# 2015-2016学年北京市三帆中学裕中校区初三上学期期中数学试卷部分解析

**一、选择题：（每题3分，共30分）**

**下面各题均有四个选项，期中只有一个是符合题意的.**

1．已知$\triangle ABC \backsim \ DEF$，若对应边$AB:DE=1:2$，则它们的周长比等于（　）.

A．$1:2$　　B．$1:4$　　C．$2:1$　　D．$4:1$

【答案】A

【解析】相似三角形周长比等于相似比，故答案为A.

2．将抛物线$y=2x^2$向左平移$1$个单位，再向上平移$3$个单位得到的抛物线表达式是（　）.

A．$y=2(x-1)^2-3$　　B．$y=2(x+1)^2+3$　　C．$y=2(x-1)^2+3$　　D．$y=2(x+1)^2-3$

【答案】B

【解析】二次函数平移口诀：左加右减，上加下减，抛物线$y=2x^2$向左平移$1$个单位得$y=2(x+1)^2$，再向上平移$3$个单位得到$y=2(x+1)^2+3$，故答案为B.

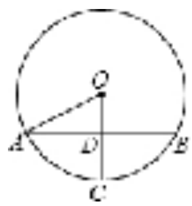
3．如图，已知$\odot O$中，半径$OC$垂直于弦$AB$，垂足为$D$，若$OD=3$，$OA=5$，则$AB$的长为（　）.

A．$2$

B．$4$

C．$6$

D．$8$




【答案】D

【解析】利用勾股定理求出$AD=4$，半径$OC$垂直于弦$AB$，因为垂直于弦的直径平分弦，得$OC$垂直平分CD，所以$AB=2AD=8$.

4．抛物线$y=-3(x+6)^2-1$的对称轴是（　）.

A．$x=-1$　　B．$x=-6$　　C．$x=1$　　D．$x=6$

【答案】B

【解析】解析式为顶点式，由二次函数性质得知，故答案为B

5．小明作了一顶圆锥形纸帽，已知纸帽底面圆的半径为10cm，母线长为50cm，则圆锥形纸帽的侧面积为（　）.

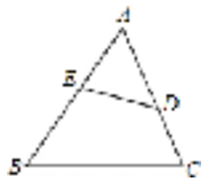
A．$250\ ^2$　　B．$500\ ^2$　　C．$750\ ^2$　　D．$1000\ ^2$

【答案】B
【解析】将圆锥形纸帽展开得到扇形，圆锥母线即扇形半径，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形面积 $=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\times 20\times \quad =$ ，故答案为B.

6．如图，在$\triangle ABC$中，点$D$、$E$分别是$AC$、$AB$边上的点，且$\angle ADE=\angle ABC$，则下列等式成立的是（ ）.

A. $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$　　B. $\frac{AE}{BE}=\frac{AD}{CD}$

C. $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$　　D. $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AC}$




【答案】A
【解析】因为$\angle ADE=\angle ABC$，$\angle A=\angle A$，所以$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，利用对应角找对应边，故答案为A.

7．在平面直角坐标系中，半径为$3$的圆的圆心在$(4,3)$，则这个圆与$x$轴的位置关系是（ ）.

A．相离　　B．相交　　C．相切　　D．无法确定

【答案】C
【解析】圆心纵坐标等于半径长，说明圆心到$x$轴的距离等于半径，符合切线定义，故答案为C.

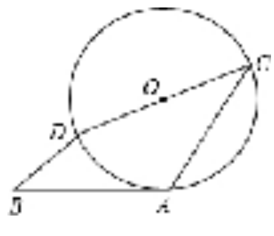
8．如图，已知直线$AB$切$\odot O$于点$A$，$CD$为$\odot O$的直径，若$\angle BAC=123^\circ$，则$\overset{\frown}{AD}$所对的圆心角的度数为（ ）.

A. $23^\circ$

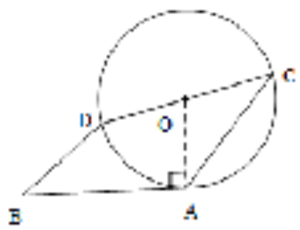
B. $33^\circ$

C. $57^\circ$

D. $66^\circ$




【答案】D
【解析】连接$OA$，因为直线$AB$是切线，所以$\angle OAC=123^\circ-90^\circ=33^\circ$，进而求得$\angle DOA=66^\circ$，故答案为D.




9．下列命题中，正确命题的个数为（ ）.

（1）三点确定一个圆　　（2）垂直于半径的直线是圆的切线

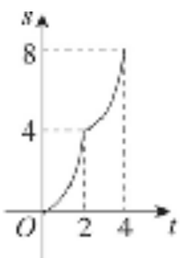
（3）等弧所对的圆周角相等　　（4）垂直于弦的直径平分弦及其所对的弧

A．$1$　　B．$2$　　C．$3$　　D．$4$

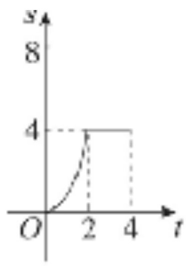
【答案】B

【解析】不在同一条直线上的三点确定一个圆，没有说是否在同一直线，故（1）错；经过半径外端并且垂直于这个半径的直线是圆的切线，没有说是否经过半径外端，故（2）错；故答案为B．

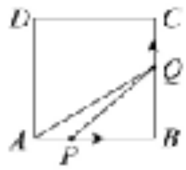
10．如图，在边长为$4$的正方形$ABCD$中，动点$P$从$A$点出发，以每秒$1$个单位长度的速度沿$AB$向$B$点运动，同时动点$Q$从$B$点出发，以每秒$2$个单位长度的速度沿$BC\to CD$方向运动，当$P$运动到$B$点时，$P$，$Q$两点同时停止运动．设$P$点运动的时间为t，$\triangle APQ$的面积为$S$，则$S$与t的函数关系的图象是（　）．

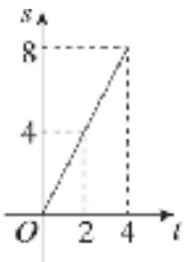


A．

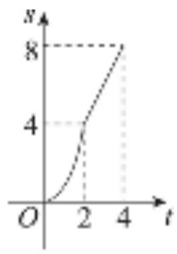


B．





C．



D．

【答案】D

【解析】当$0\leqslant t$　$2$时，$S=\dfrac{1}{2}\times AP\times BQ=\dfrac{1}{2}\times t\times 2t=t^2$，当$2<t$　时，$S=\dfrac{1}{2}\times AP\times 4=\dfrac{1}{2}\times t\times 4=2t$，或者思路为，当$0\leqslant t$　$2$时，底和高同时变化，对应图象为二次函数，当$2<t$　时，底和高只有一个变量，对应图象为一次函数，故答案为D．

## 二、填空题：（每题3分，共18分）

11．二次函数$y=x^2-2x+6$化为$y=(x-m)^2+k$的形式，则$m+k=$__________．

【答案】$6$

【解析】二次函数化为顶点式$y=(x-1)^2+5$，$m+k=1+5=6$．

12．若$\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$，则$\frac{a+b}{b}$的值是__________．

【答案】$\frac{8}{5}$

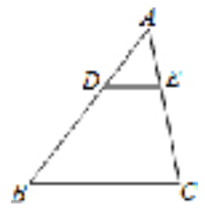
【解析】$\frac{a+b}{b}=\frac{3+5}{5}=\frac{8}{5}$．

13．已知点$A(a_1,b_1)$，点$B(a_2,b_2)$都在二次函数$y=-x^2+6$的图象上，且$a_1<a_2<0$，那么$b_1$__________$b_2$．

【答案】<

【解析】函数对称轴为$x=3$，开口向下，对称轴左侧，$y$随$x$的增大而增大．

14．如图，在$\triangle ABC$中，$DE \parallel BC$交$AB$、$AC$于点$D$、$E$，$AE=1$，$AC=3$，那么$\triangle ADE$与$\triangle ABC$面积的比为__________．




【答案】$1:9$

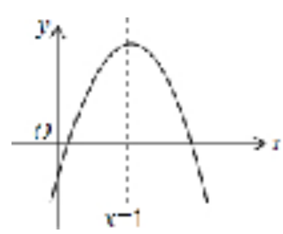
【解析】因为$DE \parallel BC$，所以$\triangle ADE \backsim ABC$，相似三角形面积比等于相似比的平方，所以$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{AE}{AC})^2=\frac{1}{9}$．

15．有一种化学实验中用的圆形过滤纸片，如果需要找它的圆心，请你简要说明你找圆心的方法是__________．

【答案】对折两次找交点

【解析】利用圆的对称性，对折两次，交点为直径的中点，即圆心．

16．已知：二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象如图所示，下列结论中：①$c<0$．②$b^2-8a<4ac$．③$4a-2b+c<0$．④$(a+c)^2<b^2$．⑤$c-a>0$，其中正确的是__________（填写序号）．



【答案】①③④⑤

【解析】函数图象与$y$轴交于负半轴，$\therefore c<0$，①正确；

函数图象开口向下，$\therefore a<0$，与$x$轴有两个交点，$\therefore \Delta=b^2-4ac>0$，$\therefore b^2-4ac>8a$，故②错误；

当$x=-2$时，$y=4a-2b+c<0$，③正确；

当$x=-1$时，$a-b+c<0$，当$x=1$时，$a+b+c>0$，$\therefore (a+c)^2-b^2<0$，④正确；

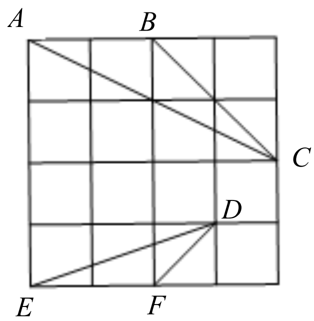
对称轴$-\dfrac{b}{2a}=1$，得$b=-2a$，代入$a+b+c>0$，得$c-a>0$，⑤正确.

**三、解答题：（每题5分，共25分）**

17．如图，在$4\times4$的正方形网格中，$\triangle ABC$和$\triangle DEF$的顶点都在边

（1）求$\angle ABC$的度数及$BC$的长.

（2）判断$\triangle ABC$与$\triangle DEF$是否相似，并证明你的结论.

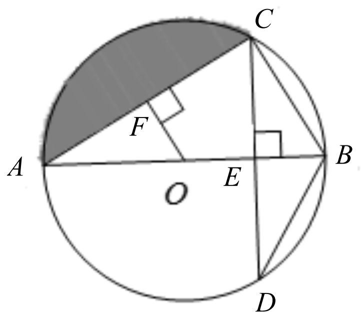



【解析】（1）$\angle ABC=135°$；$BC=2\sqrt{2}$.

(2) $\because \dfrac{AB}{DF}=\dfrac{BC}{EF}=\dfrac{AC}{DE}=\sqrt{2}$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\ \ DEF$.

18．如图，$AB$为$\odot O$的直径，$CD\perp AB$于点$E$，交$\odot O$于点$D$，$OF\perp AC$于点$F$．当$\angle D=30°$，$BC=1$时，求圆中阴影部分的面积.




【解析】$\because \angle A=30°$，$AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ABC=60°$，$AO=OC=BC=1$，

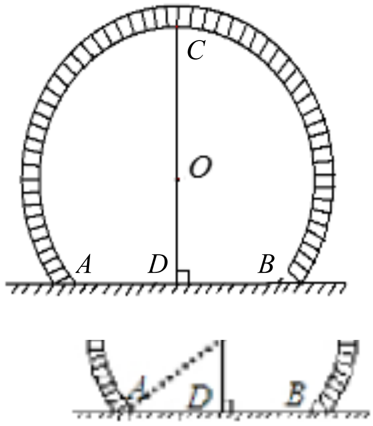
$\therefore \angle AOC=120°$，

$\therefore S_{扇\ \ OAB}=\dfrac{120°}{360°}\times\pi\times\ {}^{2}=\dfrac{}{3}$，【注意有文字】

$\because S_{\triangle AOC}=\dfrac{1}{2}\times AC\times OF=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore S_{阴}=\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{\ }}{4}$.【注意有文字】

19．如图，已知这是一座圆弧形涵洞的入口的示意图，涵洞的最高点$C$到地面$AB$的距离为$6$米，涵洞入口地面的宽度$AB$为$4$米，请你求这座涵洞圆弧所在圆的半径长.




【解析】设半径为 $x$ 米，

由题意得，$AD = BD = 2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOD$ 中，由勾股定理得：

$(6-x)^2 + 2^2 = x^2$，

得 $x = \dfrac{10}{3}$．

20．二次函数的图象经过点 $(1,2)$ 和 $(0,-1)$，且对称轴为 $x=2$，求二次函数解析式．

【解析】设函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$，

$$\begin{cases} \dfrac{b}{-2a} = 2 \\ a + b + c = 2 \\ c = -1 \end{cases}$$

$\therefore a = -1$，$b=4$，

$\therefore y = -x^2 + 4x - 1$

21．已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x - 6$．

（1）求出该函数与 $x$ 轴的交点坐标__________；与 $y$ 轴的交点坐标__________．

（2）在平面直角坐标系中，用描点法画出这个二次函数的图象．

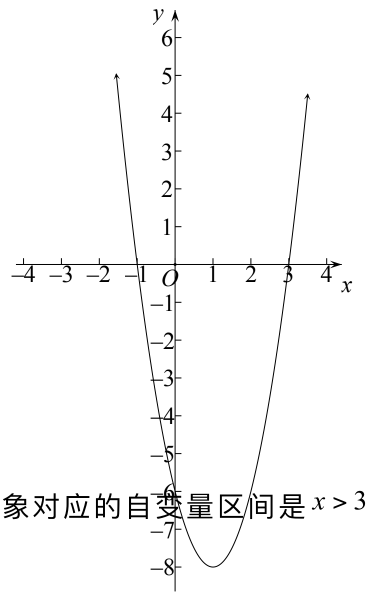
（3）当 $y > 0$ 时，则 $x$ 的取值范围是__________．

【解析】（1）$(3,0)$ $(-1,0)$；$(0,-6)$．

（2）如图所示

| $x$ | ? | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | ? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ? | $0$ | $-6$ | $-8$ | $-6$ | $0$ | ? |

（3） $x>3$或$x<-1$.



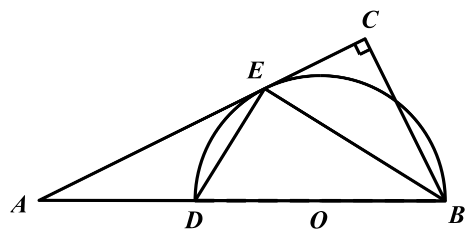
函数与$x$轴交点坐标$(3,0)$ $(-1,0)$，由图象可知，$x$轴上方的函数图象对应的自变量区间是$x>3$或$x<-1$.

**四、解答题：（每题5分，共25分）**

22．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$BE$平分$\angle ABC$，交$AC$于点$E$，点$D$在$AB$边上且$DE\perp BE$.

（1）判断直线$AC$与$\triangle DBE$外接圆$O$的位置关系，并说明理由.

（2）若$AD=6$，$AE=6\sqrt{2}$，求圆的半径$OD$的长.



【解析】（1）相切.

取$BD$中点$O$，连接$OE$，

$\because DE\perp BE$，

$\therefore BD$为$\triangle DBE$外接圆直径，$O$为圆心，

$\therefore OB=OE$

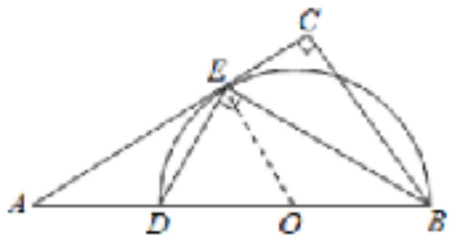
$\therefore \angle OBE=\angle OEB$，

$\because BE$平分$\angle ABC$，

$\therefore \angle OBE=\angle CBE$，

$\therefore \angle OEB=\angle CBE$，

$\therefore BC\parallel OE$，



$\because \angle C = 90°$,

$\therefore \angle OEA = \angle C = 90°$,

$\therefore OE \perp AE$,

$\therefore AC$ 是 $\triangle DBE$ 外接圆的切线.

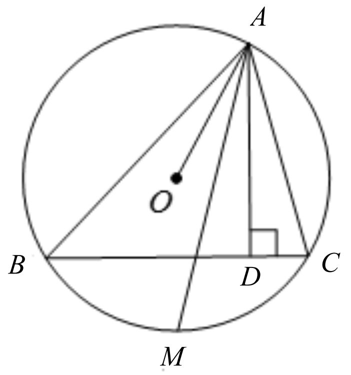
（2）设半径为 $x$，则 $OD = OE = x$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOE$ 中，$AO^2 = OE^2 + AE^2$，

$\therefore (6+x)^2 = x^2 + (6\sqrt{2})^2$，

$\therefore x = 3$.

23．已知：如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，$AM$ 平分 $\angle BAC$，交$\odot O$ 于点 $M$，$AD \perp BC$ 于 $D$．求证：$\angle MAO = \angle MAD$




【解析】延长 $AO$ 交$\odot O$ 于点 $N$，连接 $BN$，

$\because AD \perp BC$，$AN$ 为直径，

$\therefore \angle ADC = \angle ABN = 90°$,

$\therefore \angle N + \angle BAN = \angle C + \angle DAC = 90°$,

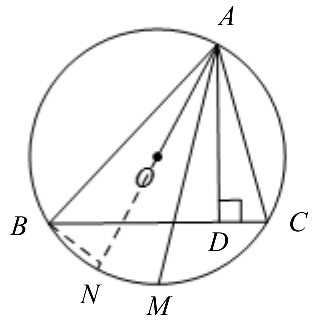
$\because \angle N = \angle C$,

$\therefore \angle BAN = \angle DAC$,

$\because AM$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAM = \angle MAC$,

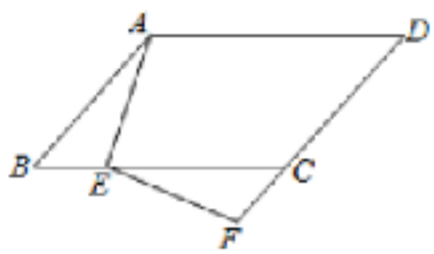
$\therefore \angle MAO = \angle MAD$.




24．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 $E$ 在 $BC$ 边上，点 $F$ 在 $DC$ 的延长线上，且 $\angle DAE = \angle F$．

（1）求证：$\triangle ABE \backsim\ ECF$．

（2）若 $AB = 5$，$AD = 8$，$BE = 2$，求 $FC$ 的长.




【解析】（1）$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$,

$\therefore \angle B = \angle D = \angle BCF$，$\angle AEB = \angle EAD = \angle F$,

$\therefore \triangle ABE \backsim \ ECF$.

（2）$\because BC = AD = 8$，$BE = 2$，

$\therefore EC = 8 - 2 = 6$，

$\because \triangle ABE \backsim \ ECF$，

$\therefore \dfrac{AB}{EC} = \dfrac{BE}{CF}$，

$\therefore \dfrac{5}{6} = \dfrac{2}{CF}$，

$\therefore CF = \dfrac{12}{5}$.

25．已知抛物线 $y = (m-1)x^2 - 2mx + m + 1(m > 1)$.

（1）求抛物线与 $x$ 轴的交点坐标.

（2）若抛物线与 $x$ 轴的两个交点之间的距离为 $2$，求 $m$ 的值；

【解析】（1）令 $y = 0$，得方程 $(m-1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$，

解得：$x_1 = 1$，$x_2 = \dfrac{m+1}{m-1}$，

$\therefore$交点坐标 $(1, 0)$，$(\dfrac{m+1}{m-1}, 0)$.

（2）$\because m > 1$，

$\therefore \dfrac{m+1}{m-1} > 1$，

$\therefore \dfrac{m+1}{m-1} - 1 = 2$

$\therefore m = 2$.

26．有这样一个问题：探究函数 $y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ 的图象与性质，小东根据学习函数的经验，对函数 $y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ 的图象与性质进行了探究．下面是小东的探究过程，请补充完成：

（1）自变量取值范围：__________.

（2）画图象.

① 列表：

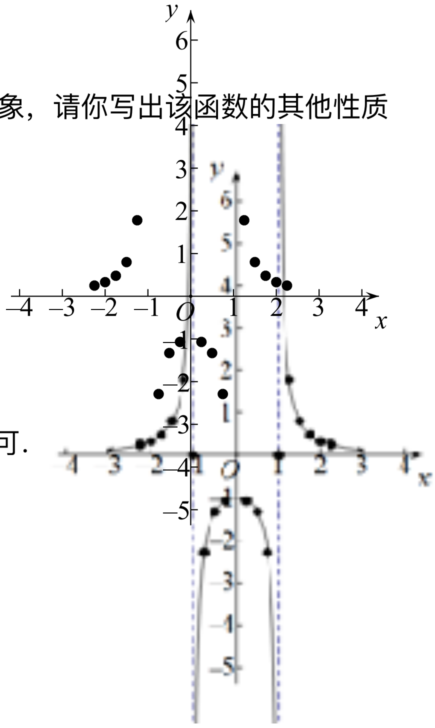
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | ? | $-\dfrac{9}{4}$ | $-2$ | $-\dfrac{7}{4}$ | $-\dfrac{3}{2}$ | $-\dfrac{5}{4}$ | ? |
| $y$ | ? | 0.25 | 0.33 | 0.48 | 0.8 | 1.78 | ? |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-\frac{3}{4}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $0$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{4}$ |
| $y$ | $-2.29$ | $-1.33$ | $-1.07$ | $-1$ | $-1.07$ | $-1.33$ | $-2.29$ |
| $x$ | [?] | $\frac{5}{4}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{7}{4}$ | $2$ | $\frac{9}{4}$ | [?] |
| $y$ | [?] | 1.78 | 0.8 | 0.48 | 0.33 | 0.25 | [?] |

② 描点：（见坐标系）.

③连线：请你在坐标系中补全图象.

（3）进一步探究发现，该函数图象在$y$轴上有一交点为$(0,-1)$，结合图象，请你写出该函数的其他性质（一条即可）：__________.



【解析】（1）由函数$y=\dfrac{1}{x^2-1}$可知$x^2-1\neq 0$，

$\therefore x\neq \pm 1$.

（2）画出图象如图.

（3）由图象可知，当$x<-1$时，$y$随$x$增大而增大．写出一条即可.

**五、解答题：（27题7分，28题7分，29题8分）**

27．用总长为$60\text{m}$的篱笆围成矩形场地，矩形面积$S$随矩形一边长$a$的变化而变化.

（1）当矩形边长$a$为多少米时，矩形面积为$200\text{m}^2$？

（2）求出$S$关于$a$的函数关系式，并写出自变量$a$的取值范围；

（3）当$a$是多少时，场地的面积$S$最大?

【解析】（1）根据题意得：

$a(30-a)=200$

解得：$a_1=10$，$a_2=20$.

(2) $S=-a^2+30a\ (0<a<30)$.

(3) $S=-a^2+30a=-(a-15)^2+225$，$(0<a<30)$

$\therefore a=15$时$S$取最大值$225$.

28．在平面直角坐标系$xOy$中，抛物线$y=mx^2-2mx-3(m\neq 0)$与$x$轴交于$A(3,0)$，$B$两点.

（1）求抛物线的表达式及点$B$的坐标；

（2）当$-2<x<3$时的函数图象记为$G$，求此时函数$y$的取值范围；

（3）在（2）的条件下，将图象$G$在$x$轴上方的部分沿$x$轴翻折，图象$G$的其余部分保持不变，得到一个新图象$M$．若经过点$C(4,2)$的直线$y=kx+b(k\neq 0)$与图象$M$在第三象限内有两个公共点，结合图象直接写出$b$的取值范围.

【解析】（1）将$A(3,0)$代入$y=mx^2-2mx-3$，

解得：$m=1$，$\therefore y=x^2-2x-3$，$B(-1,0)$.

（2）$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

当$-2<x<1$时，$y$随$x$增大而减小，

当$1\leqslant x<3$时，$y$随$x$增大而增大，

$\therefore$当$x=1$时，$y$的最小值为$-4$，

当$x=-2$时，$y$的最大值为$5$.

$\therefore -4\leqslant y<5$.

（3）当直线经过点$B(-1,0)$时，

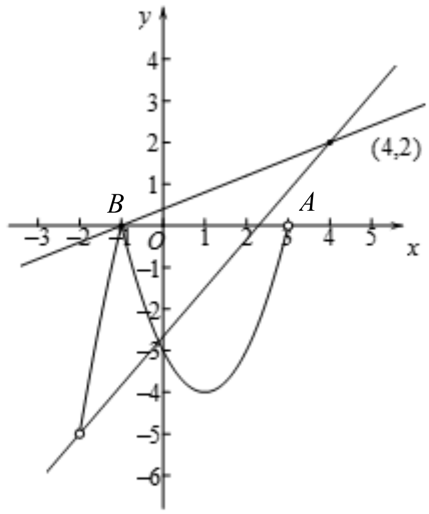
$y=\frac{2}{5}x+\frac{2}{5}$，

当直线经过点$(-2,-5)$时，

$y=\frac{7}{6}x-\frac{8}{3}$，

结合图象可知：

$-\frac{8}{3}<b<\frac{2}{5}$.




29．在$\triangle ABC$中，$a$，$b$，$c$分别为$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对的边，我们称关于$x$的一元二次方程$ax^2+bx-c=0$为“$\triangle ABC$的☆方程”.

根据规定解答下列问题：

（1）“$\triangle ABC$的☆方程”$ax^2+bx-c=0$的根的情况是__________（填序号）；

①有两个相等的实数根　　②有两个不相等的实数根　　③没有实数根

（2）如图，$AD$为$\odot O$的直径，$BC$为弦，$BC\perp AD$于$E$，$\angle DBC=30^\circ$，求“$\triangle ABC$的☆方程”$ax^2+bx-c=0$的解；

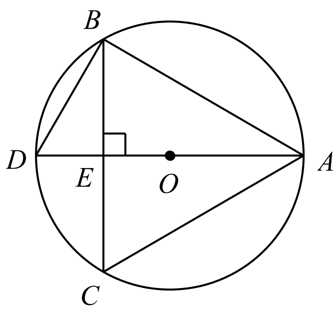
（3）若 $x=\frac{1}{4}c$ 是"$\triangle ABC$ 的☆方程" $ax^2+bx-c=0$ 的一个根，其中 $a$，$b$，$c$ 均为整数，且 $ac-4b<0$，求方程的另一个根．

【解析】（1）$\because a$，$b$，$c$ 分别为 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边，

$\therefore a>0$，$b>0$，$c>0$，

$\therefore \Delta=b^2-4a(-c)>0$，

$\therefore$方程有两个不相等的实数根，答案为②．




（2）$\because AD$ 为$\odot O$的直径，$BC\perp AD$，

$\therefore BE=EC$，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAD=\angle DBC=30^\circ$，

$\therefore AB=AC$（三线合一），

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore a=b=c$，

$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2+4ac}}{2a}=\frac{-a\pm\sqrt{a^2+4a^2}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$．

（3）将 $x=\frac{1}{4}c$ 代入 $ax^2+bx-c=0$，得：

$\frac{ac^2}{16}+\frac{bc}{4}-c=0$，

化简得：$ac+4b-16=0$，

$4b=16-ac$，

$\because ac-4b<0$，

$\therefore 0<ac<8$，

$\because a$，$b$，$c$ 均为整数，$ac+4b=16$，

$\therefore ac$ 能被4整除，

$\therefore ac=4$，

$\therefore b=3$，

当 $a$ 或 $c$ 为 $1$ 或 $4$ 时，不能构成三角形，舍去此种情况，

$\therefore a=c=2$．

$\therefore$方程为 $2x^2+3x-2=0$，

解得 $x_1=\frac{1}{2}$， $x_2=-2$，

$\therefore$另一个根为 $-2$.