# (11道重题)北京214中学2015--2016学年度第一学期期中考试

## 九年级数学试卷

试卷说明：

1．本试卷共6页，共五道大题，29小题；

2．本次考试卷面分值120分，考试时间为120分钟；

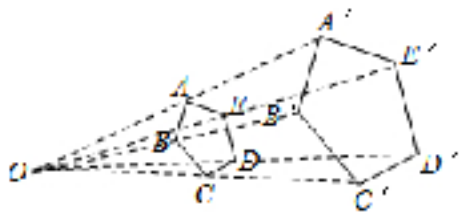
**一、选择题（共10个小题，每小题3分，共30分）**

1．ff8080814b6d1d57014b7da2ba86430a

已知$3x=4y$，则$\dfrac{x+y}{x-y}$的值为(　)

A. $\dfrac{1}{7}$　　B. $\dfrac{7}{3}$　　C. $7$　　D. $\dfrac{4}{7}$

2．如图，点$O$为位似中心，将五边形$ABCDE$放大后得到五边形$A'B'C'D'E'$，$OA=10$，$OA'=20$，则五边形$ABCDE$的面积与五边形$A'B'C'D'E'$的面积的比值是（　）．



A．$2:1$　B．$1:2$　C．　D．$1:4$

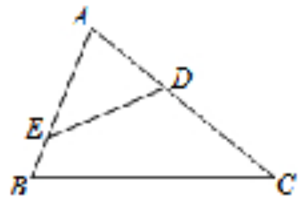
解：$\because$以点$O$为位似中心，将五边形$ABCDE$放大后得到五边形$A'B'C'D'E'$，$OA=10\text{cm}$，$OA'=20\text{cm}$，

$\therefore$五边形$ABCDE$的周长与五边形$A'B'C'D'E'$的位似比为：$10:20=1:2$，

$\therefore$五边形$ABCDE$的面积与五边形$A'B'C'D'E'$的面积比是：$1:4$．

故选：D．

3．如图，$D$是$\triangle ABC$的边$AC$上的一点，则下列条件中不能判定$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$的是（　）．




A．$\angle ADE=\angle B$　　B．$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$

C．$\angle AED=\angle C$　　D．$\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

【解析】$\because \angle A=\angle A$，$\angle ADE=\angle B$，

$\therefore \triangle ABC\backsim ADE$，A正确；

$\because \frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$，$\angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ABC\backsim ADE$，B正确；

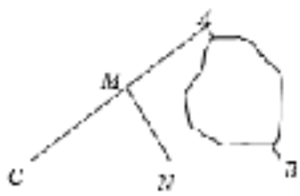
$\because \angle AED=\angle C$，$\angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ABC\backsim ADE$，C正确．

D不符合两边成比例且夹角相等，D错误．

4．ff8080814a3c3a36014a417caf8422af

如图，$A$、$B$两地被池塘隔开，小明通过下列方法测出了$A$、$B$间的距离：先在$AB$外选一点$C$，然后测出$AC$、$BC$的中点$M$、$N$，并测量出$MN$的长为12m，由此他就知道了$A$、$B$间的距离．有关他这次探究活动的描述错误的是(　　)

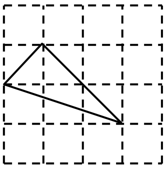



A. $CM:MA=1:2$　　B. $MN\parallel AB$

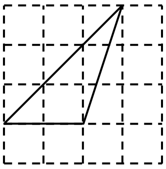
C. $\triangle CMN\backsim\triangle CAB$　　D. $AB$=24m

5．8aac50a7508d5d410150d54660f27841

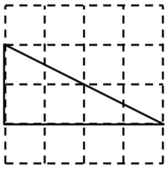
下列四个三角形，与左图中的三角形相似的是　（　）



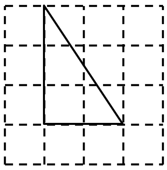
（第5题）



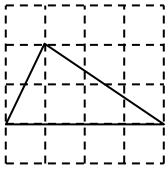
A．



B．



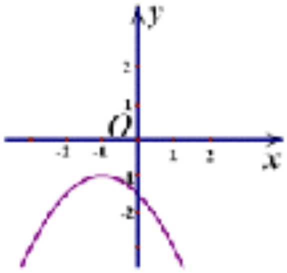
C．



D．

6．ff8080814974ee3b01497f87442c0d05

如图，平面直角坐标系中的二次函数图象所对应的函数解析式可能为（　）




A．$y=-\frac{1}{2}x^2$　　B．$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$

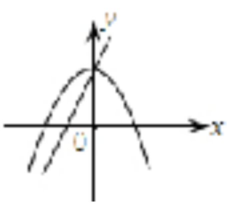
C．$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-1$　　D．$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-1$

7．把二次函数$y=3x^2$的图象向左平移$2$个单位，再向上平移$1$个单位，所得到的图象对应的二次函数关系式是（ ）．

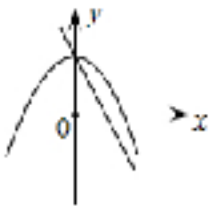
A．$y=3(x+2)^2+1$ B．$y=3(x+2)^2-1$ C．$y=3(x-2)^2-1$ D．$y=3(x-2)^2+1$

【解析】抛物线$y=3x^2$的顶点坐标为$(0,0)$，把点$(0,0)$向左平移$2$个单位，再向上平移$1$个单位后所得对应点的坐标为$(-2,1)$，所以平移后得到的抛物线的解析式为$y=3(x+2)^2+1$．

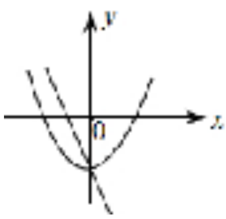
8．在同一直角坐标系中，一次函数$y=ax+c$和二次函数$y=ax^2+c$的图象大致为（ ）．



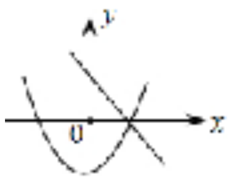

A．




B．




C．




D．

解：依次分析选项可得：

A、分析一次函数 $y=ax+c$ 可得，$a>0$，$c>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 开口应向上；与图不符.

B、分析一次函数 $y=ax+c$ 可得，$a<0$，$c>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 开口应向下，在 $y$ 轴上与一次函数交于同一点；符合.

C、分析一次函数 $y=ax+c$ 可得，$a<0$，$c<0$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 开口应向下；与图不符.

D、一次函数 $y=ax+c$ 和二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 常数项相同，在 $y$ 轴上应交于同一点；与图不符.

9．二次函数 $y=ax^2+bx+c$，其函数 $y$ 与自变量 $x$ 之间的部分对应值如下表所示：

| $x$ | …… | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | …… |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | …… | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | …… |

已知点 $A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$ 在函数的图象上，若 $1<x_1<2$，$3<x_2<4$ 时，则 $y_1$ 与 $y_2$ 的大小关系正确的是（ ）.

A．$y_1>y_2$ B．$y_1\leqslant y_2$ C．$y_1\geqslant y_2$ D．$y_1<y_2$

解：设该二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，

$\because x=0$ 时 $y=4$；$x=1$ 时 $y=1$；$x=2$ 时 $y=0$，

$\therefore \begin{cases} c=4 \\ a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases}$，

解得，$\begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=4 \end{cases}$，

$\therefore$ 此抛物线的解析式为：$y=x^2-4x+4$，

$\therefore$ 抛物线开口向上，对称轴 $x=-\dfrac{-4}{2}=2$，

$\therefore$ 可知抛物线顶点为 $(2, 0)$，

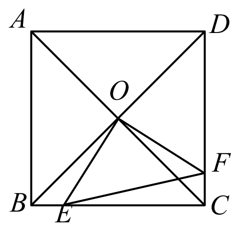
$\because 1<x_1<2$，$3<x_2<4$，

$\therefore y_1<y_2$.

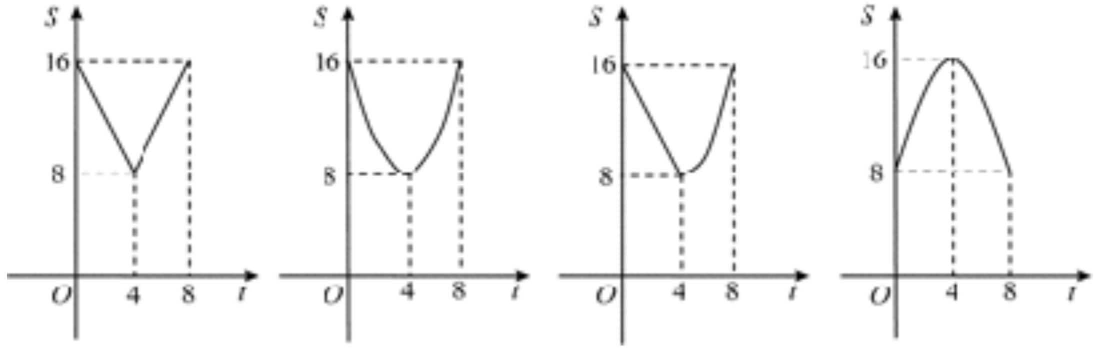
故答案为：$y_1<y_2$.

10．ff8080814d9539f1014d9988cdca0584

如图，正方形$ABCD$中，$AB=8$cm，对角线$AC$，$BD$相交于点$O$，点$E$，$F$分别从$B$，$C$两点同时出发，以1cm/s的速度沿$BC$，$CD$运动，到点$C$，$D$时停止运动．设运动时间为$t$(s)，△$OEF$的面积为$S$(cm²)，



则$S$(cm²)与$t$(s)的函数关系可用图象表示为（ ）




A　　　　B　　　　C　　　　D

二．填空题（共6个小题，每小题3分，共18分）

11．利用相似三角形可以计算不能直接测量的物体的高度，小雪的身高是$1.6\text{m}$，他在阳光下的影长是$2.4\text{m}$，在同一时刻测得某棵树的影长为$15\text{m}$，则这棵树的高度约为________m．

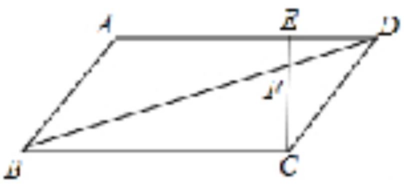
【解析】∵ $\dfrac{人}{人} = \dfrac{\quad}{\quad}$，

∴树的高度 $= \dfrac{人}{人} \times 树 = \dfrac{1.6}{2.4} \times 15 = 10(\text{m})$．

12．ff8080814a39795c014a3da01c720ff6

已知二次函数$y=(k-3)x^2+2x+1$的图象与x轴有交点，则k的取值范围_____．

13如图，在平行四边形$ABCD$中，$E$为线段$AD$上一点，$AE=4ED$，$CE$、$BD$交于点$F$，若$DF=4\text{cm}$，则$BF$的长为________cm．




【解析】解：∵ $AE=4ED$，

∴ $DE:AD=1:5$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴ $AD=BC$，

∴ $DE:BC=1:5$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$，

$\therefore \triangle DEF \backsim \triangle BCF$,

$\therefore DE:BC=DF:BF=1:5$,

$\because DF=4\text{cm}$,

$\therefore BF=20\text{cm}$.

故答案为：$20$.

14．ff80808146ec1f920147051ced171bc2

已知点$P$（-1，$m$）在二次函数$y=x^2-1$的图象上，则$m$的值为______；平移此二次函数的图象，使点$P$与坐标原点重合，则平移后的函数图象所对应的解析式为__________.

15．在$\triangle ABC$中，$AB=6$，$AC=4$，$E$是$AB$上一点，$AE=2$，在$AC$上取一点$F$，使以$A$、$E$、$F$为顶点的三角形与$\triangle ABC$相似，则$AF$的长为__________.

【解析】：$\because \angle A=\angle A$，

$\therefore$两种情况进行讨论：

①当$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}$时，$\triangle ABC \backsim \triangle AEF$，

即$\dfrac{2}{6}=\dfrac{AF}{4}$，

解得：$AF=\dfrac{4}{3}$；

②当$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AF}{AB}$时，$\triangle ABC \backsim \triangle AFE$，

即$\dfrac{2}{4}=\dfrac{AF}{6}$，

解得：$AF=3$；

综上所述：$AF$的长为$\dfrac{4}{3}$或$3$；

故答案为：$\dfrac{4}{3}$或$3$.

16．已知二次函数$y=ax^2+bx+c$满足：

（1）$a<b<c$；

（2）$a+b+c=0$；

（3）图象与$x$轴有$2$个交点，且两交点间的距离小于$2$；

则以下结论中正确的有__________.

① $a<0$ ② $a-b+c<0$ ③ $c>0$ ④ $a-2b>0$ ⑤ $-\dfrac{b}{2a}<\dfrac{1}{4}$

【解析】$\because$（1）$a<b<c$；（2）$a+b+c=0$；（3）图象与$x$轴有$2$个交点，且两交点间的距离小于$2$；

$\therefore$图象过$(1,0)$点，

$\because a<b<c$，$a+b+c=0$，

$\therefore a<0$，$c>0$，故①③正确，

$\because$图象与$x$轴有$2$个交点，且两交点间的距离小于$2$；

$\therefore$图象一定不过$(-1,0)$点，且另一交点坐标在$(-1,0)$右侧，

$\therefore a-b+c<0$，故②正确，

$\therefore$图象对称轴一定在$x$轴的正半轴，

$\therefore 0<-\dfrac{b}{2a}<1$，

$\therefore a$，$b$异号，

$\therefore a-2b<0$，故④此选项错误，

$\because b<c$，$a+b+c=0$，

$\therefore c=-(a+b)$，

$\therefore b<-(a+b)$，即$a+2b<0$，

$\therefore 2b<-a$，

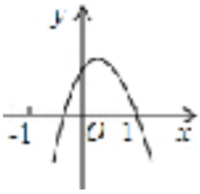
$\therefore \dfrac{2b}{4a}>\dfrac{-a}{4a}$，

$\therefore \dfrac{b}{2a}>-\dfrac{1}{4}$，

$\therefore -\dfrac{b}{2a}<\dfrac{1}{4}$，故⑤选项正确，

故正确的有：①②③⑤，

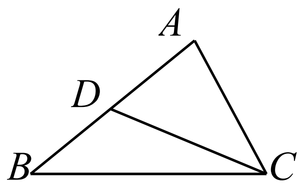
故答案为：①②③⑤.




三、解答题（共6个小题，每小题5分，共30分）

17．ff808081498992ec014998426b711b0c

已知：如图，△ABC中，D是AB的中点，且$\angle ACD=\angle B$，若AB=10，求AC的长.




18．若二次函数图象的对称轴方程是$x=1$，并且图象经过$A(0,-4)$，$B(4,0)$，

（1）直接写出此二次函数图象上点$B$关于对称轴$x=1$的对称点$B'$的坐标；

（2）求此函数的解析式．

【解析】解：（1）∵二次函数图象的对称轴方程是 $x=1$，

∴此二次函数图象上点 $B$ 关于对称轴 $x=1$ 的对点 $B'$ 的坐标为：$B'(-2,0)$；

（2）设此二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

把 $A(0,-4)$ 和 $B(4,0)$，即对称轴 $x=1$ 代入解析式得：

$$\begin{cases} c=-4 \\ 16a+4b+c=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \end{cases}，$$

解得：$\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-1 \\ c=-4 \end{cases}$，

故二次函数解析式为：$y=\dfrac{1}{2}x^2-x-4$．

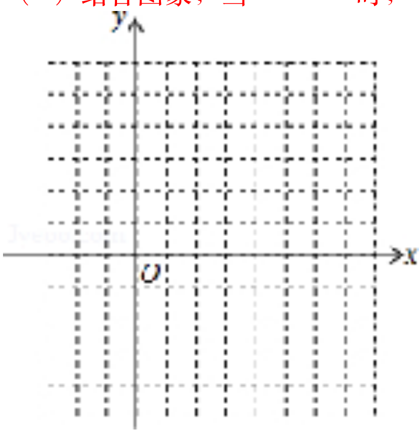
19．对于抛物线 $y=x^2-4x+3$．

（1）将抛物线的解析式化为顶点式．

（2）在坐标系中利用五点法画出此抛物线．

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | …… | | | | | | … |
| $y$ | …… | | | | | | … |

（3）结合图象，当 $0<x<3$ 时，$y$ 的取值范围____________．



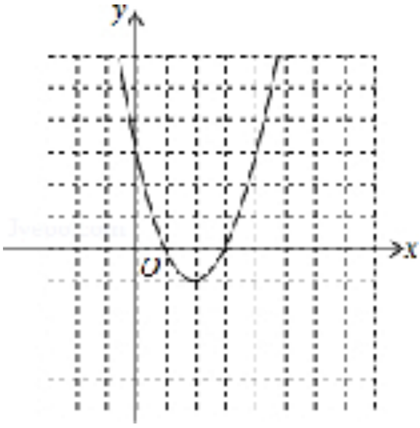

【解答】解：（1）$y=x^2-4x+3=(x^2-4x+4)-4+3=(x-2)^2-1$．

∴抛物线的顶点式为故答案为：$y=(x-2)^2-1$．

（2）列表：

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | … | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | … |
| $y$ | … | 3 | 0 | $-1$ | 0 | 3 | … |

函数图象如图所示：



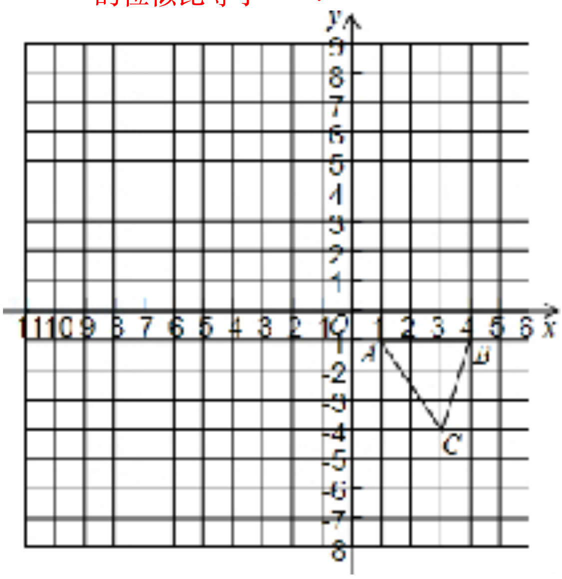
（3）根据函数图象可知：当$0<x<3$时，$y$的取值范围$-1\leqslant y<3$．

故答案为：$-1\leqslant y<3$．

20．如图，已知$\triangle ABC$顶点的坐标分别为$A(1,-1)$，$B(4,-1)$，$C(3,-4)$．

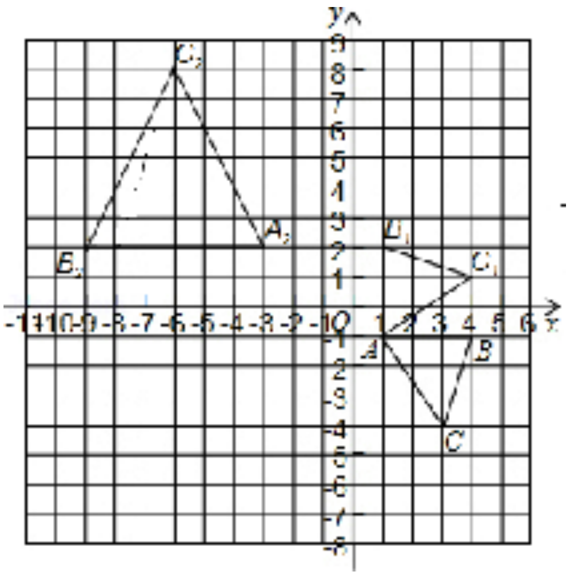
（1）将$\triangle ABC$绕点$A$逆时针旋转$90^{\circ}$后，得到$\triangle AB_1C_1$．在所给的直角坐标系中画出旋转后的$\triangle AB_1C_1$，并写出点$B_1$的坐标；

（2）以坐标原点$O$为位似中心，在第二象限内再画一个放大的$\triangle A_2B_2C_2$，使得它与$\triangle ABC$的位似比等于$2:1$．



【解答】解：（1）如图：正确画出$\triangle AB_1C_1$，$B_1(1,2)$，

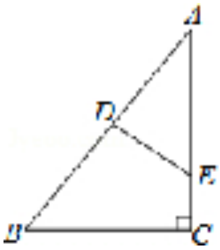
（2）如图：正确画出$\triangle A_2B_2C_2$，



21、如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$D$、$E$ 分别为 $AB$、$AC$ 边上的点，且 $\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{3}{5}$，连接 $DE$．若 $AC=3$，$AB=5$．求证：

（1）求证：$\triangle ABC \backsim \ AED$；

（2）求证：$DE\perp AB$．




【解答】证明：（1）$\because \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AE}$，

$\because \angle A=\angle A$，

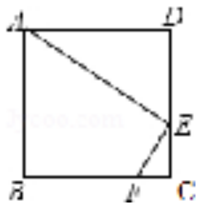
$\therefore \triangle ADE \backsim \ ACB$．

（2）$\because \triangle ABC \backsim \ AED$，

$\therefore \angle ADE=\angle C=90^\circ$，

$\therefore DE\perp AB$．

22、如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是 $CD$ 上一点（$DE>CE$），连接 $AE$，并过点 $E$ 作 $AE$ 的垂线交 $BC$ 于点 $F$，若 $AB=9$，$BF=7$，求 $DE$ 长．




【解答】解：∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$CD=AD=BC=AB=9$，$\angle D=\angle C=90^\circ$，

∴$CF=BC-BF=2$，

在Rt$\triangle ADE$中，$\angle DAE+\angle AED=90^\circ$，

∵$AE\perp EF$于$E$，

∴$\angle AED+\angle FEC=90^\circ$，

∴$\angle DAE=\angle FEC$，

∴$\triangle ADE\backsim\ \ ECF$，

∴$\dfrac{DE}{FC}=\dfrac{AD}{EC}$，

设$DE=x$，则$EC=9-x$，

∴$\dfrac{x}{2}=\dfrac{9}{9-x}$，

解得$x_1=3$，$x_2=6$，

∵$DE>CE$，

∴$DE=6$．

**四、解答题（共4个小题，每小题5分，共20分）**

23．45e3b74e5d97443cbcd2ab2c78d7507c

已知抛物线$y=(m-2)x^2+2mx+m+3$与$x$轴有两个交点．

(1)求$m$的取值范围；

(2)当$m$取满足条件的最大整数时，求抛物线与$x$轴有两个交点的坐标．

24、百货商店服装柜在销售中发现：某童装每天可卖20件，每件盈利40元，为迎接“六一”儿童节，商场决定采取适当降价措施，扩大销售量，增加盈利，减少库存，经市场调查发现：每件童装降价1元，每天可多卖2件，要想平均每天获利1200元，那么每件童装应降价多少元？要使每天盈利最多，每件应降价多少元？

【解答】解：（1）设每件童装应降价$x$元，根据题意列方程得，

$(40-x)(20+2x)=1200$，

解得$x_1=20$，$x_2=10$（因为尽快减少库存，不合题意，舍去）．

答：每件童装降价20元；

（2）设每天销售这种童装利润为 $y$，

则 $y=(40-x)(20+\frac{x}{2.5}\times 5)=-2x^2+60x+800=-2(x-15)^2+1250$，

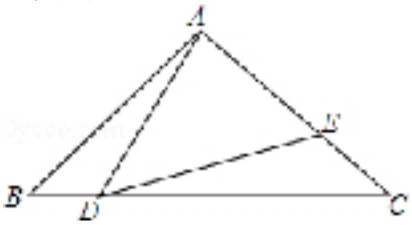
答：当每件童装降价 $15$ 元时，能获最大利润 $1250$ 元．

25．已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=1$，点 $D$ 是 $BC$ 边上一个动点（不与 $B$、$C$ 点重合），$\angle ADE=45^\circ$．

（1）求证：$\triangle ABD \backsim DCE$．

（2）设 $BD=x$，$AE=y$，求 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式，并指出自变量 $x$ 的取值范围．

（3）当点 $D$ 在线段 $BC$ 的什么位置时，$AE$ 的长度最短？请说明理由，并求出AE的最短长度是多少？




**【解答】**（1）证明：$\because \angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=1$，

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle B=\angle C=45^\circ$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=180^\circ-\angle B=135^\circ$，

$\because \angle ADE=45^\circ$，

$\therefore \angle 2+\angle 3=135^\circ$，

$\therefore \angle 1=\angle 3$，

$\because \angle B=\angle C$，

$\therefore \triangle ABD \backsim DCE$；

（2）解：由（1）得 $\triangle ABD \backsim DCE$，

$\therefore \frac{BD}{EC}=\frac{AB}{CD}$，

$\because \angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=1$，

$\therefore BC=\sqrt{2}$，$DC=\sqrt{2}-x$，$EC=1-y$，

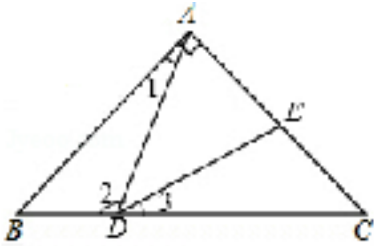
$\therefore \frac{x}{1-y}=\frac{1}{\sqrt{2}-x}$，

$\therefore y=x^2-\sqrt{2}x+1$（$0<x<\sqrt{2}$）；

（3）解：$\because y=x^2-\sqrt{2}x+1=(x-\frac{\sqrt{2}}{2})^2+\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 当 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$y$ 有最小值为 $\frac{1}{2}$，

即 $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$AE$ 的最短长度是 $\frac{1}{2}$．




26．ff8080814638e07e014652aef0f7251a

阅读理解：

如图1，若在四边形$ABCD$的边$AB$上任取一点$E$（点$E$与点$A$，$B$不重合），分别连结$ED$，$EC$，可以把四边形$ABCD$分成三个三角形，如果其中有两个三角形相似，我们就把$E$叫做四边形$ABCD$的边$AB$上的相似点；如果这三个三角形都相似，我们就把$E$叫做四边形$ABCD$的边$AB$上的强相似点．

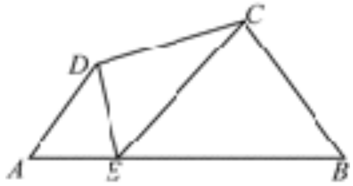
解决问题：

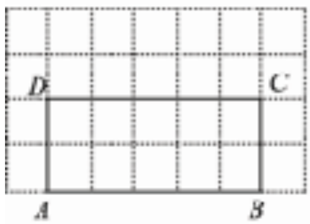
（1）如图1，若$\angle A=\angle B=\angle DEC=55°$，试判断点$E$是否是四边形$ABCD$的边$AB$上的相似点，并说明理由；

（2）如图2，在矩形$ABCD$中，$AB=5$，$BC=2$，且$A$，$B$，$C$，$D$四点均在正方形网格（网格中每个小正方形的边长为1）的格点（即每个小正方形的顶点）上，试在图2中画出矩形$ABCD$的边$AB$上的一个强相似点$E$；

拓展探究：

（3）如图3，将矩形$ABCD$沿$CM$折叠，使点$D$落在$AB$边上的点$E$处．若点$E$恰好是四边形$ABCM$的边$AB$上的一个强相似点，请直接写出$\dfrac{BC}{AB}$的值．





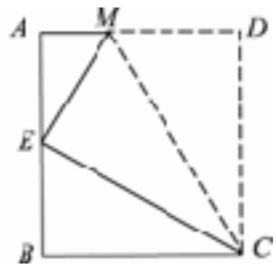



图1　　　　图2　　　　图3

**五．综合运用（27、28题7分，29题8分，共22分）**

27．ff8080814694a4fc0146b9e3cae23f19

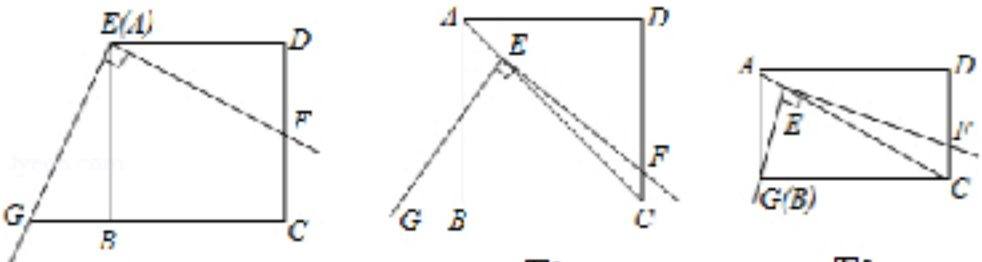
已知抛物线 $y=(m-1)x^2-2mx+m+1$ （$m>1$）．

（1）求抛物线与 $x$ 轴的交点坐标；

（2）若抛物线与 $x$ 轴的两个交点之间的距离为2，求 $m$ 的值；

（3）若一次函数 $y=kx-k$ 的图象与抛物线始终只有一个公共点，求一次函数的解析式．

28．如图 $1$，将三角板放在正方形 $ABCD$ 上，使三角板的直角顶点 $E$ 与正方形 $ABCD$ 的顶点 $A$ 重合，三角板的一边交 $CD$ 于点 $F$．另一边交 $CB$ 的延长线于点 $G$．




（1）求证：$EF=EG$；

（2）如图 $2$，移动三角板，使顶点 $E$ 始终在正方形 $ABCD$ 的对角线 $AC$ 上，其他条件不变，（1）中的结论是否仍然成立？若成立，请给予证明：若不成立．请说明理由；

（3）如图 $3$，将（2）中的“正方形 $ABCD$”改为“矩形 $ABCD$”，且使三角板的一边经过点 $B$，其他条件不变，若 $AB=a$、$BC=b$，求 $\frac{EF}{EG}$ 的值．

【解答】（1）证明：$\because \angle GEB+\angle BEF=90^\circ$，$\angle DEF+\angle BEF=90^\circ$，

$\therefore \angle DEF=\angle GEB$，

在 $\triangle FED$ 和 $\triangle GEB$ 中，

$$\begin{cases}\angle DEF=\angle GEB\\ ED=EB\\ \angle D=\angle EBG\end{cases},$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle FED\cong \mathrm{Rt}\triangle GEB$，

$\therefore EF=EG$；

（2）解：成立．

证明：如图，过点 $E$ 作 $EH\perp BC$ 于 $H$，过点 $E$ 作 $EP\perp CD$ 于 $P$，

$\because$四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore CE$ 平分 $\angle BCD$，

又$\because EH\perp BC$，$EP\perp CD$，

$\therefore EH = EP$，

$\therefore$四边形 $EHCP$ 是正方形，

$\therefore \angle HEP = 90°$，

$\because \angle GEH + \angle HEF = 90°$，$\angle PEF + \angle HEF = 90°$，

$\therefore \angle PEF = \angle GEH$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle FEP \cong \mathrm{Rt}\triangle GEH$，

$\therefore EF = EG$；

（3）解：如图，过点 $E$ 作 $EM \perp BC$ 于 $M$，过点 $E$ 作 $EN \perp CD$ 于 $N$，垂足分别为 $M$、$N$，

则 $\angle MEN = 90°$，

$\therefore EM \parallel AB$，$EN \parallel AD$．

$\therefore \triangle CEN \backsim \triangle CAD$，$\triangle CEM \backsim \triangle CAB$，

$\therefore \dfrac{NE}{AD} = \dfrac{CE}{CA}$，$\dfrac{EM}{AB} = \dfrac{CE}{CA}$，

$\therefore \dfrac{NE}{AD} = \dfrac{EM}{AB}$，即 $\dfrac{EN}{EM} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{CB}{AB} = \dfrac{b}{a}$，

$\because \angle NEF + \angle FEM = \angle GEM + \angle FEM = 90°$，

$\therefore \angle GEM = \angle FEN$，

$\because \angle GME = \angle FNE = 90°$，

$\therefore \triangle GME \backsim \triangle FNE$，

$\therefore \dfrac{EF}{EG} = \dfrac{EN}{EM}$，

$\therefore \dfrac{EF}{EG} = \dfrac{b}{a}$．

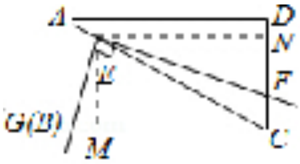



图3

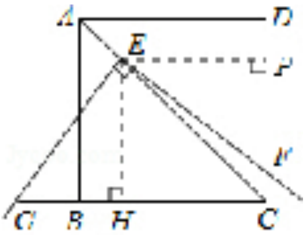


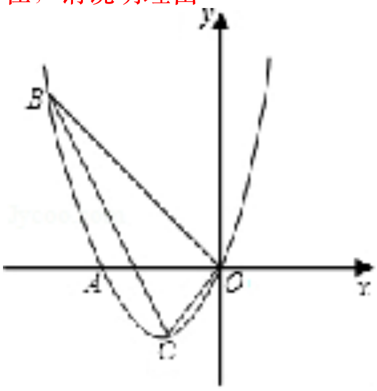

图2

29．如图，已知抛物线经过 $A(-2, 0)$，$B(-3, 3)$ 及原点 $O$，顶点为 $C$．

（1）求抛物线的解析式；

（2）若点 $D$ 在抛物线上，点 $E$ 在抛物线的对称轴上，且 $A$、$O$、$D$、$E$ 为顶点的四边形是平行四边形，求点 $D$ 的坐标；

（3）$P$ 是抛物线上的第一象限内的动点，过点 $P$ 作 $PM\perp x$ 轴，垂足为 $M$，是否存在点 $P$，使得以 $P$、$M$、$A$ 为顶点的三角形 $\triangle BOC$ 相似？若存在，求出点 $P$ 的坐标；若不存在，请说明理由．




【解答】解：（1）设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$），且过 $A(-2,0)$，$B(-3,3)$，$O(0,0)$ 可得

$$\begin{cases}4a-2b+c=0\\9a-3b+c=3\\c=0\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}a=1\\b=2\\c=0\end{cases}$．

故抛物线的解析式为 $y=x^2+2x$；

（2）①当 $AO$ 为边时，

$\because A$、$O$、$D$、$E$ 为顶点的四边形是平行四边形，

$\therefore DE=AO=2$，

则 $D$ 在 $x$ 轴下方不可能，

$\therefore D$ 在 $x$ 轴上方且 $DE=2$，

则 $D_1(1,3)$，$D_2(-3,3)$；

②当 $AO$ 为对角线时，则 $DE$ 与 $AO$ 互相平分，

$\because$点 $E$ 在对称轴上，对称轴为直线 $x=-1$，

由对称性知，符合条件的点 $D$ 只有一个，与点 $C$ 重合，即 $D_3(-1,-1)$，

故符合条件的点 $D$ 有三个，分别是 $D_1(1,3)$，$D_2(-3,3)$，$D_3(-1,-1)$．

（3）存在，

如图：$\because B(-3,3)$，$C(-1,-1)$，根据勾股定理得：

$BO^2=18$，$CO^2=2$，$BC^2=20$，

$\therefore BO^2+CO^2=BC^2$．

$\therefore \triangle BOC$ 是直角三角形．

假设存在点 $P$，使以 $P$，$M$，$A$ 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似，

设 $P(x,y)$，由题意知 $x>0$，$y>0$，且 $y=x^2+2x$，

① 若$\triangle AMP \backsim BOC$，则$\dfrac{AM}{BO}=\dfrac{PM}{CO}$，

即$x+2=3(x^2+2x)$，

得：$x_1=\dfrac{1}{3}$，$x_2=-2$（舍去）．

当$x=\dfrac{1}{3}$时，$y=\dfrac{7}{9}$，即$P(\dfrac{1}{3},\dfrac{7}{9})$．

② 若$\triangle PMA \backsim BOC$，则$\dfrac{AM}{CO}=\dfrac{PM}{BO}$，

即：$x^2+2x=3(x+2)$，

得：$x_1=3$，$x_2=-2$（舍去）

当$x=3$时，$y=15$，即$P(3,15)$．

故符合条件的点$P$有两个，分别是$P(\dfrac{1}{3},\dfrac{7}{9})$和$(3,15)$．