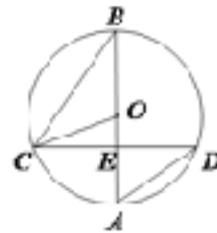
(2) \because 直径 $CD \perp AB,$
 $\therefore AB=2AE, \angle OEA=90^\circ,$
 连接 $OA,$ 则 $OA=OC=2, OE=OC-CE=2-1=1,$
 在 $\text{Rt}\triangle OEA$ 中, 由勾股定理得: $AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3},$
 $\therefore AB=2AE=2\sqrt{3}.$



22. 8aac49074e023206014e35439c913dcf

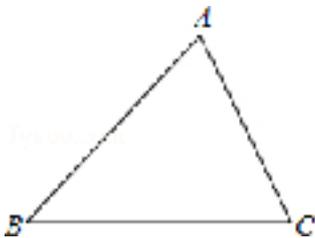
如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的一条弦, 且 $CD \perp AB$ 于点 $E.$

- (1) 求证: $\angle BCO = \angle D;$
- (2) 若 $CD = 4\sqrt{2}, AE = 2,$ 求 $\odot O$ 的半径.

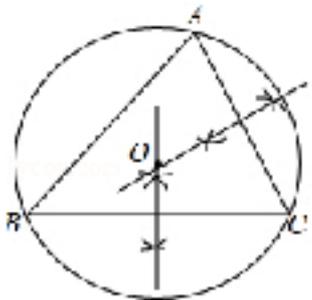


四、解答题 (本题共 24 分, 每小题 6 分)

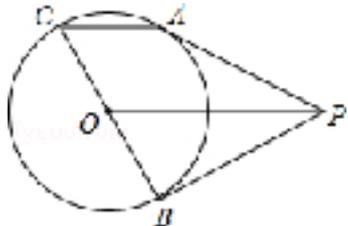
23. 尺规作图题: 作 $\triangle ABC$ 的外接圆. (保留作图痕迹, 不写画法)



【解答】解: 如图所示:



24. 已知, 如图, 点 P 在 $\odot O$ 外, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线, A 、 B 为切点, BC 是直径, 连接 CA .
 求证: $CA \parallel OP$.



【解答】证明: 连接 AB 交 OP 于 F , 连接 AO .

$\because PA, PB$ 是圆的切线,

$\therefore PA = PB$,

$\therefore OA = OB$,

$\therefore PO$ 垂直平分 AB .

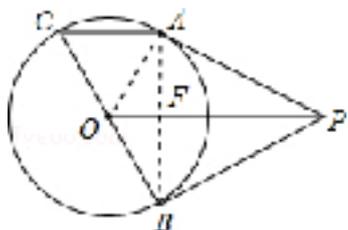
$\therefore \angle OFB = 90^\circ$.

$\because BC$ 是直径,

$\therefore \angle CAB = 90^\circ$.

$\therefore \angle CAB = \angle OFB$.

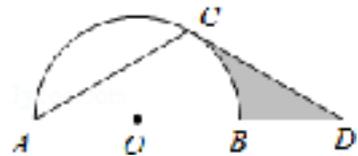
$\therefore AC \parallel OP$.



25. 如图, 点 D 在 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AC = CD$, $\angle ACD = 120^\circ$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求图中阴影部分的面积.



【解答】(1) 证明: 连接 OC .

$\because AC = CD$, $\angle ACD = 120^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle D = 30^\circ$.

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle 2 = \angle A = 30^\circ$.

$\therefore \angle OCD = 180^\circ - \angle A - \angle D - \angle 2 = 90^\circ$. 即 $OC \perp CD$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 2\angle A = 60^\circ$.

$$\therefore S_{\text{扇}BOC} = \frac{60 \times \pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

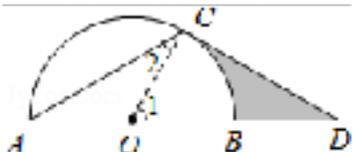
在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中,

$$\frac{CD}{OC} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \times CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积为: } 2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

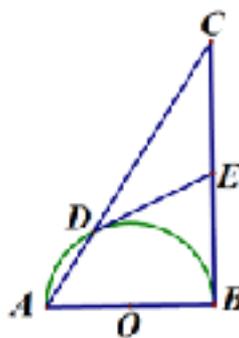


26. ff80808149990d5e0149c5f132915835

26.如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 切 $\odot O$ 于点 B ,

AC 交 $\odot O$ 于点 D , E 为 BC 中点.

求证: DE 为 $\odot O$ 的切线.



五、解答题 (本题共22分, 每小题7分, 29题8分)

27. 已知: 二次函数 $y = mx^2 - (m+1)x + 1$.

(1) 求证: 该抛物线与 x 轴总有交点;

(2) 若 m 为整数, 当一元二次方程 $mx^2 - (m+1)x + 1 = 0$ 的根都是整数时, 求 m 的值.

【解答】 (1) 证明: $\Delta = (m-1)^2 - 4m = (m-1)^2$,

$$\therefore (m-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta \geq 0,$$

\therefore 该抛物线与 x 轴总有交点;

$$(2) \text{ 解: } \therefore x = \frac{m+1 \pm |m-1|}{2m},$$

$$\therefore x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{m},$$

当 m 为整数 1 或 -1 时, x_2 为整数, 该方程的两个实数根都是整数,

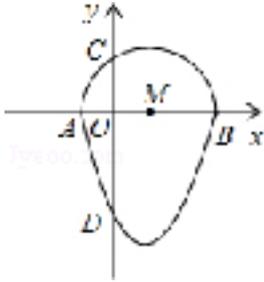
$\therefore m$ 的值为 1 或 -1.

28. 我们把一个半圆与二次函数图象的一部分合成的封闭图形称为“蛋圆”, 如果一条直线与“蛋圆”只

有一个交点（半圆与二次函数图象的连接点除外），那么这条直线叫做“蛋圆”的切线. 如图，二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 x 轴交于点 A 、 B ，与 y 轴交于点 D ， AB 为半圆直径，半圆圆心为点 M ，半圆与 y 轴的正半轴交于点 C .

(1) 求点 C 的坐标；

(2) 分别求出经过点 C 和点 D 的“蛋圆”的切线的表达式.



【解答】解：(1) \because 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 x 轴交于点 A 、 B ，与 y 轴交于点 D ，

\therefore 点 $A(-1, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(3, 0)$ ，

$\therefore AB = 4$ ，

\therefore 半圆圆心为点 M ，

$\therefore BM = AM = 2$ ，

$\therefore OM = 1$ ，

连接 CM ，

$\therefore OC = \sqrt{CM^2 - OM^2} = \sqrt{3}$ ，

\therefore 点 C 的坐标是 $(0, \sqrt{3})$ ；

(2) 设过点 C 的“蛋圆”的切线交 x 轴于点 G ，

$\therefore GC$ 是 $\odot M$ 的切线，

$\therefore \angle GCM = 90^\circ$ ，

$\therefore \cos \angle OMC = \frac{OM}{MC} = \frac{MC}{MG}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{MG}$ ，

$\therefore MG = 4$ ，

$\therefore G(-3, 0)$ ，

\therefore 直线 GC 的表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ ；

设过点 D 的直线表达式为 $y = kx - 3$ ，

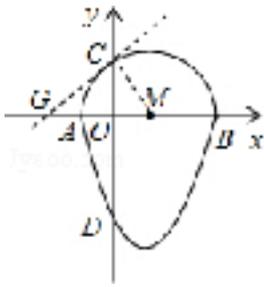
$\therefore \begin{cases} y = kx - 3 \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}$ ，

$\therefore x^2 - (2+k)x = 0$ ，

$\therefore \Delta = [-(2+k)]^2 = 0$ ，

$\therefore k = -2$ ，

\therefore 过点 D 的“蛋圆”的切线的表达式为 $y = -2x - 3$ 。

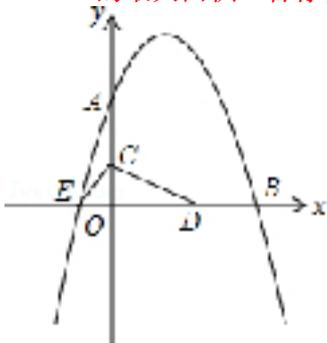


29. 如图, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与坐标轴分别交于点 $A(0, 8)$ 、 $B(8, 0)$ 和点 E , 动点 C 从原点 O 开始沿 OA 方向以每秒1个单位长度移动, 动点 D 从点 B 开始沿 BO 方向以每秒1个单位长度移动, 动点 C 、 D 同时出发, 当动点 D 到达原点 O 时, 点 C 、 D 停止运动.

(1) 直接写出抛物线的解析式: _____.

(2) 求 $\triangle CED$ 的面积 S 与 D 点运动时间 t 的函数解析式; 当 t 为何值时, $\triangle CED$ 的面积最大? 最大面积是多少?

(3) 当 $\triangle CED$ 的面积最大时, 在抛物线上是否存在点 P (点 E 除外), 使 $\triangle PCD$ 的面积等于 $\triangle CED$ 的最大面积? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【解答】解: (1) 将点 $A(0, 8)$ 、 $B(8, 0)$ 代入抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得:

$$\begin{cases} c = 8 \\ -\frac{1}{2} \times 64 + 8b + c = 0 \end{cases},$$

解得: $b = 3$, $c = 8$,

\therefore 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$,

故答案为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$.

(2) \because 点 $A(0, 8)$ 、 $B(8, 0)$,

$\therefore OA = 8$, $OB = 8$,

令 $y = 0$, 得: $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8 = 0$,

解得: $x_1 = 8$, $x_2 = 2$,

∵点 E 在 x 轴的负半轴上,

∴点 $E(-2, 0)$,

∴ $OE = 2$,

根据题意得: 当 D 点运动 t 秒时, $BD = t$, $OC = t$,

∴ $OD = 8 - t$,

∴ $DE = OE + OD = 10 - t$,

$S = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot (10 - t) \cdot t = -t^2 + 5t$

即 $S = -\frac{1}{2}t^2 + 5t = -\frac{1}{2}(t - 5)^2 + \frac{25}{2}$,

∴当 $t = 5$ 时, $S_{\text{最}} = \frac{25}{2}$;

(3) 方法一:

由 (2) 知: 当 $t = 5$ 时, $S_{\text{最}} = \frac{25}{2}$,

∴当 $t = 5$ 时, $OC = 5$, $OD = 3$,

∴ $C(0, 5)$, $D(3, 0)$,

由勾股定理得: $CD = \sqrt{34}$,

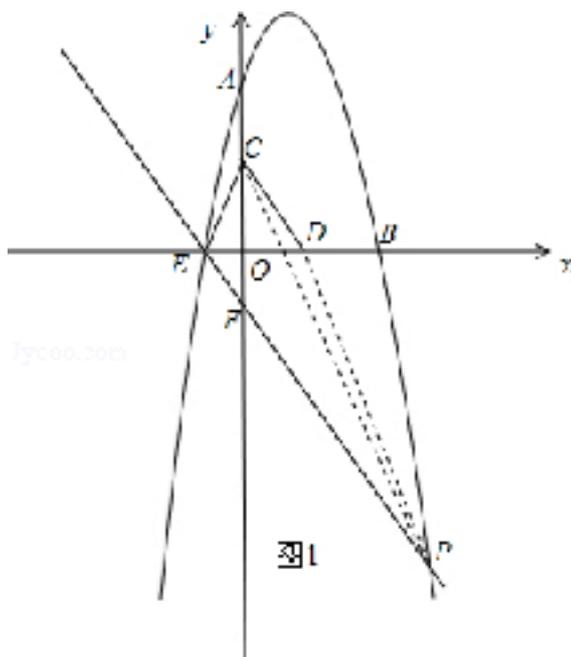
设直线 CD 的解析式为: $y = kx + b$,

将 $C(0, 5)$, $D(3, 0)$, 代入上式得:

$k = -\frac{5}{3}$, $b = 5$,

∴直线 CD 的解析式为: $y = -\frac{5}{3}x + 5$,

过 E 点作 $EF \parallel CD$, 交抛物线与点 P , 如图 1,



设直线 EF 的解析式为: $y = -\frac{5}{3}x + b$,

将 $E(-2, 0)$ 代入得: $b = -\frac{10}{3}$,

\therefore 直线 EF 的解析式为: $y = -\frac{5}{3}x - \frac{10}{3}$,

将 $y = -\frac{5}{3}x - \frac{10}{3}$ 与 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$ 联立成方程组得:

$$\begin{cases} y = -\frac{5}{3}x - \frac{10}{3} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = \frac{34}{3} \\ y_2 = -\frac{200}{9} \end{cases}$,

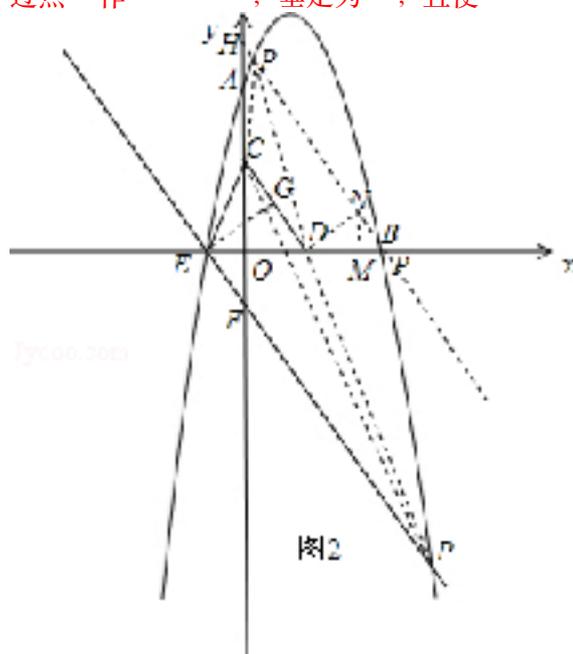
$\therefore P(\frac{34}{3}, -\frac{200}{9})$;

过点 E 作 $EG \perp CD$, 垂足为 G ,

\therefore 当 $t = 5$ 时, $S_{\triangle ECD} = \frac{1}{2}CD \cdot EG = \frac{25}{2}$,

$EG = \frac{25\sqrt{34}}{34}$,

过点 D 作 $DN \perp CD$, 垂足为 N , 且使 $DN = \frac{25\sqrt{34}}{34}$, 过点 N 作 $NM \perp x$ 轴, 垂足为 M , 如图 2,



可得 $\triangle EGD \sim \triangle DMN$,

$\frac{EG}{DM} = \frac{ED}{DN}$,

$$\frac{\frac{25\sqrt{34}}{34}}{DM} = \frac{5}{25\sqrt{34}}$$

即: $DM = \frac{25\sqrt{34}}{34}$,

解得: $DM = \frac{125}{34}$,

$OM = \frac{227}{34}$,

由勾股定理得: $MN = \sqrt{DN^2 - DM^2} = \frac{75}{34}$,

$\therefore N(\frac{227}{34}, \frac{75}{34})$,

过点 N 作 $NH \parallel CD$, 与抛物线交与点 P , 如图 2,

设直线 NH 的解析式为: $y = -\frac{5}{3}x + b$,

将 $N(\frac{227}{34}, \frac{75}{34})$ 代入上式得: $b = \frac{40}{3}$,

\therefore 直线 NH 的解析式为: $y = -\frac{5}{3}x + \frac{40}{3}$,

将 $y = -\frac{5}{3}x + \frac{40}{3}$ 与 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$ 联立成方程组得:

$$\begin{cases} Y = -\frac{5}{3}x + \frac{40}{3} \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = \frac{4}{3} \\ y_2 = \frac{100}{9} \end{cases}$,

$\therefore P(8, 0)$ 或 $P(\frac{4}{3}, \frac{100}{9})$,

综上所述: 当 $\triangle CED$ 的面积最大时, 在抛物线上存在点 P (点 E 除外), 使 $\triangle PCD$ 的面积等于

$\triangle CED$ 的最大面积, 点 P 的坐标为: $P(\frac{34}{3}, -\frac{200}{9})$ 或 $P(8, 0)$ 或 $P(\frac{4}{3}, \frac{100}{9})$.

北京市第七中学2015~2016学年度第一学期期中检测

九年级数学答案及评分标准2015年11月

一、选择题

二、填空题

11、m)1; 12、答案不唯一; 13、1; 14、 10π ;

15、 $2\sqrt{3}$; 16、16; 17、 $9\sqrt{3}-3\pi$;

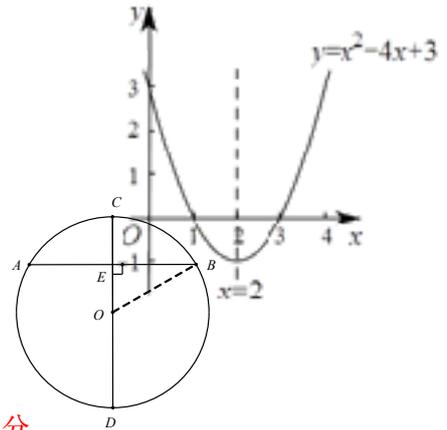
$$\frac{4}{n} (2n - 1)$$

18、22. 5° , 67. 5° , 75° ,

三、解答题

19、 $y = x^2 - 2x - 3$

- 20、 (1) $y = (x - 2)^2 - 1$ (2) 直线 $x=2$, (2, -1)
 (3) (1, 0) (3, 0) (4)
 (5) $x \leq 2$ (6) $x < 1$ 或 $x > 3$



21、解：

☐ $CE = 1, DE = 3 \therefore CD = CE + DE = 4$

$\therefore r = 2$ 1分

$\therefore OE = DE - OB = 1$ 2分

连结OB.

在 $Rt\triangle OEB$ 中, $EB = \sqrt{OB^2 - OE^2} = \sqrt{3}$ 3分

☐ CD 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦, CD 是 $\odot O$ 的直径,

$CD \perp AB$, 垂足为 E

$\therefore AB = 2EB$ 4分

$\therefore AB = 2EB = 2\sqrt{3}$ 5分

22、 (1) 证明: $\therefore OC = OB$,

$\therefore \angle BCO = \angle B$ 1分

$\therefore \angle C = \angle D$,

$\therefore \angle B = \angle D$,

$\therefore \angle BCO = \angle D$ 2分

(2) 解: $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$,

$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 3分

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $OC^2 = CE^2 + OE^2$,

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OC = r$, $OE = OA - AE = r - 2$,

$\therefore r^2 = (2\sqrt{2})^2 + (r - 2)^2$, 4分

解得: $r = 3$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 3. 5分

四、解答题

23、略

24、略

25、 (1) 略; (2) $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

26、略

五、解答题

27、解：（1）证明： $\Delta = [-(m+1)]^2 - 4m = (m-1)^2$2分

$\therefore (m-1)^2 \geq 0,$

$\therefore \Delta \geq 0.$

\therefore 该方程总有两个实数根.3分

(2) 解： $x = \frac{(m+1) \pm \sqrt{(m-1)^2}}{2m}$.

$\therefore x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{m}$5分

当m为整数1或-1时， x_2 为整数，即该方程的两个实数根都是整数，

\therefore m的值为1或-1.7分

28、（1）由题意得： $A(-1,0), B(3,0), D(0,-3), M(1,0)$.

$\therefore AM = BM = CM = 2,$

$\therefore OC = \sqrt{CM^2 - OM^2} = \sqrt{3},$

$\therefore C(0, \sqrt{3})$2分;

(2) 设过点D的直线表达式为 $y = kx - 3,$

$\therefore \begin{cases} y = kx - 3, \\ y = x^2 - 2x - 3, \end{cases}$

$\therefore x^2 - (2+k)x = 0,$ 或 $x_1 = 0, x_2 = 2+k$

$\Delta = [-(2+k)]^2 = 0,$ 或 $x_1 = x_2,$ 5分;

$\therefore k = -2,$

\therefore 过点D的“蛋圆”的切线的表达式为 $y = -2x - 3$7分;

29、（1） $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$; （2） $S = -\frac{1}{2}t^2 + 5t$, 当t=5时, $S_{\text{最大}} = \frac{25}{2}$; （3）存在, $P(\frac{34}{3},$

$-\frac{200}{9})$ 或 $P(8, 0)$ 或 $P(\frac{4}{3}, \frac{100}{9})$.