2015北京师大二附中西城实验学校初二上期中数学试卷

一、选择题

1．下列各式从左边到右边的变形中，是因式分解的是（ ）．

A．$a(x+y)=ax+ay$

B．$x^2-4x+4=x(x-4)+4$

C．$x^2-16+3x=(x+4)(x-4)+3x$

D．$10x^2-5x=5x(2x-1)$

2．若分式$\frac{x^2-1}{x-1}$的值为0，则应满足的条件是（ ）．

A．$x\neq 1$　B．$x=-1$　C．$x=1$　D．$x=\pm 1$

3．下列各数，属于用科学记数法表示的是（ ）．

A．20.7×10^{-2}　B．0.35×10^{-1}　C．2004×10^{-3}　D．3.14×10^{-5}

4．下列命题中，正确的是（ ）．

A．三条边对应相等的两个三角形全等

B．周长相等的两个三角形全等

C．三个角对应相等的两个三角形全等

D．面积相等的两个三角形全等

5．如果把分式α中的x和y都扩大10倍，那么分式的值（ ）．

A．扩大10倍　B．缩小10倍　C．是原来的$\frac{2}{3}$　D．不变

6．如图，$AE=AF$，$AB=AC$，EC与BF交于点O，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=25^\circ$，则$\angle EOB$的度数为（ ）．

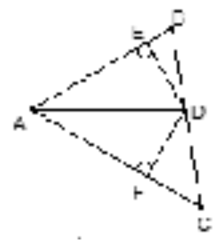
A．60°

B．70°

C．75°

D．85°

7．如图，AD是$\triangle ABC$的角平分线，从点D向AB、AC两边作垂线段，垂足分别为E、F，那么下列结论中错误的是（ ）．



A．$DE=DF$

B．$AE=AF$

C．$BD=CD$

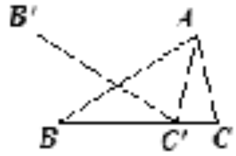
D．$\angle ADE=\angle ADF$

8．下列各式中正确的有（ ）．

① $(\frac{1}{3})^{-2}=9$，② $2^{-2}=-4$，③ $a^0=1$，④ $(-1)^{-1}=1$，⑤ $(-3)^3=36$．

A．2个　　B．3个　　C．4个　　D．1个

9．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=BC$，将$\triangle ABC$绕顶点A顺时针旋转一个角度后，恰好使$AB'\parallel BC$．若$\angle B=20^\circ$，则$\triangle ABC$旋转了（　）．



A．10°

B．20°

C．30°

D．45°

10．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BF=CD$，$BD=CE$，$\angle FDE=\alpha$，则下列结论正确的是（　）．

A．$2\alpha+\angle A=180^\circ$

B．$\alpha+\angle A=90^\circ$

C．$2\alpha+\angle A=90^\circ$

D．$\alpha+\angle A=180^\circ$

二、填空题

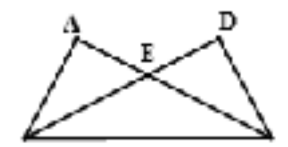
11．当x__________时，分式$\frac{x}{3x-1}$有意义．

12．分解因式：$x^3-x=$__________．

13．约分：$\frac{-5mn^2}{15m^2n}=$__________．

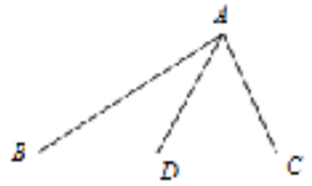
14．如果$x+y=0$，$xy=-7$，则$x^2y+xy^2=$__________．

15．如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DCB$中，$AB=DC$，AC与BD相交于点E，若不再添加任何字母与辅助线，要使$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，则还需增加的一个条件__________．



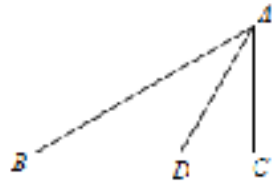
第15题图

16．已知，如图$\triangle ABC$中，$AB=5$，$AC=3$，则中线AD的取值范围是__________．



第16题

17．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=10$，AD是$\triangle ABC$的一条角平分线．若$CD=3$，则$\triangle ABD$的面积为__________．



第17题

18．在$\triangle ABC$中，高AD、BE所在直线交于H点，若$BH=AC$，则$\angle ABC$的值为__________．

三、解答题

19．分解因式：$ax^2-2ax+a$．

20．计算$(\frac{1}{2})^{-1}-(\sqrt{2}-1)^0+|-3|$．

21．计算：$\frac{ab^2}{2c^2}\div\frac{3a^2b^2}{4cd}\cdot(\frac{-3}{2d})^2$．

22．计算：$\frac{y}{x+y}-\frac{xy}{x^2-y^2}$．

23．解方程：$\frac{2}{x-2}=\frac{x}{2-x}$．

24．解方程：$\frac{x+3}{x-1}-\frac{8}{x^2-1}=1$．

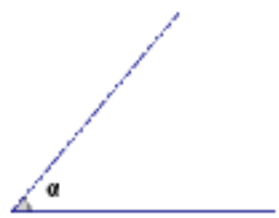
25．先化简，再求值$(\frac{1}{x+1}+\frac{x^2-2x+1}{x^2-1})\div\frac{x-1}{x+1}$，其中$x=2$．

四、作图题

26．已知：$\angle\alpha$．

求作：$\angle AOB=\angle\alpha$．并作出$\angle AOB$的平分线OC．

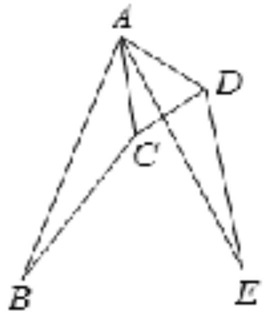
要求：保留作图痕迹，不写作法．



五、证明题

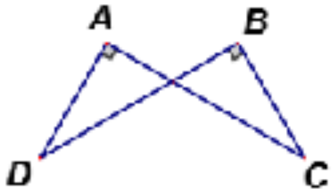
27．已知：如图，$CB=DE$，$\angle B=\angle E$，$\angle BAE=\angle CAD$．

求证：$\angle ACD=\angle ADC$．



28．已知：$AC=BD$，$AD\perp AC$，$BC\perp BD$．

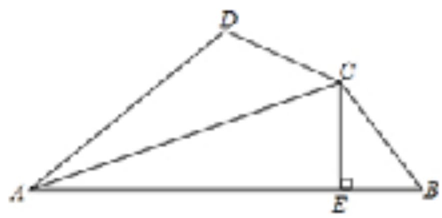
求证：$AD=BC$．



29．如图，已知：在四边形$ABCD$中，过C作$CE\perp AB$于E，并且$CD=CB$，$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$．

（1）求证：AC平分$\angle BAD$．

（2）若$AE=9$，$BE=3$，求AD的长．



30．在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D是直线BC上一点（不与B、C重合），以AD为一边在AD的右侧作$\triangle ADE$，使$AE=AD$，$\angle DAE=\angle BAC$．设$\angle BAC=\alpha$，$\angle BCE=\beta$．

（1）如图1，如果$\angle BAC=90^\circ$，$\angle BCE=$　　度；

（2）如图2，你认为α、β之间有怎样的数量关系？并说明理由．

（3）当点D在线段BC的延长线上移动时，α、β之间又有怎样的数量关系？请在备用图上画出图形，并直接写出你的结论．

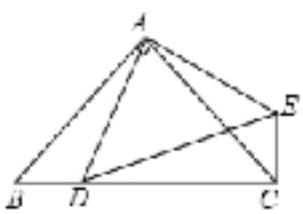


图1

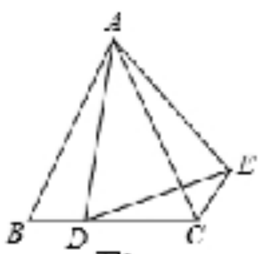
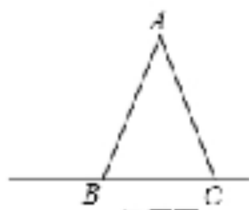


图2



备用图

2015北京师大二附中西城实验学校初二上期中数学试卷参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	D	A	D	B	C	D	B	A

二、填空题

11．$x \neq \frac{1}{3}$

12．$x(x+1)(x-1)$

13．$-\frac{n}{3m}$

14．0

15．$\angle ABC = \angle DCB$、$AC = DB$

16．$1 < AD < 4$

17．15

18．45° 或 135°

三、解答题

19．解：$ax^2 - 2ax + a$

$= a(x^2 - 2x + 1)$

$= a(x-1)^2$．

20．解：$(\frac{1}{2})^{-1} - (\sqrt{2}-1)^0 + |-3|$

$= 2 - 1 + 3$

$= 4$．

21．解：$\frac{ab^2}{2c^2} \div \frac{3a^2b^2}{4cd} \cdot (\frac{-3}{2d})^2$

$= \frac{ab^2}{2c^2} \cdot \frac{4cd}{3a^2b^2} \cdot \frac{9}{4d^2}$

$= \frac{3}{2acd}$．

22．解：$\frac{y}{x+y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$

$= \frac{y}{x+y} - \frac{xy}{(x+y)(x-y)}$

$=\dfrac{-y^2}{x^2-y^2}$.

23．解：$\dfrac{x+3}{x-1}-\dfrac{8}{x^2-1}=1$，

等式两边同时乘以x^2-1，

$(x+3)(x+1)-8=x^2-1$，

$x^2+4x+3-8=x^2-1$，

解得：$x=1$，

检验：$x=1$带入$(x+1)(x-1)=0$，

∴$x=1$不是原方程的解，

∴原方程无解．

24．解：$\dfrac{2}{x-2}=\dfrac{x}{2-x}$，

等式两边同时乘以$x-2$，

$2=-x$，

解得：$x=-2$．

检验：$x=-2$带入$(x-2)\neq 0$，

∴$x=-2$是原方程的解，

∴原方程的解为：$x=-2$．

25．解：原式$=(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)})\cdot\dfrac{x+1}{x-1}$

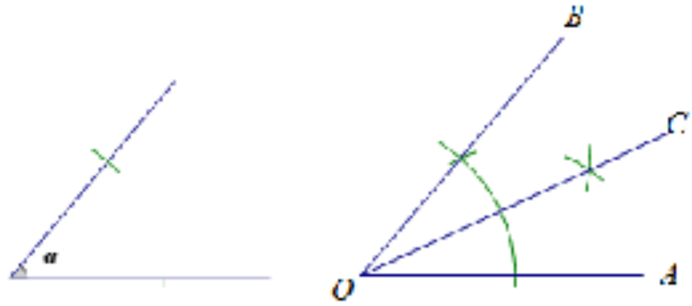
$=\dfrac{1}{x-1}+1$

$=\dfrac{x}{x-1}$.

当$x=2$时，原式$\dfrac{2}{2-1}=2$.

四、作图题

26．如图所示



五、证明题

27．证明：$\because \angle BAE=\angle CAD$，

$\therefore \angle BAE-\angle CAE=\angle CAD-\angle CAE$，

即 $\angle BAC=\angle EAD$，

在 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 中，

$$\begin{cases}\angle BAC=\angle EAD\\ \angle B=\angle E\\ BC=ED\end{cases}，$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ （AAS）．

$\therefore AC=AD$．

$\therefore \angle ACD=\angle ADC$．

28．证明：联接 DC，

$\because AD\perp AC$， $BC\perp BD$．

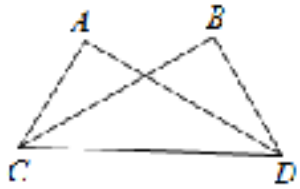
$\therefore \angle A=\angle D=90^\circ$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中，

$$\begin{cases}DC=DC\\ AC=BD\end{cases}，$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ADC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ （HL），

$\therefore AD=BC$．



29．证明：（1）作 $CF\perp AD$，交 AD 延长线与 F，

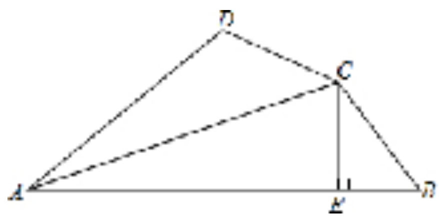
$\because \angle CDF+\angle ADC=180^\circ$， $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$，

$\therefore \angle CDF=\angle ABC$，即 $\angle EBC=\angle CDF$，

$\because CE\perp AB$，那么 $\angle CEB=\angle CFD=90^\circ$，

在 $\triangle CFD$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases}\angle CEB=\angle CFD\\ \angle EBC=\angle CDF\\ CD=CB\end{cases}，$$



$\therefore \triangle CFD$ 和 $\triangle CEB$ （AAS），

$\therefore CE=CF$，

$\because CF\perp AD$，$CE\perp AB$，$CE=CF$，

$\therefore AC$ 平分 $\angle BAD$．

（2）$\because AC$ 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle FAC=\angle EAC$，

在 $\triangle CFA$ 和 $\triangle CEA$ 中，

$$\begin{cases}\angle CEA=\angle CFA\\ \angle FAC=\angle EAC\\ AC=AC\end{cases},$$

$\therefore \triangle CFA\cong\triangle CEA$ （AAS），

$\therefore AF=AE=9$，

$\because \triangle CDF\cong\triangle CBE$，

$\therefore DF=BE=3$，

$AD=AF-FD=9-3=6$．

30．解：（1）$\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle DAC=\angle DAE-\angle DAC$．

即 $\angle BAD=\angle CAE$．

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE\\ AD=AE\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$，

$\therefore \angle B=\angle ACE$，

$\therefore \angle B+\angle ACB=\angle ACE+\angle ACB=\angle BCE$，

$\therefore \angle BCE=90^\circ$．

（2）$\alpha+\beta=180^\circ$，

理由：$\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle DAC=\angle DAE-\angle DAC$．

即 $\angle BAD=\angle CAE$．

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE\\ AD=AE\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$，

$\therefore \angle B=\angle ACE$，

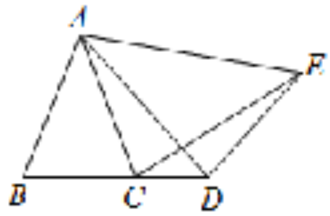
$\because \angle B=\angle ACB$，$\beta=\angle ACE+\angle ACB$．

$\therefore \angle B+\angle ACB=\beta$，

$\therefore \alpha+\angle B+\angle ACB=180^\circ$，

$\therefore \alpha+\beta=180^\circ$．

（3）当点 D 在射线 BC 上时，$\alpha+\beta=180^\circ$．



$\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$，

$\because AB=AC$，$AD=AE$，

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$（$SAS$），

$\therefore \angle B=\angle ACE$，

$\because \angle BAC+\angle B+\angle BCA=180^\circ$，

$\therefore \angle BAC+\angle BCE=\angle BAC+\angle BCA+\angle ACE=\angle BAC+\angle BCA+\angle B=180^\circ$，

$\because \angle BAC=\alpha$，$\angle BCA+\angle B=\beta$，

$\therefore \alpha+\beta=180^\circ$．

2015北京师大二附中西城实验学校初二上期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1．【答案】D

【解析】把一个多项式在一个范围（如有理数范围内分解，即所有项均为有理数）化为几个最简整式的积的形式，这种变形叫做因式分解，也叫作分解因式．$10x^2-5x=5x(2x-1)$ 是因式分解．

故选：D．

2．【答案】B

【解析】$\because$ 分式 $\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 的值为 0，

$\therefore x^2-1=0$，且 $x-1\neq0$，

解得 $x=-1$．

故选：B．

3．【答案】D

【解析】把一个绝对值小于 1（或者大于等于 10）的实数记为 $a\times10^n$ 的形式（其中 $1\leqslant a<10$），这种记数法叫做科学记数法．只有 3.14×10^{-5} 才是正确的科学记数法．

故选：D．

4．【答案】A

【解析】A、三条边对应相等的两个三角形全等，本选项正确，

B、周长相等的两个三角形无法判定全等，本选项错误，

C、三个角对应相等的两个三角形相似，但不一定全等，本选项错误，

D、面积相等的两个三角形无法判定全等，本选项错误．

故选：A．

5．【答案】D

【解析】$\dfrac{10x+2\times10y}{10x+10y}=\dfrac{10(x+2y)}{10(x+y)}=\dfrac{x+2y}{x+y}$，与原式相等．

故选：D．

6．【答案】B

【解析】在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases}AB=AC\\ \angle A=\angle A\\ AE=AF\end{cases},$$

$\therefore \angle C=\angle B=25^\circ$，

$\therefore \angle BEO=\angle A+\angle C=85^\circ$，

$\therefore \angle EOB = 180° - \angle B - \angle BEO = 70°$.

故选：B.

7．【答案】C

【解析】$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，且 $DE \perp AB$， $DF \perp AC$，

$\therefore DE = DF$，

在 $Rt\triangle AED$ 和 $Rt\triangle AFD$ 中，

$$\begin{cases} AD = AD \\ DE = DF \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AED \cong Rt\triangle AFD$，

$\therefore AE = AF$， $\angle ADE = \angle ADF$.

故选：C.

8．【答案】D

【解析】① $(\frac{1}{3})^{-2} = 3^2 = 9$，正确，

② $2^{-2} = \frac{1}{4}$，错误，

③当 $a \neq 0$ 时， $a^0 = 1$， $a = 0$ 时， a^0 无意义，错误

④ $(-1)^{-1} = -1$，错误，

⑤ $(-3)^3 = -27$，错误.

故选：D.

9．【答案】B

【解析】$\because AB' \parallel AB$，

$\therefore \angle B'AB = \angle B = 20°$，

$\therefore$旋转了 $20°$.

故选：B.

10．【答案】A

【解析】$\because AB = AC$，

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180° - \angle A)$.

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} BD = CE \\ \angle B = \angle C \\ BF = CD \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED$，

$\therefore \angle BFD = \angle CDE$， $\angle BDF = \angle CED$，

$\therefore \angle BFD + \angle BDF = \angle CDE + \angle BDF = 180^\circ - \alpha$，

又$\because$ $\angle BFD + \angle BDF = 180^\circ - \angle B$，

$\therefore \alpha = \angle B$，

$\therefore$ $\alpha = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$，

$\therefore 2\alpha + \angle a = 180^\circ$．

故选：A．

二、填空题

11．【答案】$x \neq 3$

【解析】分式$\frac{x}{3x-1}$有意义，则分母$3x-1 \neq 0$，解得$x \neq \frac{1}{3}$．

故答案为：$x \neq 3$．

12．【答案】$x(x+1)(x-1)$

【解析】$x^3 - x$

$= x(x^2 - 1)$

$= x(x+1)(x-1)$．

故答案为：$x(x+1)(x-1)$．

13．【答案】$-\frac{n}{3m}$

【解析】$\frac{-5mn^2}{15m^2n} = -\frac{n}{3m}$．

故答案为：$-\frac{n}{3m}$．

14．【答案】0

【解析】$x^2y + xy^2 == xy(x+y) = 0 \times (-7) = 0$．

故答案为：0．

15．【答案】$\angle ABC = \angle DCB$、$AC = DB$

【解析】$\angle ABC = \angle DCB$，

在$\triangle ABC$和$\triangle DCB$中，

$\begin{cases} AB = DC \\ \angle ABC = \angle DCB \\ BC = CB \end{cases}$,

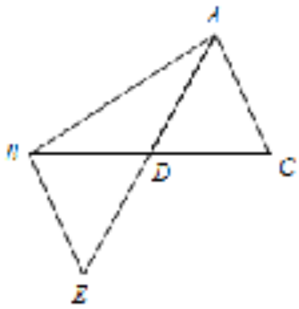
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ （SAS）.

其它还有 $AC = DB$.

故答案为：$\angle ABC = \angle DCB$、$AC = DB$.

16．【答案】$1 < AD < 4$

【解析】延长 AD 到点 E，使 $DE = AD$，连接 BE，



$\because BD = CD$，$AD = DE$，$\angle ADC = \angle BDE$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EBD$，

$\therefore BE = AC = 3$，

在 $\triangle ABE$ 中，$AB = 5$，$BE = 3$，

根据三角形任意两边之和大于第三边得，

$5 - 3 < AE < 5 + 3$，

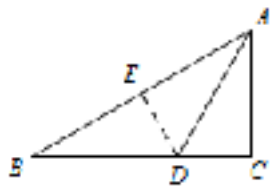
$\therefore 2 < AE < 8$，

$\therefore 1 < AD < 4$.

故答案为：$1 < AD < 4$.

17．【答案】15

【解析】过 D 点作 $DE \perp AB$，交 AB 于 E 点，



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线，且 $AC \perp DC$，$DE \perp AB$，

$\therefore ED = CD = 3$，

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times ED = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15$.

18．【答案】45° 或 135°

【解析】$\because AD \perp BC$，$BE \perp AC$，

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$，

$\therefore \angle CAD + \angle C = 90^\circ$，$\angle CBE + \angle C = 90^\circ$，

$\therefore \angle CAD = \angle CBE$，

$\because BH = AC$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BHD$ （ASA），

$\therefore AD = BD$，

$\therefore \angle ABC = 45^\circ$.

另一种情况，当 $\angle ABC$ 是钝角时，

$\because AD \perp BC$，$BE \perp AC$，

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$，

$\therefore \angle CAD + \angle C = 90^\circ$，$\angle CAD + \angle H = 90^\circ$，

$\therefore \angle C = \angle H$，

$\because BH = AC$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BHD$（$ASA$），

$\therefore AD = BD$，

$\therefore \angle ABD = 45^\circ$，

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ABD = 135^\circ$.

故答案为：45°或135°.