2015-2016年北京市第四十一中学九年级上学期期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1.31222b3e23c346f99327a81a7ead0a3f抛物线$y=2(x-3)^2+1$的顶点坐标是（　）

A.（3，-1）　B.(-3,1)　C.（3,1）　D.(-3,-1)

2．抛物线$y=x^2-4x-4$的对称轴是（ ）．

A．$x=-2$　　B．$x=2$　　C．$x=4$　　D．$x=-4$

【答案】B

【解析】$y=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$，$\therefore$抛物线的对称轴是$x=2$．

3．抛物线$y=3x^2$向右平移1个单位，再向下平移2个单位，所得到的抛物线是（ ）．

A．$y=3(x-1)^2-2$　　B．$y=3(x+1)^2-2$

C．$y=3(x+1)^2+2$　　D．$y=3(x-1)^2+2$

【答案】A

【解析】抛物线$y=3x^2$向右平移1个单位得到$y=3(x-1)^2$，再向下平移2个单位得到$y=3(x-1)^2-2$．

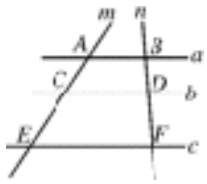
4．$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$是相似图形，且对应边AB和$A'B'$的比为$1:3$，则$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$的面积之比为（ ）．

A．$3:1$　　B．$1:3$　　C．$1:9$　　D．$1:27$

【答案】C

【解析】相似三角形的面积比等于相似比的平方，故选C．

5．如图，已知直线$a\parallel b\parallel c$，直线m、n与直线a、b、c分别交于点A、C、E、B、D、F，若$AC=4$，$CE=6$，$BD=3$，则$BF=$（ ）．



A．7　　B．7.5　　C．8

D．8.5

【答案】B

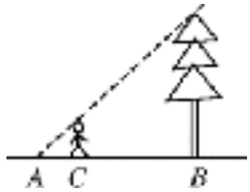
【解析】$\because a\parallel b\parallel c$，

$\therefore \dfrac{AC}{CE}=\dfrac{BD}{DF}$，

$\because AC = 4$， $CE = 6$， $BD = 3$，

$\therefore \dfrac{4}{6} = \dfrac{3}{DF}$，解得： $DF = \dfrac{9}{2}$，

$\therefore BF = BD + DF = 3 + \dfrac{9}{2} = 7.5$.



6．在$\triangle ABC$中， $BC = 15\text{ cm}$， $CA = 45\text{ cm}$， $AB = 57\text{ cm}$，另一个和它相似的三角形的最短边长是5 cm，则最长边长是（ ）．

A． 18cm　　B． 19cm　　C． 24cm　　D． 19.5cm

【答案】B

【解析】根据题意，这两个相似三角形的相似比是$15:5 = 3$，最长边是$57 \div 3 = 19$（cm）．

7．如图，在长为8cm、宽为4cm的矩形中，截去一个矩形，使得留下的矩形（图中阴影部分）与原矩形相似，则留下矩形的面积是（ ）．

A． 2cm^2　　B． 4cm^2　　C． 8cm^2　　D． 16cm^2

【答案】C

【解析】设留下矩形的宽为$x$cm，由题意得： $\dfrac{4}{8} = \dfrac{x}{4}$，解得$x = 2$，

则留下矩形的面积$= 4 \times 2 = 8\text{cm}^2$．

8．二次函数与$y = kx^2 - 8x + 8$的图象与x轴有交点，则k的取值范围是（ ）．

A． $k < 2$　　B． $k < 2$且$k \neq 0$

C． $k \leq 2$　　D． $k \leq 2$且$k \neq 0$

【答案】D

【解析】二次函数与$y = kx^2 - 8x + 8$的图象与x轴有交点，则

$\Delta = 8^2 - 4k \cdot 8 = 64 - 32k \geq 0$，

又该函数是二次函数，所以$k \neq 0$，

故$k \leq 2$且$k \neq 0$．

9．如图，身高1.6m的某学生想测量一棵大树的高度，她沿着树影BA由B向A走去，当走到C点时，她的影子顶端正好与树的影子顶端重合，测得$BA=4\text{m}$，$CA=0.8\text{m}$，则树的高度为（　）．

A．4.8m　　B．6.4m　　C．8m　　D．10m

【答案】C

【解析】因为人和树均垂直于地面，所以和光线构成的两个直角三角形相似，

设树高x米，则$\frac{AC}{AB}=\frac{1.6}{x}$，

即$\frac{0.8}{0.8+3.2}=\frac{1.6}{x}$，

$\therefore x=8$．

10、8aac49074f72f20f014f879bd5f87165如图为二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象，则下列说法:①$a>0$；②$2a+b=0$；③$a+b+c>0$；④当$-1<x<3$时，$y>0$.其中正确的个数为（　）

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

二、填空题（每小题3分，共18分）

11．若函数$y=(m-2)x^{|m|}$是二次函数，则$m=$__________．

【答案】-2

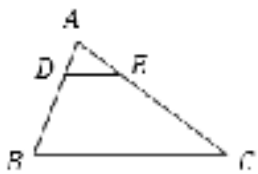
【解析】若函数$y=(m-2)x^{|m|}$是二次函数，则$\begin{cases} m-2\neq0 \\ |m|=2 \end{cases}$，$\therefore m=-2$．

12．若将二次函数$y=x^2-2x+3$配方为$y=a(x-h)^2+k$的形式，则$y=$__________．

【答案】$y=(x-1)^2+2$

【解析】$y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$．

13．如图，在$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，若$AD=1$，$DE=2$，$AB=4$，则$BC=$__________．



【答案】8

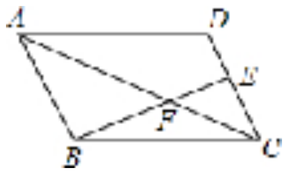
【解析】$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1}{4}$,

$\therefore BC = 8$.

14．在平行四边形 $ABCD$ 中，E 在 DC 上，若 $DE:BC = 1:2$，则 $BF:FE =$ __________.



【答案】$3:5$

【解析】$\because DE:BC = 1:2$，

$\therefore EC:CD = 2:3$，即 $EC:AB = 2:3$，

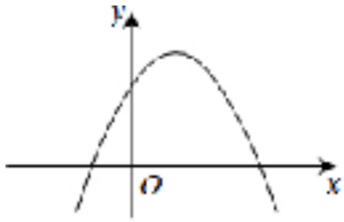
$\because AB \parallel CD$，

$\therefore \triangle ABF \backsim \quad CEF$，

$\therefore BF:EF = AB:EC = 3:2$.

$\therefore BF:BE = 3:5$.

15．二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象如图，则一次函数 $y = bx + c$ 的图象不经过第__________象限.



【答案】四

【解析】根据图象得：$a < 0$，$b > 0$，$c > 0$，

故一次函数 $y = bx + c$ 的图象不经过第四象限.

16、8aac50a74e724b3f014eb0048b5f4dc5如图，$\triangle ABC$ 与 $\triangle AEF$ 中，$AB = AE$，$BC = EF'$ $\angle B = \angle E'$ AB 交 EF 于 D．给出下列结论：

①$\angle AFC = \angle C$；②$DF = CF$；③$\triangle ADE \quad FDB$；④$\angle BFD = \angle CAF$．

其中正确的结论是____（填写所有正确结论的序号）．

三、解答题（本大题共72分，17(1)(2)每问5分，27、29题每题6分，其它每题5分）

17．（1）已知抛物线的顶点为 $(-1,-3)$，与 y 轴的交点为 $(0,-5)$，求抛物线的解析式.

（2）求经过 $A(1,4)$，$B(-2,1)$ 两点，对称轴为 $x = -1$ 的抛物线的解析式.

【答案】（1）$y = -2x^2 - 4x - 5$；（2）$y = -\dfrac{1}{3}(x-1)^2 + 4$

【解析】（1）设所求的二次函数为$y=a(x+1)^2-3$，

由条件得：点$(0,-5)$在抛物线上，

$a-3=-5$，得$a=-2$，

故所求的抛物线解析式为$y=-2(x+1)^2-3$，

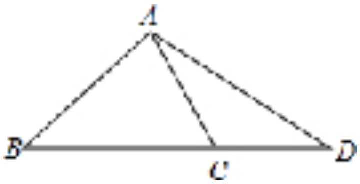
即：$y=-2x^2-4x-5$．

（2）设$y=a(x-1)^2+c$，将$A(1,4)$，$B(-2,1)$代入，

则$\begin{cases} c=4 \\ 9a+c=1 \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} a=-\dfrac{1}{3} \\ c=4 \end{cases}$，

$\therefore y=-\dfrac{1}{3}(x-1)^2+4$．

18．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=8$，$AC=6$，$AD=12$，点D在BC的延长线上，且$\triangle ACD \backsim \triangle BAD$，求$BD$的长．



【答案】9

【解析】$\because \triangle ACD \backsim \triangle BAD$，

$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{AD}{BD}$，即$\dfrac{6}{8}=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{AD}{7+CD}$，

$\therefore AD=\dfrac{4}{3}CD$，$AD=\dfrac{3}{4}(7+CD)$，

$\therefore \dfrac{4}{3}CD=\dfrac{3}{4}(7+CD)$，

解得$CD=9$．

19．如图，在$\triangle ABC$中，$DE \parallel BC$，$AD=3$，$AE=2$，$BD=4$，求AC、EC的长度．

【答案】$AC=\dfrac{14}{3}$，$EC=\dfrac{8}{3}$

【解析】$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{3}{3+4}=\dfrac{3}{7}$，

$\therefore \dfrac{2}{AC}=\dfrac{3}{7}$，

$\therefore AC=\dfrac{14}{3}$，

$\therefore EC=AC-AE=\dfrac{8}{3}$．

20．如图，在平行四边形$ABCD$中，$EF\parallel AB$，$FG\parallel ED$，$DE:DA=2:5$，$EF=4$，求线段CG的长．

【答案】 6

【解析】 $\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，$DC\parallel AB$，

$\because EF\parallel AB$，

$\therefore EF\parallel DC$，

又$\because FG\parallel ED$，

$\therefore$四边形$DEFG$是平行四边形，

$\therefore DG=EF=4$，

$\because EF\parallel AB$，

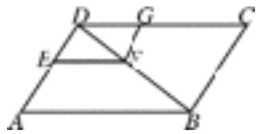
$\therefore DF:FB=DE:EA=2:3$，

$\because FG\parallel ED$，

$\therefore GF\parallel BC$，

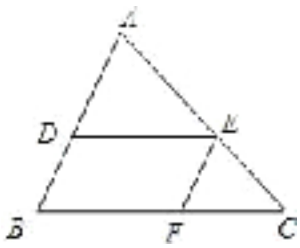
$\therefore DG:CG=DF:FB=2:3$，

$\therefore CG=\dfrac{3}{2}DG=6$．



21．如图，在$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，$EF\parallel AB$，求证：$\triangle ADE\backsim\triangle EFC$．

【答案】 证明见解析．



【解析】 $\because DE\parallel BC$，

$\therefore DE\parallel FC$，

$\therefore \angle AED=\angle C$．

又$\because EF\parallel AB$，

$\therefore EF\parallel AD$，

$\therefore \angle A=\angle FEC$．

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle EFC$．

22．已知，在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{5}{x}$ 与二次函数 $y=-x^2+2x+c$ 的图象交于点 $A(-1,m)$．

（1）求 m，c 的值；

（2）求二次函数图象的对称轴和顶点坐标．

【答案】（1）$m=-5$，$c=-2$；（2）对称轴为直线 $x=1$，顶点坐标为 $(1,-1)$．

【解析】（1）∵点 A 在函数 $y=\frac{5}{x}$ 的图象上，

∴ $m=\frac{5}{-1}=-5$，

∴点 A 坐标为 $(-1,-5)$，

∵点 A 在二次函数图象上，

∴ $-1-2+c=-5$，

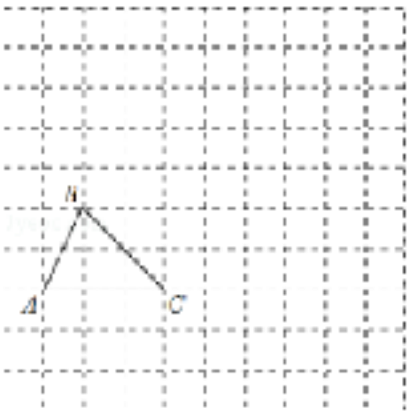
∴ $c=-2$．

（2）∵二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x-2$，

∴ $y=-x^2+2x-2=-(x-1)^2-1$，

∴对称轴为直线 $x=1$，顶点坐标为 $(1,-1)$．

23．如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点 $\triangle ABC$（顶点是网格线的交点）．

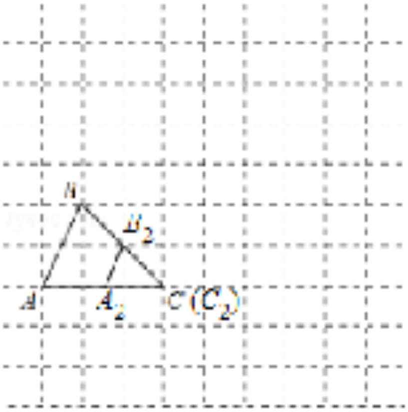


（1）请画一个格点 $\triangle A_1B_1C_1$，使 $\triangle A_1B_1C_1 \backsim ABC$，且相似比不为 1；

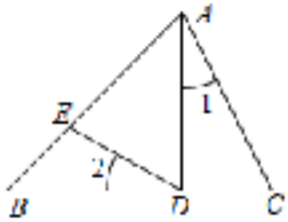
（2）以 C 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$，请画出图形．

【答案】（1）如图所示的 $\triangle A_1B_1C_1$．

（2）如图所示的$\triangle A_2B_2C_2$.



【解析】见答案.



24．在$\triangle ABC$中，$AD = DB$，$\angle 1 = \angle 2$，试证明：$\triangle ABC \backsim EAD$.

【答案】证明见解析.

【解析】$\because AD = DB$，$\therefore \angle DAE = \angle B$，

$\because \angle AED$为$\triangle EBD$的外角，$\angle AED = \angle B + \angle 2$，

另$\angle BAC = \angle BAD + \angle 1$，$\because \angle BAD = \angle DAE = \angle B$，$\angle 1 = \angle 2$，

$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle 1 = \angle B + \angle 2 = \angle AED$，

在$\triangle ABC$和$\triangle EAD$中，

$\because \angle DAE = \angle B$，$\angle BAC = \angle AED$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \ EAD$.

25．心理学家发现，在一定的时间范围内，学生对概念的接受能力 y 与提出概念所用的时间 x（单位：分钟）之间满足函数关系式 $y=-0.1x^2+2.6x+43$（$0 \le x \le 30$），y 的值越大，表示接受能力越强．

（1）若用 10 分钟提出概念，学生的接受能力 y 的值是多少?

（2）如果改用 8 分钟或 15 分钟来提出这一概念，那么与用 10 分钟相比，学生的接受能力是增强了还是减弱了？通过计算来回答．

【答案】（1）59；（2）用 8 分钟与用 10 分钟相比，学生的接受能力减弱了；用 15 分钟与用 10 分钟相比，学生的接受能力增强了．

【解析】（1）当 $x=10$ 时，$y=-0.1x^2+2.6x+43=-0.1\times10^2+2.6\times10+43=59$．

（2）当 $x=8$ 时，$y=-0.1x^2+2.6x+43=-0.1\times8^2+2.6\times8+43=57.4$，

$\therefore$ 用 8 分钟与用 10 分钟相比，学生的接受能力减弱了；

当 $x=15$ 时，$y=-0.1x^2+2.6x+43=-0.1\times15^2+2.6\times15+43=59.5$．

$\therefore$ 用 15 分钟与用 10 分钟相比，学生的接受能力增强了．

26．用 12 米长的木料，做成如图的矩形窗框，则当长和宽各多少米时，矩形窗框的面积最大？最大面积是多少?

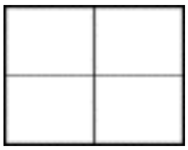
【答案】长与宽都是 2 米，面积最大为 4 平方米．

【解析】设长为 x 米，则宽为 $\frac{12-3x}{3}=(4-x)$ 米，

$S=x(4-x)=-(x-2)^2+4$，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，$S_{最}=4$．

这时长与宽都是 2 米，为正方形窗框．



27．已知二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象C经过$(-5,0)$，$(0,\frac{5}{2})$，$(1,6)$三点，直线l的解析式为$y=2x-3$．

（1）求抛物线C的解析式；

（2）判断抛物线C与直线l有无交点；

（3）若与直线l平行的直线$y=2x+m$与抛物线C只有一个公共点P，求点P的坐标．

【答案】（1）$y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2}$；（2）无；（3）$P(-1,0)$．

【解析】（1）∵二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象C经过$(-5,0)$，$(0,\frac{5}{2})$，$(1,6)$三点，

∴$\begin{cases}0=25a-5b+c\\ \frac{5}{2}=c\\ 6=a+b+c\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=3\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴抛物线C的解析式为：$y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2}$．

（2）∵由（1）得抛物线G的函数解析式为：$y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2}$，

∴$\begin{cases}y=2x-3 ①\\ y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2} ②\end{cases}$，

①-②得，$\frac{1}{2}x^2+x+\frac{11}{2}=0$，

∵$\Delta=1^2-4\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{2}=-10<0$，

∴方程无实数根，即抛物线抛物线C与直线l无交点．

（3）∵与直线l平行的直线$y=2x+m$与抛物线C只有一个公共点P，

∴$\begin{cases}y=2x+m\\ y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2}\end{cases}$，消去$y$得，$\frac{1}{2}x^2+x+\frac{5}{2}-m=0$ ①，

∵抛物线C与直线$y=2x+m$只有一个公共点P，

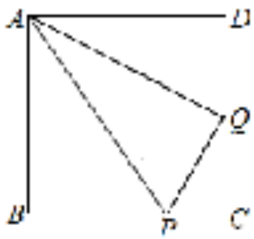
$\therefore \Delta = 1^2 - 4\times\frac{1}{2}\times(\frac{5}{2}-m)=0$，解得 $m=2$，

把 $m=2$ 代入方程①得，$\frac{1}{2}x^2+x+\frac{5}{2}-2=0$，解得 $x=-1$，

把 $x=-1$ 代入直线 $y=2x+2$ 得，$y=0$，

$\therefore P(-1,0)$．

28．已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，P 是 BC 上的点，且 $BP=3$，$PC=1$，Q 是 CD 的中点．求证：（1）$AQ\perp QP$；（2）$\triangle ADQ\backsim\triangle AQP$．



【答案】证明见解析．

【解析】$\because$已知正方形 $ABCD$ 中，P 是 BC 上的点，$BP=3$，$PC=1$，Q 是 CD 的中点，

$\therefore BC=DC$，

$\therefore DC=CP+BP=4$，

$\because Q$ 是 CD 的中点，

$\therefore DP=PC=2$，

则 $QC:CP=AD:DQ=2$，

又$\because \angle ADC=\angle PCQ=90^\circ$，

$\therefore \triangle PCQ\backsim\triangle ADQ$，

$\therefore \angle AQP=180^\circ-\angle AQD-\angle PQC=180^\circ-\angle QPC-\angle PQC=\angle PCQ=90^\circ$，

$\therefore AQ\perp QP$．

$\therefore AQ=2\sqrt{5}$，$PQ=\sqrt{5}$，$AP=5$，

$\therefore AD:AQ=DQ:QP=AQ:AP=2:\sqrt{5}$，

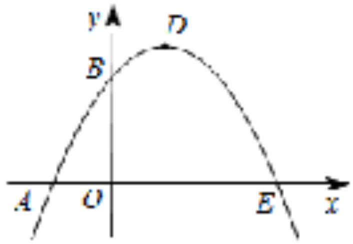
$\therefore \triangle ADQ\backsim\triangle AQP$．

29．如图，已知抛物线与 x 交于 $A(-1,0)$、$E(3,0)$ 两点，与 y 轴交于点 $B(0,3)$．

（1）求抛物线的解析式；

（2）设抛物线顶点为 D，求四边形 $AEDB$ 的面积；

（3）$\triangle AOB$ 与 $\triangle DBE$ 是否相似？如果相似，请给以证明；如果不相似，请说明理由．



【答案】（1）$y=-x^2+2x+3$；（2）9；（3）相似．

【解析】（1）$\because$抛物线与y轴交于点$B(0,3)$，

$\therefore$设抛物线的解析式为$y=ax^2+bx+3$（$a\neq 0$），

根据题意，得$\begin{cases} a-b+3=0 \\ 9a+3b+3=0 \end{cases}$，解得$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为$y=-x^2+2x+3$．

（2）由顶点坐标公式得顶点坐标为$(1,4)$，

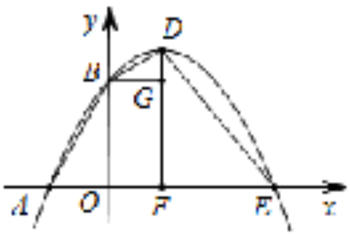
设对称轴与x轴的交点为F，

$\therefore$四边形$ABDE$的面积$=S_{\triangle ABO}+S_{梯 BOFD}+S_{DFE}$

$=\frac{1}{2}AO\cdot BO+\frac{1}{2}(BO+DF)\cdot OF+\frac{1}{2}EF\cdot DF$

$=\frac{1}{2}\times 1\times 3+\frac{1}{2}(3+4)\times 1+\frac{1}{2}\times 2\times 4=9$．

（3）相似．



如图，$BD=\sqrt{BG^2+DG^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$；

$\therefore BE=\sqrt{BO^2+OE^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$DE=\sqrt{DF^2+EF^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore BD^2+BE^2=20$，$DE^2=20$，

即：$BD^2+BE^2=DE^2$，$\therefore$是直角三角形，

$\therefore \angle AOB=\angle DBE=90^\circ$，且$\frac{AO}{BD}=\frac{BO}{BE}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \triangle AOB\backsim DBE$．