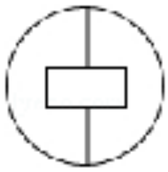
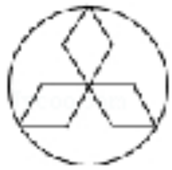
2015北京四中初二上期中数学试卷

一、选择题

1．下列图形中，不是轴对称图形的是（ ）．

A． B． C． D．

2．把多项式 a^2-4a 分解因式，结果正确的是（ ）．

A．$a(a-4)$　B．$(a+2)(a-2)$　C．$a(a+2)(a-2)$　D．$(a-2)^2-4$

3．分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）．

A．$x\neq 1$　B．$x=1$　C．$x\neq -1$　D．$x=-1$

4．点 $A(2,3)$ 关于 y 轴成轴对称的点的坐标是（ ）．

A．$(3,-2)$　B．$(-2,3)$　C．$(-2,-3)$　D．$(2,-3)$

5．在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，已知 $\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，添加下列条件中的一个，不能使 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$ 一定成立的是（ ）．

A．$AC=A'C'$　B．$BC=B'C'$　C．$\angle B=\angle B'$　D．$\angle C=\angle C'$

6．下列各式中，正确的是（ ）．

A．$\frac{a+b}{ab}=\frac{1+b}{b}$　B．$\frac{-x+y}{2}=-\frac{x+y}{2}$

C．$\frac{x-3}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}$　D．$\frac{x-y}{x+y}=\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

7．等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，则这个等腰三角形的周长为（ ）．

A．12　B．15　C．12或15　D．18

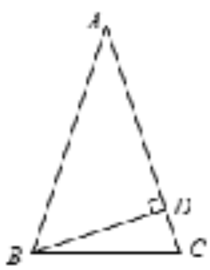
8．如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=36^\circ$，BD 是 AC 边上的高，则 $\angle DBC$ 的度数是（ ）．

A．18°

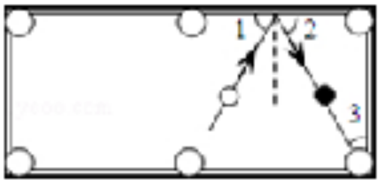
B．24°

C．30°

D．36°



9．如图，$\angle 3=30^\circ$，为了使白球反弹后能将黑球直接撞入袋中，那么击打白球时，必须保证$\angle 1$的度数为（ ）．



A．30°

B．45°

C．60°

D．75°

10．如图，$\angle BAC=130^\circ$，若MP和QN分别垂直平分AB和AC，则$\angle PAQ$等于（ ）．

A．50°

B．75°

C．80°

D．105°

二、填空题

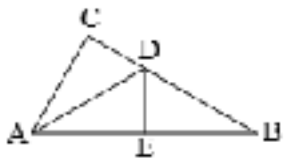
11．已知某种植物花粉的直径为35000 纳米，即0.000035 米，把0.000035 用科学记数法表示为__________．

12．分解因式：$3x^2-6x+3=$__________．

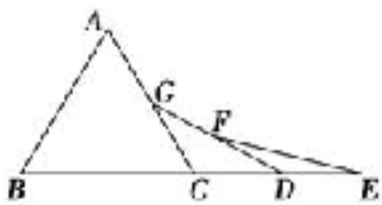
13．计算：$(\frac{1}{2})^{-1}-(\sqrt{2}-1)^0+|-3|=$__________．

14．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，AD平分$\angle CAB$交BC于D，$DE\perp AB$于E．若$DE=1cm$，

则$BC=$__________cm．



15．如图，已知$\triangle ABC$是等边三角形，点B、C、D、E在同一直线上，且$CG=CD$，$DF=DE$，则$\angle E=$__________度．

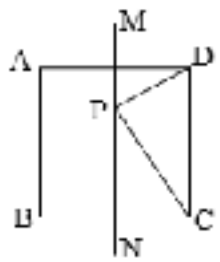


16．如图，$\triangle ABC$ 中，BO 、CO 分别平分 $\angle ABC$ 、$\angle ACB$ ，$OM \parallel AB$ ，$ON \parallel AC$ ，$BC = 10\text{cm}$ ，则 $\triangle OMN$ 的周长 = ________ cm．

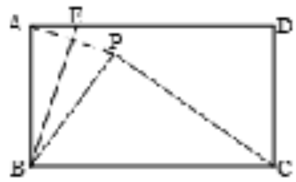
17．已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ ，则代数式 $\frac{2x - 14xy - 2y}{x - 2xy - y} =$ ________．

18．如图 $\triangle ABC$ 中，AD 平分 $\angle BAC$ ，$AB = 4$ ，$AC = 2$ ，且 $\triangle ABD$ 的面积为 3，则 $\triangle ACD$ 的面积为________．

19．如图，MN 是正方形 $ABCD$ 的一条对称轴，点 P 是直线 MN 上的一个动点，当 $PC + PD$ 最小时，$\angle PCD =$ ________．



20．如图所示，长方形 $ABCD$ 中，$AB = 4$ ，$BC = 4\sqrt{3}$ ，点 E 是折线段 $A - D - C$ 上的一个动点（点 E 与点 A 不重合），点 P 是点 A 关于 BE 的对称点．在点 E 运动的过程中，能使 $\triangle PCB$ 为等腰三角形的点 E 的位置共有________个．



三、解答题

分解因式

21．$x^2(m - 2) + 9y^2(2 - m)$ ．

22．$(x^2+1)^2-4x^2$．

计算

23．$(\frac{b}{-3a})^3\div\frac{2b}{9a}\cdot\frac{3ab}{b^4}$．

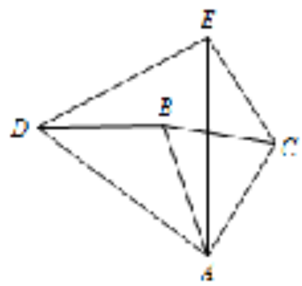
24．$\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}$．

25．先化简，再求值：$(1-\frac{1}{a+1})\div\frac{a}{a^2+2a+1}$，其中$a=\sqrt{3}-1$．

26．解方程：$\frac{x+3}{x-1}-\frac{8}{x^2-1}=1$．

27．已知：如图，$AD=AE$，$AB=AC$，$\angle DAE=\angle BAC$．

求证：$BD=CE$．



28．列分式方程解应用题

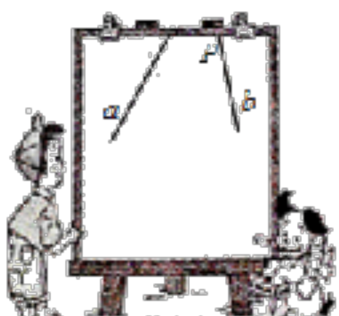
甲、乙两名学生练习计算机打字，甲打一篇1000字的文章与乙打一篇900字的文章所用的时间相同．已知甲每分钟比乙每分钟多打5个字．问：甲、乙两人每分钟各打多少字？

29．小明在做课本中的一道题：如图1，直线a，b所成的角跑到画板外面去了，你有什么办法量出这两条直线所成的角的度数？小明的做法是：如图2，画$PC\parallel a$，量出直线b与PC的夹角度数，即直线a，b所成角的度数．

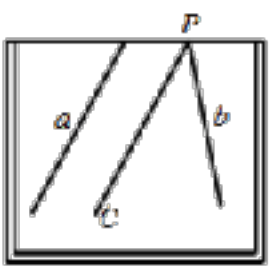
（1）请写出这种做法的理由．

（2）小明在此基础上又进行了如下操作和探究（如图3）：①以P为圆心，任意长为半径画圆弧，分别交直线b，PC于点A，D．②连结AD并延长交直线a于点B，请直接写出图3中所有与$\angle PAB$相等的角．

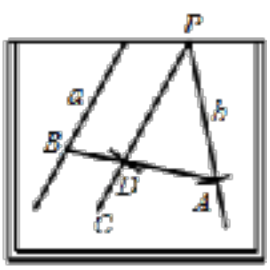
（3）请在图3画板内作出“直线a，b所成的跑到画板外面去的角”的平分线（画板内的部分），只要求作出图形，并保留作图痕迹．



（图1）



（图2）



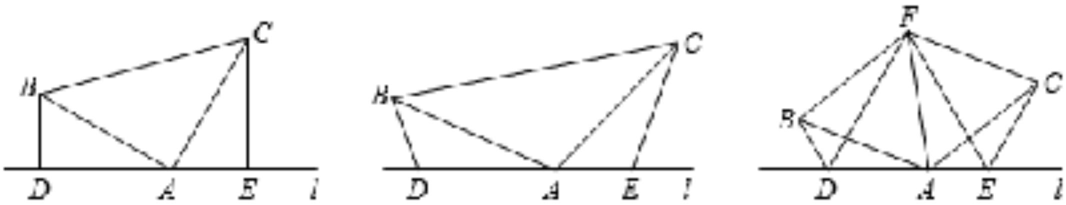
（图3）

30．（本题8分）

（1）如图（1），已知：在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，直线l经过点A，$BD\perp$直线l，$CE\perp$直线l，垂足分别为点D、E．证明：$DE=BD+CE$．

（2）如图（2），将（1）中的条件改为：在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D、A、E三点都在直线l上，且$\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$，其中$\alpha$为任意锐角或钝角．请问结论$DE=BD+CE$是否成立？如成立．请你给出证明．若不成立，请说明理由．

（3）拓展与应用：如图（3），D、E是直线l上的两动点（D、A、E三点互不重合），点F为$\angle BAC$平分线上的一点，且$\triangle ABF$和$\triangle ACF$均为等边三角形，连接BD、CE，若$\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC$，求证：$DF=EF$．



图(1)　图(2)　图(3)

附加题

1．已知:$a-b=2$，$2a^2+a-4=0$，则$\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}=$________．

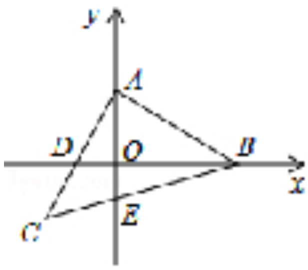
2．已知：$\frac{x}{b+c-a}=\frac{y}{c+a-b}=\frac{z}{a+b-c}$，则$(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z$的值为________．

3．等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^\circ$，点A、点B分别是x轴、y轴两个动点，直角边AC交x轴于点D，斜边BC交y轴于点E．

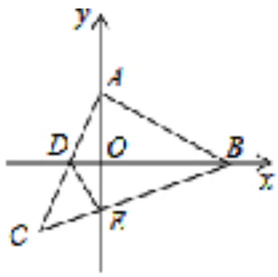
（1）如图（1），若$A(0,1)$，$B(2,0)$，求C点的坐标．

（2）如图（2），当等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$运动到使点D恰为AC中点时，连接DE，求证：$\angle ADB=\angle CDE$．

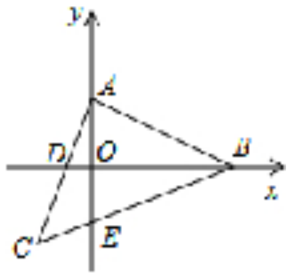
（3）如图（3），在等腰$\mathrm{Rt}\triangle ABC$不断运动的过程中，若满足BD始终是$\angle ABC$的平分线，试探究：线段OA、OD、BD三者之间是否存在某一固定的数量关系，并说明理由．



图（1）



图（2）



图（3）

2015北京四中初二上期中数学试卷参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	A	B	B	D	B	A	C	C

二、填空题

11．3.5×10^{-5}

12．$3(x-1)^2$

13．4

14．3

15．15

16．10

17．4

18．1.5

19．45

20．4

三、解答题

21．解：$x^2(m-2)+9y^2(2-m)$

$=(m-2)(x^2-9y^2)$

$=(m-2)(x-3y)(x+3y)$．

22．解：$(x^2+1)^2-4x^2$

$=(x^2+1-2x)(x^2+1+2x)$

$=(x-1)^2(x+1)^2$．

23．解：$(\frac{b}{-3a})^3\div\frac{2b}{9a}\cdot\frac{3ab}{b^4}$

$=-\frac{b^3}{27a^3}\cdot\frac{9a}{2b}\cdot\frac{3ab}{b^4}$

$=-\frac{b^2}{6a^2}\cdot\frac{3a}{b^3}$

$=-\frac{1}{2ab}$．

24．解：$\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}$

$=\frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)}$

$=\frac{1}{1-x}$．

25．解：原式$=(\frac{a+1}{a+1}-\frac{1}{a+1})\div\frac{a}{a^2+2a+1}$

$=\frac{a+1-1}{a+1}\div\frac{a}{a^2+2a+1}$

$=\frac{a}{a+1}\cdot\frac{(a+1)^2}{a}$

$=a+1$．

当$a=\sqrt{3}-1$时，原式$=\sqrt{3}-1+1=\sqrt{3}$．

26．解：$(x+3)(x+1)-8=x^2-1$，

$x^2+4x+3-8=x^2-1$，

$4x=4$，

$x=1$，

经检验：$x=1$是原方程的增根，所以原方程无解．

27．证明：$\because\angle DAE=\angle BAC$，$\angle BAE=\angle BAE$，

$\therefore\angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle BAE$，即$\angle DAB=\angle EAC$，

在$\triangle AEC$和$\triangle ADB$中，

$\begin{cases}AD=AE\\\angle DAB=\angle EAC\\AB=AC\end{cases}$，

$\therefore\triangle AEC\cong\triangle ADB$（$SAS$），

$\therefore BD=CE$．

28．解：设乙每分钟打x个字，则甲每分钟打$(x+5)$个字，

由题意得，$\frac{1000}{x+5}=\frac{900}{x}$，

得：$x=45$，

检验：$x=45$是原方程的解，且符合题意．

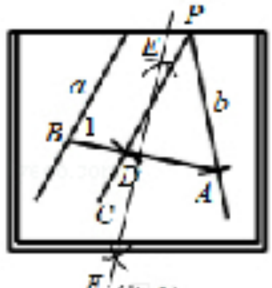
答：甲每人每分钟打 50 个字，乙每分钟打 45 个字.

29．解：（1）两直线平行，同位角相等.

（2）$\angle PAB=\angle PDA=\angle BDC=\angle 1$，

（3）作线段 AB 的垂直平分线 EF，

则 EF 是所求作的图形.



30．解：（1）$\because BD\perp l$，$CE\perp l$，

$\therefore \angle BDA=\angle AEC=90^\circ$，

又$\because \angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD+\angle CAE=90^\circ$，$\angle BAD+\angle ABD=90^\circ$，

$\therefore \angle CAE=\angle ABD$，

在$\triangle ABD$ 和$\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle ADB=\angle CEA=90^\circ\\ AB=AC\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle CAE$（$AAS$），

$\therefore BD=AE$，$AD=CE$，

$\because DE=AD+AE$，

$\therefore DE=CE+BD$.

（2）成立，

$\because \angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$，

$\therefore \angle DBA+\angle BAD=\angle BAD+\angle CAE=180^\circ-\alpha$，

$\therefore \angle CAE=\angle ABD$，

在$\triangle ADB$ 和$\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CAE\\ \angle ADB=\angle CEA\\ AB=AC\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADB\cong\triangle CEA$（$AAS$），

$\therefore AE=BD$，$AD=CE$，

$\therefore BD+CE=AE+AD=DE$.

（3）由（2）知，$\triangle ADB\cong\triangle CEA$，

$\therefore AE=BD$，$\angle DBA=\angle CAE$，

$\because \triangle ABF$ 和$\triangle ACF$ 均为等边三角形，

$\therefore \angle ABF=\angle CAF=60^\circ$，

$\therefore \angle DBA+\angle ABF=\angle CAE+\angle CAF$，

$\therefore \angle DBF = \angle FAE$，

$\because BF = AF$，

在$\triangle DBF$和$\triangle EAF$中，

$$\begin{cases} FB = FA \\ \angle FBD = \angle FAE \\ BD = AE \end{cases}$$，

$\therefore \triangle DBF$和$\triangle EAF$（SAS），

$\therefore DF = EF$，$\angle BFD = \angle AFE$，

$\therefore \angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60°$，

$\therefore \triangle DEF$为等边三角形．

$\therefore DF = EF$．

附加题：

1．解：由题可知$b = a - 2$，$a^2 = 2 - \dfrac{a}{2}$，

$\therefore \dfrac{1}{a+1} + \dfrac{2}{b}$

$= \dfrac{a - 2 + 2(a+1)}{(a+1)(a-2)}$

$= \dfrac{3a}{a^2 - a - 2}$

$= \dfrac{3a}{2 - \dfrac{a}{2} + a - 2}$

$= -2$．

2．解：令$\dfrac{x}{b+c-a} = \dfrac{y}{c+a-b} = \dfrac{z}{a+b-c} = k$，

则$x = k(b+c-a)$，$y = k(c+a-b)$，$z = k(a+b-c)$，

代入$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z$

$= (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b) + (a-b)(a+b-c)$，

$= b^2 - c^2 - ab + ac + c^2 - a^2 - bc + ab + a^2 - b^2 - ac + bc$，

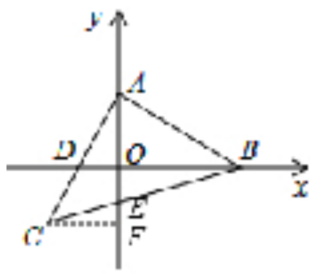
$= 0$．

3．（1）如图，过点C作$CF \perp y$轴于点F，

则$\triangle ACF \cong \triangle ABO$（$AAS$），

$\therefore CF = OA = 1$，$AF = OB = 2$，

$\therefore OF = 1$，



图（1）

$\therefore C(-1,-1)$.

（2）如图，过点 C 作 $CG\perp AC$ 交 y 轴于点 G，

则 $\triangle ACG\cong\triangle ABD$ （ASA），

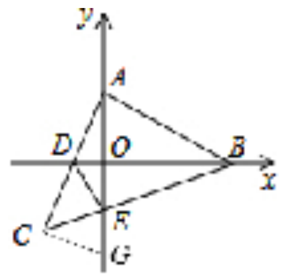
$\therefore CG=AD=CD$， $\angle ADB=\angle G$，

$\because \angle DCE=\angle GCE=45^\circ$，

$\therefore \triangle DCE\cong\triangle GCE$ （SAS），

$\therefore \angle CDE=\angle G$，

$\therefore \angle ADB=\angle CDE$.



图（2）

（3）如图，在 OB 上截取 $OH=OD$，连接 AH，

由对称性得 $AD=AH$， $\angle ADH=\angle AHD$，

$\therefore \angle AHD=\angle ADH=\angle BAO=\angle BEO$，

$\therefore \angle AEC=\angle BHA$，

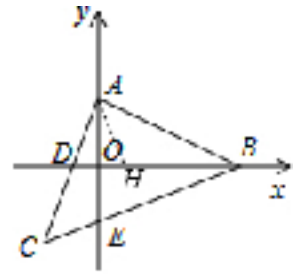
又$\because AB=AC$， $\angle CAE=\angle ABH$，

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BAH$ （AAS），

$\therefore AE=BH=2OA$，

$\because DH=2OD$，

$\therefore BD=2(OA+OD)$.



图（3）

2015北京四中初二上期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】轴对称图形，是指在平面内沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形，这条直线就叫做对称轴．A 选项经过折叠后不能重合．

故选：A．

2. 【答案】A

【解析】$a^2-4a=a(a-4)$．

故选：A．

3. 【答案】A

【解析】分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，则分母 $x-1\neq 0$，解得 $x\neq 1$．

故选：A．

4. 【答案】B

【解析】点 $A(2,3)$ 关于 y 轴成轴对称的点的坐标其 $x=2$，$y=-3$，即 $(2,-3)$．

故选：B．

5. 【答案】B

【解析】A、$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$AC=A'C'$ 可利用 SAS 条件判定 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$，

B、$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$BC=B'C'$ 无法判定 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$，

C、$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$AC=A'C'$ 可利用 SAS 条件判定 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$，

D、$\angle A=\angle A'$，$AB=A'B'$，$\angle C=\angle C'$ 可利用 ASA 条件判定 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$．

故选：B．

6. 【答案】D

【解析】A、$\frac{a+b}{ab}\neq\frac{1+b}{b}$，本选项错误，

B、$\frac{-x+y}{2}=-\frac{x-y}{2}$，本选项错误，

C、$\frac{x-3}{x^2-9}=\frac{1}{x+3}$，本选项错误，

D、$\frac{x-y}{x+y}=\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$，本选项正确．

故选：D．

7．【答案】B

【解析】若腰为3，底边为6，则$3+3=6$不能构成三角形．

故腰为6，底边为3，则周长为$6+6+3=15$．

故选：B．

8．【答案】A

【解析】$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=72^\circ$，

$\because BD\perp AC$，

$\therefore \angle DBC=90^\circ-\angle C=18^\circ$．

故选：A．

9．【答案】C

【解析】$\angle 1=\angle 2=90^\circ-\angle 3=60^\circ$．

故选：C．

10．【答案】C

【解析】$\because \angle A=130^\circ$，

$\therefore \angle B+\angle C=50^\circ$，

$\because MP$和QN分别垂直平分AB和AC，

$\therefore BP=AP$，$AQ=CQ$，

$\therefore \angle PAB=\angle B$，$\angle QAC=\angle C$，

$\therefore \angle PAB+\angle QAC=\angle B+\angle C=50^\circ$，

$\therefore \angle PAQ=\angle BAC-(\angle PAB+\angle QAC)=80^\circ$．

故选：C．

二、填空题

11．【答案】3.5×10^{-5}

【解析】把一个绝对值小于1（或者大于等于10）的实数记为$a\times10^{n}$的形式（其中$1\leqslant a<10$），这种记数法叫做科学记数法．把0.000035用科学记数法表示为3.5×10^{-5}．

故答案为：3.5×10^{-5}．

12．【答案】$3(x-1)^2$

【解析】$3x^2-6x+3=3(x^2-2x+1)=3(x-1)^2$．

故答案为：$3(x-1)^2$．

13．【答案】4

【解析】$(\frac{1}{2})^{-1}-(\sqrt{2}-1)^{0}+|-3|=2-1+3=4$.

故答案为：4.

14．【答案】3

【解析】$\because AD$ 平分 $\angle CAB$，$DE\perp AB$，$AC\perp DC$，

$\therefore CD=DE=1$，

又 $\because$ 在 $Rt\triangle BDE$ 中，$\angle B=30^{\circ}$，

$\therefore BD=2DE=2$，

$\therefore BC=CD+BD=3\text{cm}$.

故答案为：3.

15．【答案】15

【解析】$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACB=60^{\circ}$，$\angle ACD=120^{\circ}$，

又 $\because CG=CD$，

$\therefore \angle CDG=30^{\circ}$，$\angle FDE=150^{\circ}$，

又 $\because DF=DE$，

$\therefore \angle E=15^{\circ}$.

故答案为：15°.

16．【答案】10

【解析】$\because BO$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABO=\angle MBO$，

又 $\because OM\parallel AB$，

$\therefore \angle ABO=\angle BOM$，

$\therefore \angle MBO=\angle MOB$，

$\therefore OM=OB$，

同理可得 $ON=NC$，

$\therefore \triangle OMN$ 的周长为 $OM+ON+MN=BM+MN+NC=BC=10\text{cm}$.

故答案为：10.

17．【答案】4

【解析】将等式 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=3$ 两边同时乘以 xy，

得 $y-x=3xy$，

$\therefore \dfrac{2x-14xy-2y}{x-2xy-y}$

$=\dfrac{2(x-y)-14xy}{x-y-2xy}$

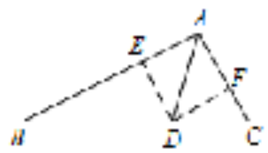
$=\dfrac{-6xy-14xy}{-3xy-2xy}$

$=4$.

故答案为：4.

18．【答案】1.5

【解析】过 D 作 $DE\perp AB$，$DF\perp AC$，



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore DE=DF$，

$\because S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot DE=3$，

$\therefore DE=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore DF=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore S_{\triangle ADC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot DF=1.5$.

故答案为：1.5.

19．【答案】45

【解析】连结 PB，

$\because MN$ 垂直平分 BC，

$\therefore PB=PC$，

$\therefore PD+PC=PD+PB$，

$\because$两点之间直线最短，

$\therefore PB+PD\leqslant BD$，

$\therefore PC+PD\leqslant BD$，

即 $PC+PD$ 的最短距离为 BD，

此时 PC 平分 $\angle BCD$，

$\therefore \angle PCD=45^\circ$.

故答案为：45°.

20．【答案】4

【解析】① BP 为等腰三角形一腰长时，

符合点 E 的位置有 2 个，

是 BC 的垂直平分线与以 B 为圆心 BA 为半径的圆的交点即是点 P .

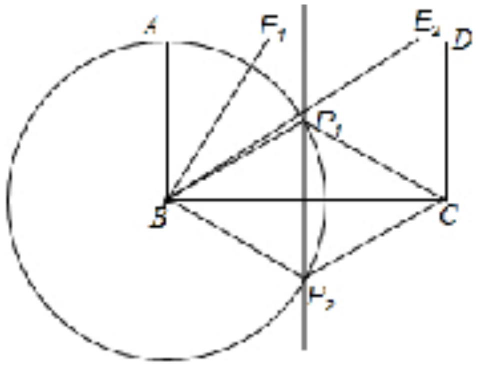
② BP 为底边时， C 为顶点时，

符合点 E 的位置有 2 个，

是以 B 为圆心 BA 为半径的圆与以 C 为圆心 BC 为半径的圆的交点即是点 P .

③以 PC 为底边， B 为顶点时，这样的等腰三角形不存在，

因为以 B 为圆心 BA 为半径的圆与以 B 为圆心 BC 为半径的圆没有交点.



故答案为： 4 .