

北京市西城外国语学校2015—2016学年度第一学期
(6道重题)初二数学期中考试试卷2015. 11. 6

班、姓名、学号、成绩

一、选择题 (每小题3分, 共30分)

1. 使分式 $\frac{x}{x+1}$ 有意义的条件是 () .

- A. $x \neq -1$ B. $x \neq 1$ C. $x \neq 0$ D. $x+1 > 0$

【答案】A

【解析】由题意得, $x+1 \neq 0$,
解得, $x \neq -1$,
故选: A.

2. 下列各式中, 从左到右的变形是因式分解的是 () .

- A. $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2$ B. $x^2y - xy^2 - 1 = xy(x-y) - 1$
C. $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$ D. $ax + ay + a = a(x+y) + a$

【答案】C

【解析】根据因式分解的意义: 把一个多项式化成几个整式积的形式,
A、右边不是积的形式, 故本选项错误;
B、右边最后不是积的形式, 故本选项错误;
C、右边是 $(a-2b)^2$, 故本选项正确;
D、结果是 $a(x+y+1)$, 故本选项错误.
故选C.

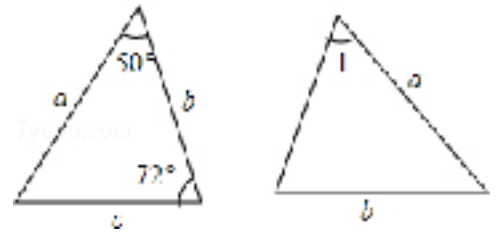
3. 计算 3^{-3} 的结果是 () .

- A. -9 B. -27 C. $\frac{1}{27}$ D. $-\frac{1}{27}$

【答案】C

【解析】 $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$.

4. 已知图中的两个三角形全等, 则 $\angle 1$ 等于 () .



- A. 72° B. 60° C. 50° D. 58°

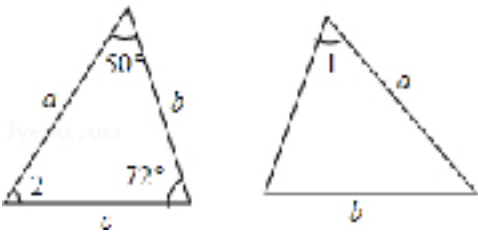
【答案】

【解析】如图，由三角形内角和定理得到： $\angle 2 = 180^\circ - 50^\circ - 72^\circ = 58^\circ$ 。

\therefore 图中的两个三角形全等，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 58^\circ$ 。

故选：D。



5. 下列变形正确的是（ ）。

- A. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a}{b}$ B. $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$ C. $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$ D. $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = -1$

【答案】B

【解析】A、 $\frac{a+1}{b+1} = \frac{a+1}{b+1}$ ，此选项错误；

B、 $\frac{a-1}{-b} = -\frac{a-1}{b}$ ，此选项正确；

C、 $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}$ ，此选项错误；

D、 $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = 1$ ，此选项错误。

故选B。

6. 如果多项式 $x^2 + ax + b$ 可因式分解为 $(x-1)(x+2)$ ，则 a 、 b 的值为（ ）。

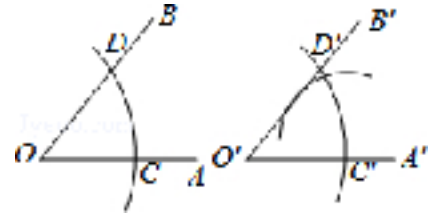
- A. $a=1$ ， $b=2$ B. $a=1$ ， $b=-2$
C. $a=-1$ ， $b=-2$ D. $a=-1$ ， $b=2$

【答案】B

【解析】根据题意得： $x^2 + ax + b = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$ ，
则 $a=1$ ， $b=-2$ 。

故选B

7. 8aac50a74e724b3f014e7b0a44af2797请仔细观察用直尺和圆规作一个角 $\angle A'O'B'$ 等于已知角 $\angle AOB$ 的示意图, 根据图形全等的知识, 说明画出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是() .



- A. SSS B. ASA C. AAS D. SAS

【答案】

【解析】根据作图过程可知 $O'C=OC$, $O'D'=OD$, $C'D'=CD$,
在 $\triangle OCD$ 与 $\triangle O'C'D'$ 中,

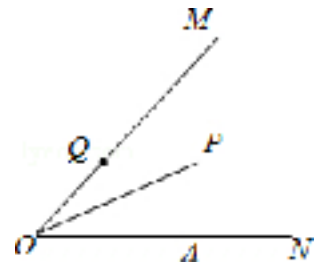
$$\begin{cases} O'C = OC \\ O'D' = OD \\ C'D' = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$ (SSS) ,

$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB$.

故选: A.

8. 如图, OP 平分 $\angle MON$, $PA \perp ON$ 于点 A , 点 Q 是射线 OM 上的一个动点, 若 $PA=3$, 则 PQ 的最小值为() .

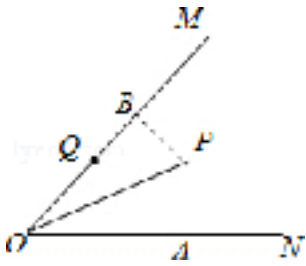


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无法确定

【答案】 C

【解析】过点 P 作 $PB \perp OM$ 于 B ,
 $\therefore OP$ 平分 $\angle MON$, $PA \perp ON$, $PA=3$,
 $\therefore PB = PA = 3$,
 $\therefore PQ$ 的最小值为 3.

故选: C.



9. 甲、乙两班学生参加植树造林，已知甲班每天比乙班多植树⁵棵，甲班植树⁸⁰棵所用的天数与乙班植树⁷⁰棵所用的天数相等，若设甲班每天植树 x 棵，则根据题意得出的方程是（ ）。

- A. $\frac{80}{x-5} = \frac{70}{x}$ B. $\frac{80}{x} = \frac{70}{x+5}$ C. $\frac{80}{x+5} = \frac{70}{x}$ D. $\frac{80}{x} = \frac{70}{x-5}$

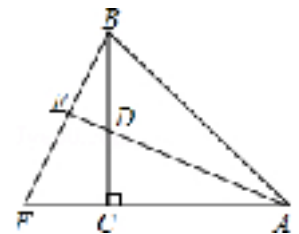
【答案】D

【解析】设甲班每天植树 x 棵，则乙班每天植树 $(x-5)$ 棵，

由题意得， $\frac{80}{x} = \frac{70}{x-5}$ 。

故选D。

10. 如图，在Rt△ABC中，AC=BC，∠ACB=90°，AD平分∠BAC，BE⊥AD交AC的延长线于F，E为垂足。则结论：（1）AD=BF；（2）CF=CD；（3）AC+CD=AB；（4）BE=CF；（5）BF=2BE，其中正确的结论个数是（ ）。



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】

【解析】①∵BC=AC，∠ACB=90°，

∴∠CAB=∠ABC=45°，

∵AD平分∠BAC，

∴∠BAE=∠EAF=22.5°，

∵在Rt△ACD与Rt△BFC中，∠EAF+∠F=90°，∠FBC+∠F=90°，

∴∠EAF=∠FBC，

∵BC=AC，∠EAF=∠FBC，∠BCF=∠AEF，

∴Rt△ADC≌Rt△BFC，

∴AD=BF；

故①正确；

②∵①中Rt△ADC≌Rt△BFC，

∴CF=CD,

故②正确;

③∵①中Rt△ADC≌Rt△BFC,

∴CF=CD, AC+CD=AC+CF=AF,

∴∠CBF=∠EAF=22.5°,

∴在Rt△AEF中, ∠F=90°-∠EAF=67.5°,

∴∠CAB=45°,

∴∠ABF=180°-∠F-∠CAB=180°-67.5°-45°=67.5°,

∴AF=AB, 即AC+CD=AB,

故③正确;

④由③可知, △ABF是等腰三角形,

∴BE⊥AD,

∴BE=BF,

?

∴在Rt△BCF中, 若BE=CF, 则∠CBF=30°, 与②中∠CBF=22.5°相矛盾,

故BE≠CF,

故④错误;

⑤由③可知, △ABF是等腰三角形,

∴BE⊥AD,

∴BF=2BE,

故⑤正确.

所以①②③⑤四项正确.

故选D.

二. 填空题 (每小题2分, 共16分)

11. 空气的单位体积质量是0.001239克/立方厘米, 0.001239用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.239×10^{-3}

【解析】 $0.001239 = 1.239 \times 10^{-3}$.

故答案为: 1.239×10^{-3} .

12. 57e036bb9ebb4a0c94189d3fc359d458分解因式: $x^2 - 4y^2 =$ _____.

【答案】 $(x-2y)(x+2y)$

【解析】 $x^2 - 4y^2 = (x-2y)(x+2y)$.

13. 若 $(x+3)^0 = 1$, 则x的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq -3$

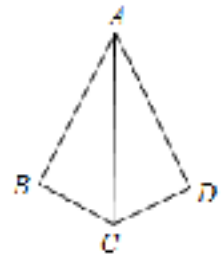
【解析】由 $(x+3)^0=1$ ，得
 $x+3 \neq 0$ ，
 解得 $x \neq -3$ 。
 故答案为： $x \neq -3$ 。

14. 若 $\frac{x^2-1}{x-1}=0$ ，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 -1

【解析】根据题意得， $x^2-1=0$ 且 $x-1 \neq 0$ ，
 解得 $x = \pm 1$ 且 $x \neq 1$ ，
 所以： $x = -1$ 。
 故答案为： -1 。

15. 如图：已知 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，添加一个条件 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，则能够证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，其理由是
 (简写) $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 $AD = AB$

【解析】添加 $AD = AB$ 。理由如下：
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} AD = AB \\ AC = AC \end{cases}$$
，
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle ADC$ (HL)。
 故答案可以是： $AD = AB$ 。

16. [ff8080814db3e92e014dc13ea4290ffe](#) 已知三角形的两边长分别为5和7，则第三边的中线长x的范围是
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $1 < x < 6$

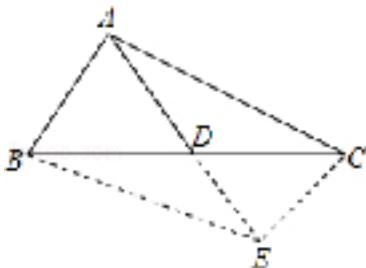
【解析】如图所示， $AB=5$ ， $AC=7$ ，
 设 $BC=2a$ ， $AD=x$ ，
 延长 AD 至 E ，使 $AD=DE$ ，
 在 $\triangle BDE$ 与 $\triangle CDA$ 中，
 $\therefore AD=DE$ ， $BD=CD$ ， $\angle ADC = \angle BDE$ ，
 $\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA$ ，

$$\therefore AE=2x, BE=AC=7,$$

在 $\triangle ABE$ 中, $BE-AB < AE < AB+BE$, 即 $7-5 < 2x < 7+5$,

$$\therefore 1 < x < 6.$$

故答案为: $1 < x < 6$.



17. 已知 $x^2 + 3x + 1 = 0$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值为_____.

【答案】 7

【解析】 $\because x^2 + 3x + 1 = 0$,

而 $x \neq 0$,

$$\therefore x + 3 + \frac{1}{x} = 0,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7.$$

故答案为 7.

18. 观察下列各式:

$$39 \times 41 = 40^2 - 1^2$$

$$48 \times 52 = 50^2 - 2^2$$

$$52 \times 62 = 57^2 - 5^2$$

$$67 \times 77 = 72^2 - 5^2$$

请你把发现的规律用字母表示出来: $mn =$ _____.

【答案】 $\left(\frac{n+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-m}{2}\right)^2$

【解析】 $39 \times 41 = 40^2 - 1^2 = \left(\frac{41+39}{2}\right)^2 - \left(\frac{41-39}{2}\right)^2$,

$$48 \times 52 = 50^2 - 2^2 = \left(\frac{52+48}{2}\right)^2 - \left(\frac{52-48}{2}\right)^2,$$

$$52 \times 62 = 57^2 - 5^2 = \left(\frac{62+52}{2}\right)^2 - \left(\frac{62-52}{2}\right)^2,$$

$$67 \times 77 = 72^2 - 5^2 = \left(\frac{77+67}{2}\right)^2 - \left(\frac{77-67}{2}\right)^2,$$

...

由此可得： $mn = \left(\frac{n+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-m}{2}\right)^2$

故答案为 $\left(\frac{n+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-m}{2}\right)^2$

三、解答题（共54分）

19. 把下列各式因式分解（每小题3分，共6分）

(1) $x^2 - 5x - 6$

(2) $4x^2y - 4xy + y$

【答案】

【解析】 (1) 原式 $= (x+1)(x-6)$ ；

(2) 原式 $= y(4x^2 - 4x + 1) = y(2x-1)^2$

20. 计算（每小题3分，共12分）

(1) $(-3)^3 - \left|-\frac{1}{2}\right| + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times (1-\sqrt{3})^0$

(2) $-\left(\frac{b^3}{a}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2a}{b}\right)^3 \div (-2ab^4)$

(3) $\frac{x+9}{x^2-9} - \frac{2}{x-3}$

(4) $\frac{16-a^2}{a^2+8a+16} \div \frac{a-4}{2a+8}$

【解析】 (1) 原式 $= -27 - \frac{1}{2} + 25 \times 1$
 $= -2\frac{1}{2}$

(2) 原式 $= -\frac{b^6}{a^2} \cdot \frac{8a^3}{b^3} \cdot \frac{1}{2ab^4}$
 $= -\frac{8a^3b^6}{2a^3b^7}$
 $= -\frac{4}{b}$

(3) 原式 $= \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} - \frac{2}{x-3}$
 $= \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} - \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{x+9-2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$

$$= \frac{x+9-2x-6}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{3-x}{(x+3)(x-3)}$$

$$= -\frac{1}{x+3}$$

$$(4) \text{ 原式} = -\frac{a^2-16}{(a+4)^2} \div \frac{a-4}{2(a+4)}$$

$$= -\frac{(a+4)(a-4)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2(a+4)}{a-4}$$

$$= -2$$

21. (本题4分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{1}{x}) \div \frac{1}{x+1}$, 其中 $x=2$.

$$\text{【解析】原式} = [\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x}] \cdot (x+1)$$

$$= [\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x}] \cdot (x+1)$$

$$= \frac{x^2+1}{x(x+1)} \cdot (x+1)$$

$$= \frac{x^2+1}{x}$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2^2+1}{2} = \frac{5}{2}$$

22. (本题5分) 解分式方程: $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$.

$$\text{【解析】去分母得: } 2+x(x+2)=x^2-4,$$

$$\text{解得: } x=-3,$$

经检验 $x=-3$ 是分式方程的解.

23. (本题5分) 8aac49074ff4b162015004ec34ec1e28

已知: 如图, $CB=DE$, $\angle B=\angle E$, $\angle BAE=\angle CAD$.

求证: $AC=AD$.

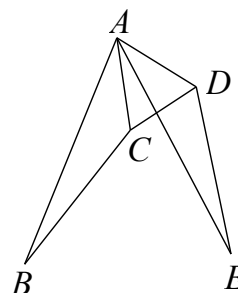
证明:

$$\text{【解析】} \because \angle BAE=\angle CAD$$

$$\therefore \angle BAE-\angle CAE=\angle CAD-\angle CAE$$

$$\therefore \angle BAC=\angle EAD,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 中,



$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ \angle BAC = \angle EAD \\ CB = DE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ (AAS),

$\therefore AC = AD$.

24. (本题5分) 已知 a 、 b 满足等式 $a^2 + b^2 - 4(2b - a) + 20 = 0$, 求 $a + b$ 值.

【解析】 $\because a^2 + b^2 - 4(2b - a) + 20 = 0$,

$$\therefore a^2 + b^2 - 8b + 4a + 20 = 0 \Rightarrow a^2 + 4a + 4 + b^2 - 8b + 16 = 0,$$

$$\therefore (a + 2)^2 + (b - 4)^2 = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} a + 2 = 0 \\ b - 4 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore a + b = -2 + 4 = 2.$$

25. (本题5分) 列方程解应用题:

从 A 地到 B 地的路程是 30 千米. 甲骑自行车从 A 地到 B 地先走, 半小时后, 乙骑自行车从 A 地出发, 结果二人同时到达. 已知乙的速度是甲的速度的 1.5 倍, 求甲、乙二人骑车速度各是多少?

【解析】 设甲的速度为 x 千米/时, 则乙的速度为 $1.5x$ 千米/时, 由题意得:

$$\frac{30}{x} = \frac{30}{1.5x} + \frac{1}{2},$$

解得: $x = 20$,

经检验: $x = 20$ 是原分式方程的解,

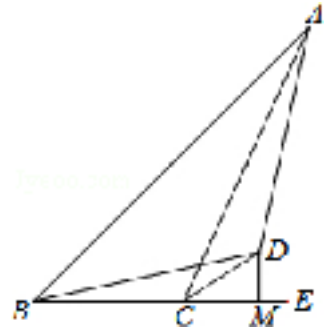
$$1.5 \times 20 = 30 \text{ (千米/时)}.$$

答: 甲的速度为 20 千米/时, 则乙的速度为 30 千米/时.

26. (本题5分) 已知: 如图, 点 B 、 C 、 E 三点在同一条直线上, CD 平分 $\angle ACE$, $DB = DA$, $DM \perp BE$ 于 M .

(1) 求证: $AC = BM + CM$;

(2) 若 $AC = 2$, $BC = 1$, 求 CM 的长.



【解析】 (1) 证明: 作 $DN \perp AC$ 于 N ,

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACE$, $DM \perp BE$,

$\therefore DN = DM$,

在 $\text{Rt}\triangle DCN$ 和 $\text{Rt}\triangle DCM$ 中,

$$\begin{cases} CD = CD \\ DN = DM \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DCN \cong \text{Rt}\triangle DCM$ (HL),

$\therefore CN = CM$,

在 $\text{Rt}\triangle ADN$ 和 $\text{Rt}\triangle BDM$ 中,

$$\begin{cases} AD = BD \\ DN = DM \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADN \cong \text{Rt}\triangle BDM$ (HL),

$\therefore AN = BM$,

$\therefore AC = AN + CN$,

$\therefore AC = BM + CM$.

(2) 解: $\because AN = AC - CN$, $BM = BC + CM$,

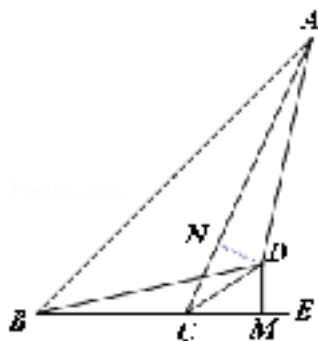
$\therefore AC - CN = BC + CM$,

$\therefore AC - CM = BC + CM$,

$\therefore 2CM = AC - BC$,

$\therefore AC = 2$, $BC = 1$,

$\therefore CM = 0.5$.



27. (本题7分)

(1) 尺规作图: 如图 *a*, 已知 $\angle MON$, 作 $\angle MON$ 的平分线 OP , 并在 OP 上任取一点 Q , 分别在 OM 、 ON 上各取一点 S 、 T , 作 $\triangle OSQ$ 和 $\triangle OTQ$, 使得 $\triangle OSQ \cong \triangle OTQ$. (不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 请你参考这个作全等三角形的方法, 解答下列问题:

①如图 *b*, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 是直角, $\angle B = 60^\circ$, AD 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线, AD 、 CE 相交于点 F . 请你判断并写出 FE 与 FD 之间的数量关系;

②如图 *c*, 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle ACB$ 不是直角, 而①中的其它条件不变, 请问, 你在①中所得结论是否仍然成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.

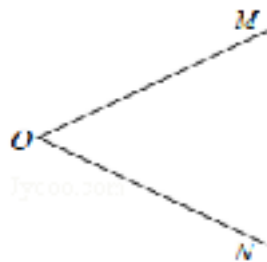


图 *a*

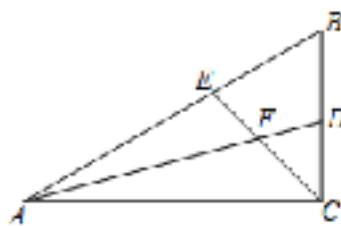


图 *b*



图 *c*

【解析】(1) 如图 *a* 所示:

(2) ① $EF = DF$,

如图 *b*, 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于 G , 作 $FH \perp BC$ 于 H , 作 $FK \perp AC$ 于 K ,

$\because AD$ 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线,

$\therefore FG = FH = FK$,

在四边形 $BGFH$ 中, $\angle GFH = 360^\circ - 60^\circ - 90^\circ \times 2 = 120^\circ$,

$\because AD$ 、 CE 分别是 $\angle BAC$ 、 $\angle BCA$ 的平分线, $\angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \angle FAC + \angle FCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

在 $\triangle AFC$ 中, $\angle AFC = 180^\circ - (\angle FAC + \angle FCA) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$$\therefore \angle EFD = \angle AFC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle DFH,$$

在 $\triangle EFG$ 和 $\triangle DFH$ 中,

$$\begin{cases} \angle EFG = \angle DFH \\ \angle EGF = \angle DHF = 90^\circ \\ FG = FH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EFG \cong \triangle DFH \quad (\text{ASA}),$$

$$\therefore FE = FD.$$

$EF = FD$ 仍然成立.

②如图 c,

过点 F 分别作 $FG \perp AB$ 于点 G , $FH \perp BC$ 于点 H .

$$\therefore \angle FGE = \angle FHD = 90^\circ,$$

$\therefore \angle B = 60^\circ$, 且 AD , CE 分别是 $\angle BAC$, $\angle BCA$ 的平分线,

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 60^\circ$, F 是 $\triangle ABC$ 的内心,

$$\therefore \angle GEF = \angle BAC + \angle 3 = 60^\circ + \angle 1,$$

$\therefore F$ 是 $\triangle ABC$ 的内心, 即 F 在 $\angle ABC$ 的角平分线上,

$\therefore FG = FH$ (角平分线上的点到角的两边相等).

又 $\therefore \angle HDF = \angle B + \angle 1$ (外角的性质),

$$\therefore \angle GEF = \angle HDF.$$

在 $\triangle EGF$ 与 $\triangle DHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle GEF = \angle HDF \\ \angle FGE = \angle FHD = 90^\circ \\ FG = FH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EGF \cong \triangle DHF \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore FE = FD.$$

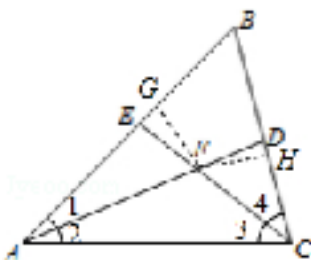


图 c

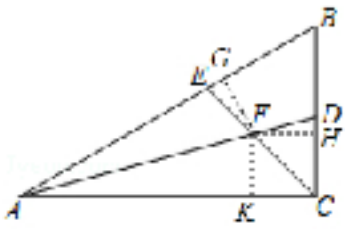


图 b

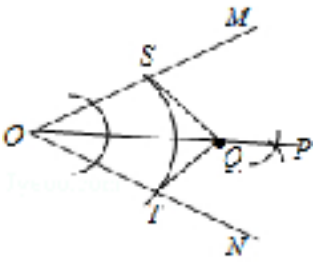


图 a