

2015~2016学年第一学期中考试

初二数学试卷

2015.11

试卷说明：本次考试满分100分，考试时间100分钟。

$$DC = \frac{4}{3} \text{cm}$$

一、精心选一选（每小题3分，共30分）

1. 计算 3^{-3} 的结果是（ ）.

A. -9

B. -27

C. $\frac{1}{27}$

D. $-\frac{1}{27}$

【答案】C

【解析】 $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$.

故选：C.

2. 若分式 $\frac{x-2}{2x+1}$ 的值为0，则x的值为（ ）.

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

【答案】A

【解析】 $\because$ 分式 $\frac{x-2}{2x+1}$ 的值为0，

$$\therefore \begin{cases} x-2=0 \\ 2x+1 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $x=2$.

故选A.

3. 下列各式中，正确的是（ ）.

A. $\frac{1+b}{a+2b} = \frac{1}{a+2}$

B. $\frac{a-2}{a^2-4} = \frac{1}{a-2}$

C. $\frac{a+2}{a-2} = \frac{a^2-4}{(a-2)^2}$

D. $\frac{-1-b}{a} = -\frac{1-b}{a}$

【答案】C

【解析】A、分式的分子分母都乘或除以同一个不为零的整式，故A错误；

B、分子除以 $(a-2)$ ，分母除以 $(a+2)$ ，故B错误；

C、分式的分子分母都乘或除以同一个不为零的整式，分式的值不变，故C正确；
D、分式的分子分母都乘或除以同一个不为零的整式，分式的值不变，故D错误；
故选：C。

4. 下列条件中，不能判定两个直角三角形全等的是（ ）。

- A. 两锐角对应相等 B. 斜边和一条直角边对应相等
C. 两直角边对应相等 D. 一个锐角和斜边对应相等

【答案】A

【解析】A、全等三角形的判定必须有边的参与，故本选项符合题意；
B、符合判定ASA或AAS，故本选项正确，不符合题意；
C、符合判定ASA，故本选项不符合题意；
D、符合判定HL，故本选项不符合题意。
故选A。

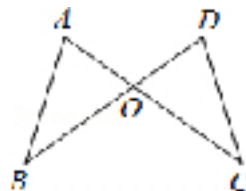
5. 计算 $(-\frac{2a}{b})^3$ 的结果是（ ）。

- A. $-\frac{2a^3}{b^3}$ B. $-\frac{6a^3}{b^3}$ C. $-\frac{8a^3}{b^3}$ D. $\frac{8a^3}{b^3}$

【答案】C

【解析】原式 $= -\frac{(2a)^3}{b^3} = -\frac{8a^3}{b^3}$ 。
故选C

6. 如图，AC与BD交于O点，若OA=OD，用“SAS”证明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ ，还需条件为。（ ）



- A. AB=DC B. OB=OC C. $\angle A = \angle D$ D. $\angle AOB = \angle DOC$

【答案】B

【解析】A、AB=DC，不能根据SAS证两三角形全等，故本选项错误；
B、 $\because$ 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中

$$\begin{cases} OA = OD \\ \angle AOB = \angle DOC \\ OB = OC \end{cases},$$

∴ $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS)，故本选项正确；

C、两三角形相等的条件只有 $OA=OD$ 和 $\angle AOB=\angle DOC$ ，不能证两三角形全等，故本选项错误；

D、根据 $\angle AOB=\angle DOC$ 和 $OA=OD$ ，不能证两三角形全等，故本选项错误；

故选B。

7. 下列各式变形中，是因式分解的是（ ）。

- A. $a^2 - 2ab + b^2 - 1 = (a - b)^2 - 1$ B. $2x^2 + 2x = 2x^2(1 + \frac{1}{x})$
 C. $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ D. $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

【答案】D

【解析】A. $a^2 - 2ab + b^2 - 1 = (a - b)^2 - 1$ 中不是把多项式转化成几个整式积的形式，故A错误；

B. $2x^2 + 2x = 2x^2(1 + \frac{1}{x})$ 中 $\frac{1}{x}$ 不是整式，故B错误；

C. $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ 是整式乘法，故C错误；

D. $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ ，故D正确。

故选：D。

8. 下列命题中正确的有（ ）个

- ①三个内角对应相等的两个三角形全等；
 ②三条边对应相等的两个三角形全等；
 ③有两角和一边分别相等的两个三角形全等；
 ④等底等高的两个三角形全等。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】①三个内角对应相等的两个三角形不一定全等，错误；

②三条边对应相等的两个三角形全等，正确；

③有两角和一边分别对应相等的两个三角形全等，正确；

④等底等高的两个三角形不一定全等，错误；

故选B。

9. 下列各式中，能用完全平方公式分解因式的有（ ）

- ① $9a^2 - 1$ ；② $x^2 + 4x + 4$ ；③ $m^2 - 4mn + n^2$ ；④ $-a^2 - b^2 + 2ab$ ；

- ⑤ $m^2 - \frac{2}{3}mn + \frac{1}{9}n^2$ ⑥ $(x - y)^2 - 6z(x + y) + 9z^2$ 。

- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【答案】B

【解析】① $9a^2 - 1 = (3a + 1)(3a - 1)$ ，不能用完全平方公式分解；

② $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ ；

③ $m^2 - 4mn + n^2$ ，不能用完全平方公式分解；

④ $-a^2 - b^2 + 2ab = -(a - b)^2$ ；

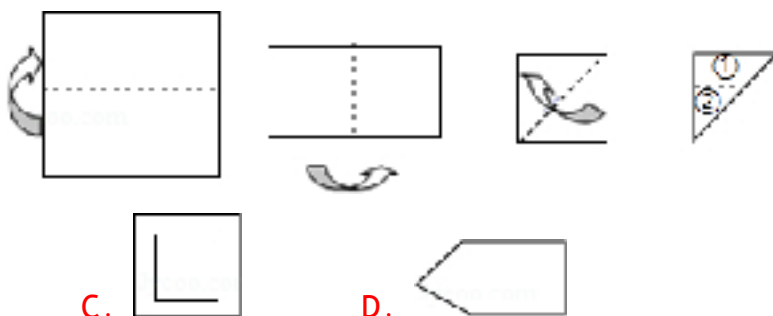
⑤ $m^2 - \frac{2}{3}mn + \frac{1}{9}n^2 = (m - \frac{1}{3}n)^2$ ；

⑥ $(x - y)^2 - 6z(x + y) + 9z^2$ ，不能用完全平方公式分解，

则能用完全平方公式分解因式的有3个。

故选B。

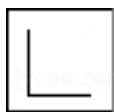
10. 把一个正方形纸片折叠三次后沿虚线剪断①②两部分，则展开①后得到的是（ ）。



【答案】C

【解析】如图，展开后图形为正方形。

故选：C。



二、耐心填一填（每小题2分，共16分）

11. 当 m _____ 时， $(3 - m)^0 = 1$ 。

【答案】 $\neq 3$

【解析】 $\because (3 - m)^0 = 1$ ，

$\therefore 3 - m \neq 0$ ，

$\therefore m \neq 3$ 。

12. 自从扫描隧道显微镜发明后，世界上便诞生了一门新学科，这就是“纳米技术”，已知52个纳米的长度为0.000000052米，用科学记数法表示这

个数为

_____米.

【答案】 5.2×10^{-8}

【解析】 $0.000000052 = 5.2 \times 10^{-8}$.

答：52个纳米的长度为 0.000000052 米，用科学记数法表示这个数为 5.2×10^{-8} 米.

13. 当 x _____ 时，分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义.

【答案】 $\neq 2$

【解析】 当分母 $x-2 \neq 0$ ，即 $x \neq 2$ 时，分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义.

故答案是： $\neq 2$.

14. 若 $a^2 - b^2 = \frac{1}{4}$ ， $a - b = \frac{1}{2}$ ，则 $a + b$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 $\because a^2 - b^2 = \frac{1}{4}$ ，

$\therefore (a+b)(a-b) = \frac{1}{4}$ ，

把 $a - b = \frac{1}{2}$ 代入得，

$a + b = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

15. 若分式 $\frac{|a|-2}{(a-2)(a+3)}$ 的值为0，则 $a =$ _____.

【答案】 -2

【解析】 $\because \frac{|a|-2}{(a-2)(a+3)} = 0$ ，

$\therefore \begin{cases} |a|-2=0 \\ (a-2)(a+3) \neq 0 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} a = \pm 2 \\ a \neq 2 \\ a \neq -3 \end{cases}$$

$$\therefore a = -2.$$

故答案为 -2 .

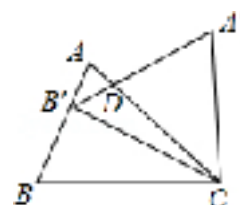
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, $AC = 8\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$, 那么 D 点到直线 BC 的距离是_____ cm .



【答案】 3

【解析】 $\because AC = 8\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$,
 $\therefore AD = AC - CD = 8 - 5 = 3\text{cm}$,
 $\because \angle A = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore DE = AD = 3\text{cm}$,
 即 D 点到直线 BC 的距离是 3cm .
 故答案为: 3 .

17. 如图, 把 $\triangle ABC$ 绕 C 点顺时针旋转 30° , 得到 $\triangle A'B'C$, $A'B'$ 交 AC 于点 D , 若 $\angle A'DC = 80^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.



【答案】 70°

【解析】 $\because$ 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 30° 后, 得到 $\triangle A'B'C$,
 $\therefore \angle A'CA = 30^\circ$,
 而 $\angle A'DC = 80^\circ$,
 $\therefore \angle A' = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 70^\circ$,
 $\therefore \angle A = \angle A' = 70^\circ$.
 故答案为 70° .

18. 对于实数 a 、 b ，定义一种运算“ $\otimes$ ”为： $a \otimes b = \frac{(a-1)^2}{a} - ab$ 。有下列命题：

① $1 \otimes (-3) = 3$ ；② $a \otimes b = b \otimes a$ ；

③ 方程 $(x - \frac{1}{2}) \otimes 1 = 0$ 的解为 $x = \frac{1}{2}$ ；

其中正确命题的序号是_____。（把所有正确命题的序号都填上）。

【答案】①

【解析】 $1 \otimes (-3) = \frac{(1-1)^2}{1} - 1 \times (-3) = 3$ ，所以①正确；

$a \otimes b = \frac{(a-1)^2}{a} - ab$ ， $b \otimes a = \frac{(b-1)^2}{b} - ab$ ，所以②错误；

由于方程 $(x - \frac{1}{2}) \otimes 1 = 0$ ，所以 $\frac{(x - \frac{1}{2} - 1)^2}{x - \frac{1}{2}} - (x - \frac{1}{2}) \times 1 = 0$ ，解得 $x = \frac{1}{2}$ ，经检验原方程无实数解，所以③错误；

故答案为：①。

三、解答题(54分)

19. 把下列各式因式分解（本小题满分10分）

(1) $a^3 - 2a^2b + ab^2$ 。

(2) $3a^2 - 12$ 。

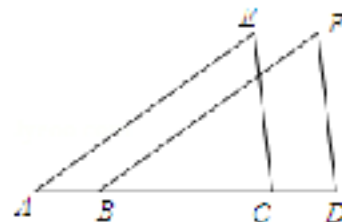
【解析】(1) 原式 $= a(a^2 - 2ab + b^2) = a(a - b)^2$ 。

(2) 原式 $= 3(a^2 - 4) = 3(a + 2)(a - 2)$ 。

20. 8aac50a74e4e5106014e6ba8774d5aa3 已知：如图，A、B、C、D四点在同一直线上，

AB=CD，AE∥BF且AE=BF。

求证：EC=FD。



【解析】 $\because AE \parallel BF$ ，

$\therefore \angle A = \angle FBD$ ，

又 $\because AB = CD$,

$\therefore AB + BC = CD + BC$.

即 $AC = BD$,

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BFD$ 中

$$\begin{cases} AE = BF \\ \angle A = \angle FBD \\ AC = BD \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD$ (SAS),

$\therefore EC = FD$.

21. 计算 $\frac{m+n}{m-n} + \frac{2m}{n-m}$

【解析】原式 $= \frac{m+n}{m-n} - \frac{2m}{m-n}$

$$= \frac{m+n-2m}{m-n}$$

$$= \frac{n-m}{m-n}$$

$$= -1.$$

22. 5dbef58ccd6b471cae17768fd262c5d5先化简，再求值： $(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}) \div \frac{2m}{m^2-6m+9}$ ，其中 $m=9$ 。

【解析】原式 $= \frac{m+3+m-3}{(m+3)(m-3)} \cdot \frac{(m-3)^2}{2m} = \frac{m-3}{m+3}$,

当 $m=9$ 时，原式 $= \frac{9-3}{9+3} = \frac{1}{2}$ 。

23. 25910874cc9542f893325f1b601f0390解方程： $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{x+1} = 1$ 。

【解析】方程两边同乘 $(x-1)(x+1)$ ，得 $x(x+1) - 3(x-1) = (x-1)(x+1)$ ，

化简，得 $x-3x+3=-1$ ，

解得 $x=2$ ，

检验：当 $x=2$ 时， $(x-1)(x+1) \neq 0$ ，

$\therefore x=2$ 是原分式方程的解。

24. 列方程解决问题

为了提高产品的附加值，某公司计划将研发生产的1200件新产品进行精加工后再投放市场。现有甲、乙两个工厂都具备加工能力，公司派出相关人员分别到这两间工厂了解情况，获得如下信息：

信息一：甲工厂单独加工完成这批产品比乙工厂单独加工完成这批产品多用10天；

信息二：乙工厂每天加工的数量是甲工厂每天加工数量的1.5倍。根据以上信息，求甲、乙两个工厂每天分别能加工多少件新产品？

【解析】设甲工厂每天加工 x 件产品，则乙工厂每天加工 $1.5x$ 件产品，

$$\frac{1200}{x} - \frac{1200}{1.5x} = 10$$

依题意得

$$\text{解得： } x = 40$$

经检验： $x = 40$ 是原方程的根，且符合题意。所以 $1.5x = 60$ 。

答：甲工厂每天加工40件产品，乙工厂每天加工60件产品。

25. 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值。

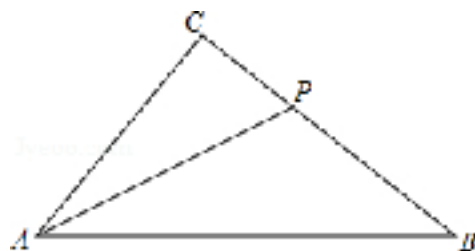
【解析】 $x^2 - 3x + 1 = 0$,

等式两边都除以 x ，得到： $x + \frac{1}{x} = 3$,

将 $x + \frac{1}{x} = 3$ 两边平方得： $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$,

$$\text{即 } x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

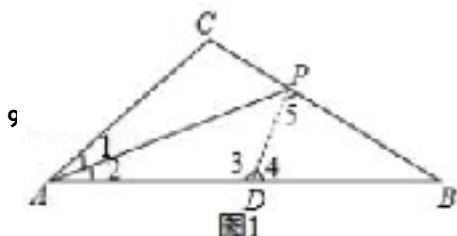
26. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle CAB = 2\alpha$ ，且 $0 < \alpha < 30^\circ$ ， AP 平分 $\angle CAB$ 。若 $\alpha = 21^\circ$ ， $\angle ABC = 32^\circ$ ，且 AP 交 BC 于点 P ，试探究线段 AB ， AC 与 PB 之间的数量关系，并对你的结论加以证明。



【解析】 $AB - AC = PB$ 。

理由：在 AB 上截取 AD ，使 $AD = AC$ 。

$\therefore AP$ 平分 $\angle CAB$ ，



$$\therefore \angle 1 = \angle 2 .$$

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 中,

$$\begin{cases} AC = AD \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AP = AP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle ADP .$$

$$\therefore \angle C = \angle 3 .$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 中, } \angle CAB = 2\alpha = 2 \times 21^\circ = 42^\circ, \angle ABC = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 180^\circ - 42^\circ - 32^\circ = 106^\circ .$$

$$\therefore \angle 3 = 106^\circ .$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ .$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 3 - \angle ABC = 106^\circ - 32^\circ = 74^\circ .$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5 .$$

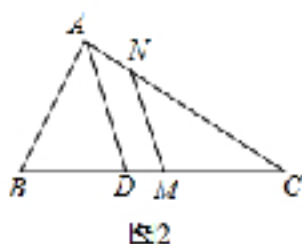
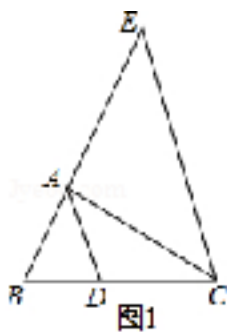
$$\therefore PB = DB .$$

$$\therefore AB - AC = AB - AD = DB = PB .$$

27. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

(1) 如图1, 过 C 作 $CE \parallel AD$ 交 BA 延长线于点 E , 求证: $AE = AC$.

(2) 如图2, M 为 BC 的中点, 过 M 作 $MN \parallel AD$ 交 AC 于点 N , 若 $AB = 4$, $AC = 7$, 求 NC 的长.



【解析】(1) $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD .$$

又 $\because CE \parallel AD$,

$$\therefore \angle BAD = \angle E, \angle DAC = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACE,$$

$$\therefore AE = AC .$$

(2) 如图, 延长 BA 与 MN 延长线于点 E , 过 B 作 $BF \parallel AC$ 交 NM 延长线于点 F ,

$$\therefore \angle 3 = \angle C, \quad \angle F = \angle 4.$$

$\therefore M$ 为 BC 的中点,

$$\therefore BM = CM.$$

在 $\triangle BFM$ 和 $\triangle CNM$ 中,

$$\begin{cases} \angle F = \angle 4 \\ \angle 3 = \angle C \\ BM = CM \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BFM \cong \triangle CNM \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore BF = CN,$$

$$\therefore MN \parallel AD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle E, \quad \angle 2 = \angle 4 = \angle 5.$$

$$\therefore \angle E = \angle 5 = \angle F.$$

$$\therefore AE = AN, \quad BE = BF.$$

设 $CN = x$, 则 $BF = x$, $AE = AN = AC - CN = 7 - x$, $BE = AB + AE = 4 + 7 - x$.

$$\therefore 4 + 7 - x = x.$$

解得 $x = 5.5$.

$$\therefore CN = 5.5.$$



初二数学试题参考答案及评分标准

一、选择题 (共10个小题, 每小题3分, 共30分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	C	A	C	B	D	A	B	C

二、填空题 (共10个小题, 每小题2分, 共20分).

11. $m \neq 3$

12. 5.2×10^{-8}

13. $x \neq 2$

14. $\frac{1}{2}$

15. -2

16. 3

17. 70°

18. (1)

三、解答题 (共50分)

19. (1) $a(a-b^2)$ (2) $3(a+2)(a-2)$

20. 略

21. 解: . 原式 = $\frac{m+n}{m-n} - \frac{2m}{m-n}$

$$. = \frac{m+n-2m}{m-n}$$

..... 3分

$$. = \frac{n-m}{m-n} \text{5分}$$

$$. = -1 \text{6分}$$

22. 化简得: $\frac{m+3}{m-3}$, 值为0. 5

23. . 解: 去分母, 得. $x(x+1) - 3(x-1) = (x+1)(x-1)$

. 去括号, 得 $x^2 + x - 3x + 3 = x^2 - 1$

移项, 得 $x^2 + x - 3x - x^2 = -1 - 3$

$$-2x = -4$$

$$x = 2. \text{}$$

. 经检验: $x=2$ 是原方程的解.

∴原方程的解为: $x=2$

24. 解: 设甲工厂每天能加工 x 件新产品, 则乙工厂每天能加工 $1.5x$ 件新产品. . . . 1分

$$\text{据题意: } \frac{1200}{x} = \frac{1200}{1.5x} + 10$$

. 3分

解得: $x = 40$ 4分

经检验: $x = 40$ 是原方程的解. 5分

所以 $1.5x = 60$

答：甲工厂每天能加工40件新产品，乙工厂每天能加工60件新产

25. 7

26. 关系： $AB=AC+PB$

证明：略

27. (1) 略

(2) 5. 5

辅助线：延长BA，MN交与E点，做AB的平行线交NM的延长线于F

