2015北京三帆中学初二上期中数学试卷

一、选择题

1．下列等式成立的是（ ）．

A．$(-\frac{2}{3})^{-2}=\frac{4}{9}$　　B．$\frac{-a+b}{c}=-\frac{a+b}{c}$

C．$0.00061=6.1\times10^{-5}$　　D．$\frac{-a-b}{-a+b}=\frac{a+b}{a-b}$

2．化简$\frac{m^2-3m}{9-m^2}$的结果是（ ）．

A．$\frac{m}{m+3}$　　B．$-\frac{m}{m+3}$　　C．$\frac{m}{m-3}$　　D．$\frac{m}{3-m}$

3．根据下列已知条件，能唯一画出$\triangle ABC$的是（ ）．

A．$AB=3$，$BC=4$，$AC=8$

B．$AB=4$，$BC=3$，$\angle A=30°$

C．$\angle A=60°$，$\angle B=45°$，$AB=4$

D．$\angle C=90°$，$AB=6$

4．把多项式$x^2+mx-35$分解因式为$(x-5)(x+7)$，则m的值是（ ）．

A．2　　B．-2　　C．12　　D．-12

5．若分式方程$\frac{3x}{x+1}=\frac{m}{x+1}+2$无解，则$m$的值为（ ）．

A．-1　　B．-3　　C．0　　D．-2

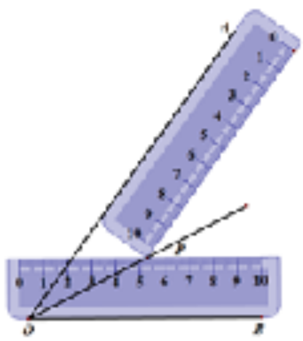
6．已知三角形的两边长分别为5和7，则第三边上的中线长x的范围是（ ）．

A．$2<x<12$　　B．$5<x<7$　　C．$1<x<6$　　D．无法确定

7．甲、乙两班学生植树造林，已知甲班每天比乙班多植5棵树，甲班植80棵树所用的天数与乙班植70棵树所用的天数相等，若设乙班每天植树x棵，则根据题意列出方程是（ ）．

A．$\frac{80}{x-5}=\frac{70}{x}$　　B．$\frac{80}{x}=\frac{70}{x+5}$　　C．$\frac{80}{x+5}=\frac{70}{x}$　　D．$\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$

8．小明同学在学习了全等三角形的相关知识后发现，只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线．如图1：一把直尺压住射线OB，另一把直尺压住射线OA并且与第一把直尺交于点P，小明说："射线OP就是$\angle BOA$的角平分线．"他这样做的依据是（ ）．



A．角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上

B．角平分线上的点到这个角两边的距离相等

C．三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等

D．以上均不正确

9．如图2，$\triangle ABC$中，$AB \perp BC$，$BE \perp AC$，$\angle 1 = \angle 2$，$AD = AB$，则下列结论不正确的是（ ）．

A．$BF = DF$

B．$\angle 1 = \angle EFD$

C．$BF > EF$

D．$FD \parallel BC$

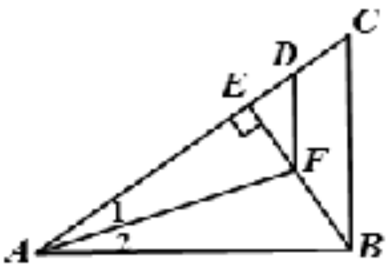


图2

10．已知$x = a^2 + b^2 + 20$，$y = 4(2b - a)$，x，y的大小关系是（ ）．

A．$x < y$　　B．$x > y$　　C．$x \le y$　　D．$x \ge y$

二、填空题

11．如图3，已知$AB \perp BD$，$AB \parallel ED$，$AB = ED$，要证明$\triangle ABC \cong \triangle EDC$，若以“$SAS$”为依据，还要添加的条件为______________．若添加条件$AC = EC$，则可以用_______方法判定全等．

图3

12．当$x =$__________时，分式$\dfrac{4-x}{x-3}$无意义．当$x =$__________时，分式$\dfrac{|x|-9}{x+9}$的值等于零．

13．计算：$2014 + 2014^2 - 2015^2 =$__________．

14．轮船在静水中的速度是a千米/时，水流速度是b千米/时，则逆流航行10千米所用时间为__________小时．

15．已知：$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 3$，则$\dfrac{ab}{3a - ab + 3b} =$__________．

16．如图4，$AE=AF$，$AB=AC$，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=24^\circ$，则$\angle AEC=$__________.

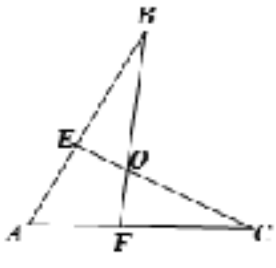


图 4

17．如图5，在$\triangle ABC$中，点D为BC上一点，E、F两点分别在边AB、AC上，若$BE=CD$，$BD=CF$，$\angle B=\angle C$，$\angle A=50^\circ$，则$\angle EDF=$__________.

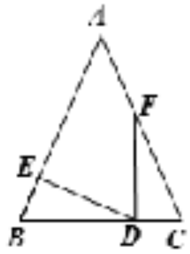


图 5

18．如图6，四边形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，点E是边AD上的点，BE平分$\angle ABC$，CE平分$\angle BCD$，有下列结论：①$AD=AB+CD$，②E为AD的中点，③$BC=AB+CD$，④$BE\perp CE$，其中正确的有__________．（填序号）

图 6

三、分解因式

19．$a^4-a^2b^2$．

20．$4x^3+4x^2y+xy^2$．

21．$x^2+4x-21$．

22．x^2-y^2+2y-1．

四、（本题共8分，每小题4分）

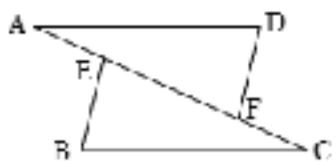
23．计算 $(-\frac{a}{b})^2\cdot(\frac{b}{a^2})^2\div(-2ab)^2$．

24．解方程 $\frac{3}{2x-2}-\frac{1}{x-1}=3$．

五、解答题

25．已知：如图，点 A、E、F、C 在同一条直线上，$DF=BE$，$\angle B=\angle D$，$AD\parallel BC$．

求证：$AE=CF$．



26．先化简再求值：已知 $a^2+2a-1=0$，求 $(\frac{a-2}{a^2+2a}-\frac{a-1}{a^2+4a+4})\div\frac{a-4}{a+2}$ 的值．

27．请看下面的问题：把x^4+4分解因式

分析：这个二项式既无公因式可提，也不能直接利用公式，怎么办呢?

19世纪的法国数学家苏菲•热门抓住了该式只有两项，而且属于平方和$(x^2)^2+(2)^2$的形式，要使用公式就必须添一项$4x^2$，随即将此项$4x^2$减去，即可得$x^4+4=x^4+4x^2+4-4x^2=(x^2+2)^2-(2x)^2=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

人们为了纪念苏菲•热门给出这一解法，就把它叫做“热门定理”，请你依照苏菲•热门的做法，将下列各式因式分解.

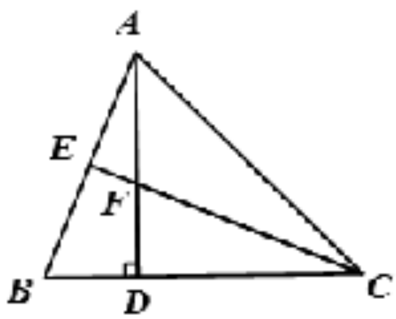
（1）x^4+4y^4

（2）$x^2-2ax-b^2-2ab$

28．如图，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$于D，CE平分$\angle ACB$分别交AB、AD于E、F两点，且$BD=FD$，$AB=CF$．求证：

（1）$CE\perp AB$.

（2）$AE=BE$.

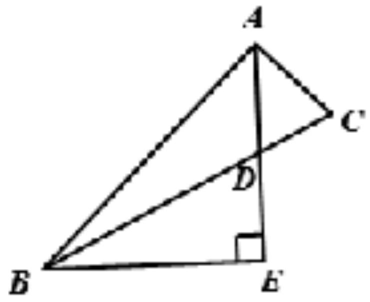


29．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=3AC$，AD平分$\angle BAC$，$BE\perp AD$交AD的延长线于点E．设$\triangle ACD$的面积是S．

（1）求$\triangle ABD$的面积.

（2）求证：$AD=DE$．

（3）探究$BE-AC$和$BD-CD$之间的大小关系并证明你的结论.



附加卷

1．已知 a、b、c 满足 $a-b=8$，$ab+c^2+16=0$，则 $2a+b+c$ 的值等于______．

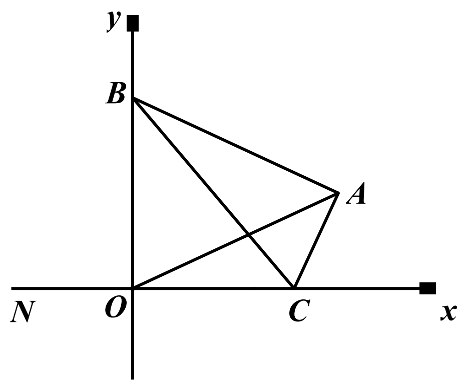
2．已知 $a+x^2=2013$，$b+x^2=2014$，$c+x^2=2015$，且 $abc=6048$，则 $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$ 的值等于________．

3．如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle ABC$ 的顶点 B 是 y 轴正半轴上一个定点，D 是 BO 的中点．点 C 在 x 轴上，A 在第一象限，且满足 $AB=AO$，N 是 x 轴负半轴上一点，$\angle BCN=\angle BAO=\alpha$．

（1）当点 C 在 x 轴正半轴上移动时，求 $\angle BCA$．（结果用含 α 的式子表示）

（2）当某一时刻 $A(20,17)$ 时，求 $OC+BC$ 的值．

（3）当点 C 沿 x 轴负方向移动且与点 O 重合时，$\alpha=$________，此时以 AO 为斜边在坐标平面内作一个 $\mathrm{Rt}\triangle AOE$（E 不与 D 重合），则 $\angle AED$ 的度数的所有可能值有________．（直接写出结果）



2015北京三帆中学初二上期中数学试卷参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	A	B	C	C	A	B	D

二、填空题

11．$BC=CD$、HL

12．3、9

13．-2015

14．$\dfrac{10}{a-b}$

15．$\dfrac{1}{8}$

16．96

17．65

18．②③④

三、分解因式

19．解：$a^4-a^2b^2$

$=a^2(a^2-b^2)$

$=a^2(a+b)(a-b)$．

20．解：$4x^3+4x^2y+xy^2$

$=x(4x^2+4xy+y^2)$

$=x(2x+y)^2$．

21．解：$x^2+4x-21$

$=(x+7)(x-3)$．

22．解：x^2-y^2+2y-1

$=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$．

四、（本题共8分，每小题4分）

23．解：原式 $=\dfrac{a^2}{b^2}\cdot\dfrac{b^2}{a^4}\div(4a^2b^2)$

$=\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{b^2}{a^4}\cdot\frac{1}{4a^2b^2}$

$=\frac{1}{4a^4b^2}$.

24．解：两边同乘$2(x-1)$，

$3-2=6(x-1)$，

解得：$x=\frac{7}{6}$.

检验：当$x=\frac{7}{6}$时，$2(x-1)\neq 0$，

∴原方程的解为$x=\frac{7}{6}$.

五、解答题

25．证明：∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle A=\angle C$，

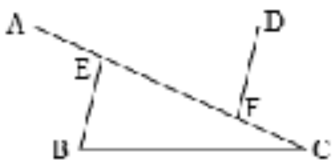
在$\triangle ADF$和$\triangle CBE$中，

$\begin{cases}\angle A=\angle C\\ \angle D=\angle B\\ DF=BE\end{cases}$，

∴$\triangle ADF\cong\triangle CBE$（$AAS$），

∴$AF=CE$，

∴$AF-EF=CE-EF$，即$AE=CF$.



26．解：原式$=[\frac{a-2}{a(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}]\cdot\frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{a^2-4-a(a-1)}{a(a+2)^2}\cdot\frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{1}{a(a+2)}$

$=\frac{1}{a^2+2a}$.

∵$a^2+2a-1=0$，

∴$a^2+2a=1$，

∴原式$=\frac{1}{a^2+2a}=1$.

27．解：（1）x^4+4y^4

$=x^4+4x^2y^2+4y^4-4x^2y^2$

$=(x^2+2y^2)^2-4x^2y^2$

$=(x^2+2y^2+2xy)(x^2+2y^2-2xy)$．

（2）$x^2-2ax-b^2-2ab$

$=x^2-2ax+a^2-a^2-b^2-2ab$

$=(x-a)^2-(a+b)^2$

$=(x-a+a+b)(x-a-a-b)$

$=(x+b)(x-2a-b)$．

28．证明：（1）$\because AD\perp BC$ 于 D，

$\therefore \angle ADB=\angle CDF=90°$

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle CDF$ 中，

$\begin{cases}AB=CF\\BD=DF\end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ADB\cong\mathrm{Rt}\triangle CDF$（$HL$），

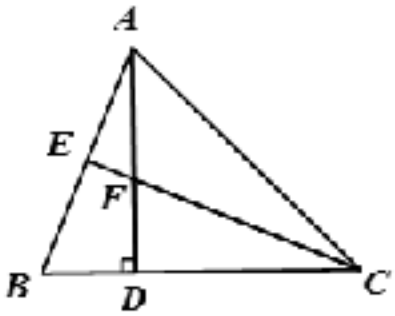
$\therefore \angle BAD=\angle DCF$，

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$\angle EAF=\angle DCF$，$\angle AFE=\angle CFD$，

$\therefore \angle AEC=\angle CDF=90°$，

$\therefore CE\perp AB$．



（2）$\because CE$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle ACE=\angle BCE$，

$\because CE\perp AB$，

$\therefore \angle AEC=\angle BEC=90°$，

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$\begin{cases}\angle ACE=\angle BCE\\CE=CE\\\angle AEC=\angle BEC\end{cases}$，

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BCE$（$ASA$），

$\therefore AE=BE$．

29．解：（1）过 D 作 $DM\perp AB$ 于 M，$DN\perp AC$ 于 N．

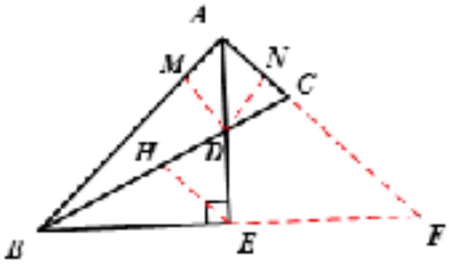
$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore DM=DN$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot DM$，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot DN$，$AB=3AC$，

$S_{\triangle ABD}=3S_{ACD}=3S$．

（2）延长 AC、BE 交于点 F，



可证得：

$\triangle ABE\cong\triangle AFE$ （ASA），

$\therefore AB=AF=3AC$，$BE=EF$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=3S_{ABC}$，

$\because S_{\triangle ABD}=3S$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=4S$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=12S$，

又 $\because BE=EF$，

$\therefore S_{\triangle ABE}=S_{AEF}=\frac{12S}{2}=6S$，

$\therefore S_{\triangle BDE}=S_{ABE}-S_{ABD}=3S=S_{ABD}$，

$\therefore AD=DE$．

（3）在 BD 上截取 $DH=CD$，

则可证得：$\triangle ADC\cong\triangle EDH$ （SAS），

$\therefore AC=EH$，

在 $\triangle BEH$ 中，$BE-EH<BH$，

$\therefore BE-AC<BD-DH$，

即 $BE-AC<BD-CD$．

附加卷

1．解：把 $a=b+8$ 代入 $ab+c^2+16=0$，

得 $b(b+8)+c^2+16=0$，

$(b+4)^2+c^2=0$，

$\therefore b=-4$，$c=0$，

$\therefore a=b+8=4$，

$\therefore 2a+b+c=8-4+0=4$．

2．解：$\because a+x^2=2013$，$b+x^2=2014$，$c+x^2=2015$，

$\therefore a-b=-1$，$a-c=-2$，$b-c=-1$，

$\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$

$= \dfrac{a^2+b^2+c^2-bc-ac-ab}{abc}$

$= \dfrac{a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)}{abc}$

$= \dfrac{-a-b+2c}{abc}$

$= \dfrac{(c-a)+(c-b)}{abc}$

$= \dfrac{2+1}{6048}$

$= \dfrac{1}{2016}$.

3．解：（1）过 A 分别作 $AM \perp BC$ 于 E ， $AF \perp x$ 轴于 F ，

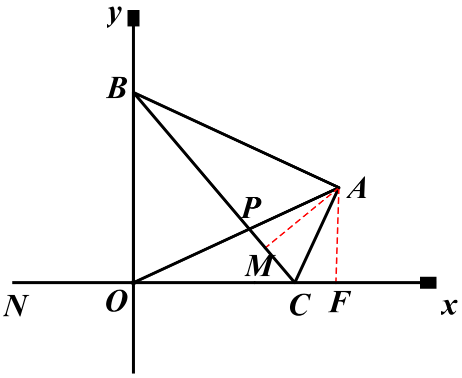
则 $\angle AMB = \angle AFO = 90°$ ，

设 AO 与 BC 交于点 P ，在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle COP$ 中，

$\angle BAO = \angle BCN$ ， $\angle BAP = \angle CPO$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle COP$ ，即 $\angle ABM = \angle AOF$ ，

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle AOF$ 中，



$\begin{cases} \angle AMB = \angle AFO \\ \angle ABM = \angle AOF \\ AB = AO \end{cases}$ ，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle AOF$ （ AAS ），

$\therefore AM = AF$ ，

$\therefore CA$ 平分 $\angle BCF$ ，

$\therefore \angle BCA = \dfrac{1}{2}\angle BCF$ ，

$\because \angle BCN = \alpha$ ，

$\therefore \angle bcm = 180° - \alpha$

$\therefore \angle BCA = 90° - \dfrac{1}{2}\alpha$.

（2） $\triangle ABM \cong \triangle AOF$ ， $\triangle ACM \cong \triangle ACF$

$\therefore BM = OF$ ， $CM = CF$ ，

$\therefore OC + BC = OC + BM + CM$

$\therefore OC + BC = OC + OF + CF = 2OF$ ，

$\because A(20, 17)$ ，

$\therefore OF = 20$

$\therefore OC + BC = 40$.

（3）$\alpha=90^\circ$，$\angle AED=45^\circ$或135°．

2015北京三帆中学初二上期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1．【答案】D

【解析】A、$(-\frac{2}{3})^{-2}=\frac{9}{4}$，本选项错误，

B、$\frac{-a+b}{c}=-\frac{a-b}{c}$，本选项错误，

C、$0.00061=6.1\times10^{-4}$，本选项错误，

D、$\frac{-a-b}{-a+b}=\frac{a+b}{a-b}$，本选项正确．

故选：D．

2．【答案】B

【解析】$\frac{m^2-3m}{9-m^2}=\frac{m(m-3)}{(3-m)(3+m)}=\frac{m}{m+3}$．

故选：B．

3．【答案】C

【解析】A、两边之和小于第三边，不能画出$\triangle ABC$，

B、可以画出两个$\triangle ABC$，

C、可唯一画出$\triangle ABC$，

D、可画出多个$\triangle ABC$．

故选：C．

4．【答案】A

【解析】$(x-5)(x+7)=x^2+2x-35$，

则$m=2$．

故选：A．

5．【答案】B

【解析】对方程$\frac{3x}{x+1}=\frac{m}{x+1}+2$通分，

等式两边同时乘以$x+1$，

$3x=m+2(x+1)$，

$x=m+2$，

$\because$方程$\frac{3x}{x+1}=\frac{m}{x+1}+2$无解，

则$x=-1$，

$\therefore m+2=-1$，

解得 $m=-3$．

故选：B．

6．【答案】C

【解析】设第三边为 y，在三角形中，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，

$\therefore 7-5<y<5+7$，

$\therefore 2<y<12$．

$\therefore$第三边的中线为 $1<\dfrac{y}{2}<6$．

故选：C．

7．【答案】C

【解析】乙班每天植树 x 棵，则甲班每天植树 $x+5$ 棵，

则列方程为 $\dfrac{80}{x+5}=\dfrac{70}{x}$．

故选：C．

8．【答案】A

【解析】$\because$点 P 到直线 OB、OA 的距离正好是直尺的宽度，

两把直尺的宽度相等，

$\therefore OP$ 是 $\angle AOB$ 的角平分线．

故选：A．

9．【答案】B

【解析】在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ABF$ 中，

$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle 1=\angle 2 \\ AF=AF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABF$，

$\therefore DF=BF$，$\angle ABE=\angle EDF$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中，$DF>EF$，

$\therefore BF>EF$，

$\because \mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BEC$，

$\therefore \angle ABE+\angle CBE=90^\circ$，$\angle CBE+\angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle ABE=\angle C$，

$\therefore \angle C=\angle ADF$，

$\therefore FD \parallel BC$．

故选：B．

10．【答案】D

【解析】$x-y$

$=a^2+b^2+20-8b+4a$

$=a^2+4a+4+b^2-8b+16$

$=(a+2)^2+(b-4)^2$

$\therefore x-y \geqslant 0$，即 $x \geqslant y$．

故选：D．

二、填空题

11．【答案】$BC=DC$，HL

【解析】若用 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$，

则已有条件为 $AB=ED$，$\angle ABC=\angle EDC=90°$，

还缺一个条件 $BC=DC$．

若添加条件 $AC=EC$，

则在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle EDC$ 中，

$\begin{cases} AB=ED \\ AC=EC \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$（$HL$）．

故答案为：$BC=DC$，HL．

12．【答案】3、9

【解析】分式 $\dfrac{4-x}{x-3}$ 无意义，则分母 $x-3=0$，解得 $x=3$．

$\dfrac{|x|-9}{x+9}=0$，则 $|x|=9$，且 $x \neq -9$，解得 $x=9$．

故答案为：3、9．

13．【答案】-2015

【解析】$2014+2014^2-2015^2$

$=2014+(2014-2015)(2014+2015)$

$=2014-(2014+2015)$

$=-2015$．

故答案为：-2015．

14. 【答案】$\frac{10}{a-b}$

【解析】逆流航行的速度为 $a-b$，

则航行 10 千米所用时间为 $\frac{10}{a-b}$．

故答案为：$\frac{10}{a-b}$．

15. 【答案】$\frac{1}{8}$

【解析】$\because \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$，

$\therefore b+a=3ab$，

$\therefore \frac{ab}{3a-ab+3b}$

$=\frac{ab}{3(a+b)-ab}$

$=\frac{ab}{9ab-ab}$

$=\frac{1}{8}$．

故答案为：$\frac{1}{8}$．

16. 【答案】96

【解析】在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$\begin{cases} AB=AC \\ \angle A=\angle A \\ AE=AF \end{cases}$，

$\therefore \angle C=\angle B=24^\circ$，

$\therefore \angle AEC=180^\circ-\angle A-\angle C=96^\circ$

故答案为：96．

17. 【答案】65

【解析】$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=50^\circ$，

$\therefore \angle B+\angle C=130^\circ$，

又 $\because \angle B=\angle C$，

$\therefore \angle B=\angle C=65^\circ$，

在$\triangle BDE$和$\triangle CFD$中，

$$\begin{cases} BE = CD \\ \angle B = \angle C \\ ED = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CFD$，

$\therefore \angle BED = \angle CDF$，$\angle EDB = \angle FDC$，

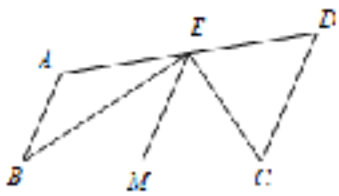
$\therefore \angle CDF + \angle EDB = \angle BED + \angle EDB = 180° - \angle B = 115°$，

$\therefore \angle EDF = 180° - \angle BDE - \angle CDF = 65°$．

故答案为：65

18．【答案】②③④

【解析】过E作EM平行AB交BC于M，



$\because EM$平行AB，BE平分$\angle ABM$，

$\therefore \angle ABE = \angle BEM = \angle EBM$，

$\therefore BM = EM$．

同理$BM = CM$，

$\therefore MC = ME = MB$，即M为BC中点，

又$\because EM \parallel AB$ CD，

$\therefore E$是AD的中点．

$\because EM \parallel AB$，EM中位线，

$\therefore AB + CD = 2EM = MB + MC = BC$．

$\because EM \parallel AB$，BE平分$\angle ABM$，

$\therefore \angle MEB = \angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC$，

同理$\angle MEC = \frac{1}{2}\angle BCD$，

$\because AB \parallel CD$，

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$，

$\therefore \angle BEC = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BCD = 90°$，

$\therefore BE \perp CE$．

故答案为：②③④．