6.3　余角、补角、对顶角

知识点 1　余角、补角的概念

1．2017·广东已知$\angle A=70°$，则$\angle A$的补角为(　　)

A．110°　B．70°　C．30°　D．20°

2．下列选项中，能与30°角互补的是(　　)

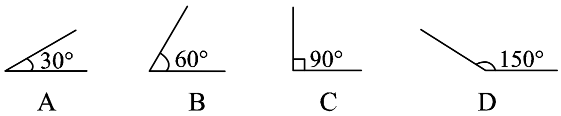

图 6－3－1

3．如图 6－3－2，点 O 在直线 AB 上，若$\angle 1=40°$，则$\angle 2$的度数是(　　)

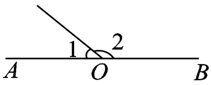

图 6－3－2

A．50°　B．60°　C．140°　D．150°

4. 如果一个角是 36°，那么(　　)

A．它的余角是 64°　B．它的补角是 64°

C．它的余角是 144°　D．它的补角是 144°

5．现有下列说法：①锐角的余角是锐角；②钝角没有余角；③直角的补角是直角；④两个锐角互余．其中正确说法的个数是(　　)

A．4　B．3　C．2　D．1

6．52°34′的余角是__________，补角是__________.

7．若一个锐角的余角与这个角相等，则这个角等于________°.

8．已知$\angle 1$和$\angle 2$互余，$\angle 2$和$\angle 3$互补，如果$\angle 1=63°$，那么$\angle 3=$________°.

9．一个角的补角比它的余角的 4 倍少 15°，求这个角的度数.

知识点 2　余角、补角的性质

10．若$\angle 1+\angle 2=90°$，$\angle 1+\angle 3=90°$，则________＝________，理由是________________________________；若$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 3+\angle 4=180°$，$\angle 1=\angle 3$，

则________＝________，理由是____.

11．若∠1 与∠2 互补，∠2 与∠3 互补，∠1＝50°，则∠3 等于(　　)

A．50°　B．130°　C．40°　D．140°

12.如图 6－3－3 所示，一副三角板(直角顶点重合)摆放在桌面上，若∠AOC＝65°，则∠BOD 等于(　　)

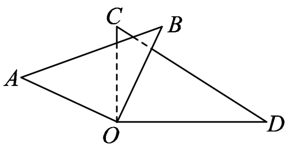

图 6－3－3

A．45°　B．55°　C．60°　D．65°

13．下列说法错误的是(　　)

A．若两角互余，则这两角均为锐角

B．若两角相等，则它们的补角也相等

C．互为余角的两个角的补角相等

D．两个钝角不能互补

14．如图 6－3－4，已知∠BOC＝90°，∠DOA＝90°，∠1＝50°，求∠2 的度数．

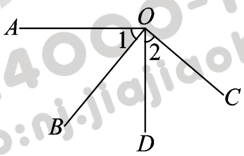

图 6－3－4

15．如图 6－3－5 所示，点 A，O，E 在一条直线上，从点 O 引射线 OB，OC，OD，∠AOC＝∠COE＝∠BOD＝90°，那么图中互补的角有哪几对？

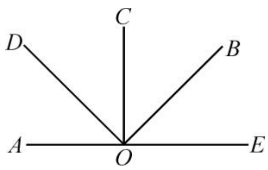

图 6－3－5

16．如果一个角等于它的余角的 2 倍，那么这个角是它的补角的(　　)

A．2 倍　B.$\frac{1}{2}$　C．5 倍　D.$\frac{1}{5}$

17．已知：如图 6－3－6，$\angle AOB=\angle COD=90°$，则$\angle 1$与$\angle 2$的关系是(　　)

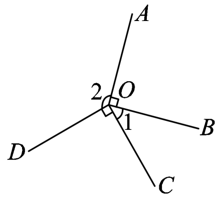

图 6－3－6

A．互余

B．互补

C．相等

D．无法确定

18．如图 6－3－7，O 为直线 AB 上一点，$\angle AOC=\alpha$，$\angle BOC=\beta$，则β的余角可表示为(　　)

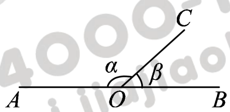

图 6－3－7

A.$\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$　B.$\frac{1}{2}\alpha$

C.$\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$　D.$\frac{1}{2}\beta$

19．如图 6－3－8，一副三角板(直角顶点重合)摆放在桌面上，若$\angle AOD=150°$，则$\angle BOC=$________°.

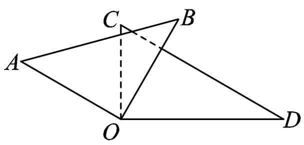

图 6－3－8

20．如图 6－3－9，将一副三角尺的直角顶点重合在一起．

(1)若$\angle DOB$与$\angle DOA$的度数之比是 2∶11，求$\angle BOC$的度数；

(2)若叠合所成的$\angle BOC=n°(0<n<90)$，则$\angle DOA$的补角的度数与$\angle BOC$的度数之比

是多少？

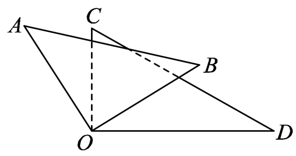

图 6－3－9

21．如图 6－3－10，O 是直线 AB 上任一点，射线 OD 和射线 OE 分别平分∠AOC 和∠BOC.

(1)写出与∠AOE 互补的角；

(2)若∠AOD＝36°，求∠DOE 的度数；

(3)当∠AOD＝x°时，请直接写出∠DOE 的度数.

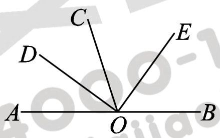

图 6－3－10

22．如图 6－3－11，已知 O 为直线 AD 上一点，∠AOC 与∠AOB 互补，OM，ON 分别为∠AOC，∠AOB 的平分线，若∠MON＝40°.

(1)∠COD 与∠AOB 相等吗？请说明理由；

(2)试求∠AOC 与∠AOB 的度数.

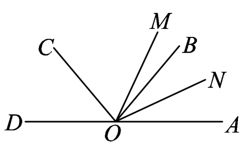

图 6－3－11

详解详析

1．A　2.D　3.C

4．D　[解析] 如果一个角是 36°，那么它的余角是 90°－36°＝54°，补角是 180°－36°＝144°.故选 D.

5．B

6．37°26′　127°26′　[解析] 90°－52°34′＝37°26′，180°－52°34′＝127°26′.

7．45

8．153　[解析] 因为∠1 和∠2 互余，所以∠1＋∠2＝90°.又因为∠1＝63°，所以∠2＝27°.因为∠2 和∠3 互补，所以∠2＋∠3＝180°，即 27°＋∠3＝180°，所以∠3＝153°.

9．**解**：设这个角为 x°，由题意得 180°－x°＝4(90°－x°)－15°，解得 x＝55.即这个角的度数为 55°.

10．∠2　∠3　同角的余角相等　∠2　∠4

等角的补角相等

11．A

12．D　[解析] ∵∠AOC 和∠BOD 都是∠BOC 的余角，∴∠AOC＝∠BOD.∵∠AOC＝65°，∴∠BOD＝65°.故选 D.

13．C　[解析] 若两角互余，则这两角均为锐角，选项 A 正确；若两角相等，则它们的补角也相等，选项 B 正确；30°与 60°的角互余，30°角的补角是 150°，60°角的补角是 120°，则互为余角的两个角的补角不一定相等，选项 C 错误；两个钝角不能互补，选项 D 正确.

14．**解**：因为∠AOD＝90°，所以∠1＋∠BOD＝90°.

因为∠BOC＝90°，所以∠2＋∠BOD＝90°.根据同角的余角相等，可得∠2＝∠1＝50°.

15．**解**：∠AOD 与∠DOE 互补，∠BOC 与∠DOE 互补，∠BOE 与∠AOB 互补，∠DOC 与∠AOB 互补，∠AOC 与∠BOD 互补，∠AOC 与∠COE 互补，∠BOD 与∠COE 互补.

16．B　[解析] 设这个角为α，它的余角为β，它的补角为γ，则$\alpha=2\beta$，∵$\alpha+\beta=90°$，∴$\alpha+\frac{1}{2}\alpha=90°$，∴$\alpha=60°$.∵$\alpha+\gamma=180°$，∴$\gamma=120°$，∴$\alpha=\frac{1}{2}\gamma$.故选 B.

17．B

18．C　[解析] 由邻补角的定义，得$\alpha+\beta=180°$，两边都除以 2，得$\frac{1}{2}(\alpha+\beta)=90°$，$\beta$的余角是$\frac{1}{2}(\alpha+\beta)-\beta=\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$．故选 C.

19．30

[解析] ∵$\angle AOB=\angle COD=90°$，$\angle AOD=150°$，

∴$\angle BOC=\angle AOB+\angle COD-\angle AOD=90°+90°-150°=30°$.

20．解：(1)设$\angle DOB=2x$，则$\angle DOA=11x$.

因为$\angle AOB=\angle COD=90°$，

所以$\angle AOC=\angle DOB=2x$，$\angle BOC=7x$.

又因为$\angle DOA=\angle AOB+\angle COD-\angle BOC=180°-\angle BOC$，

可得方程 $11x=180°-7x$，解得 $x=10°$ ，

所以$\angle BOC=70°$.

(2)因为$\angle DOA=\angle AOB+\angle COD-\angle BOC=180°-\angle BOC$，

所以$\angle DOA$ 与$\angle BOC$ 互补，

则$\angle DOA$ 的补角的度数是 $n°$，

则$\angle DOA$ 的补角的度数与$\angle BOC$ 的度数之比是 1∶1.

21．解：(1)∵OE 平分$\angle BOC$，

∴$\angle BOE=\angle COE$.

∵$\angle AOE+\angle BOE=180°$，

∴$\angle AOE+\angle COE=180°$ ，

∴与$\angle AOE$ 互补的角是$\angle BOE$，$\angle COE$.

(2)∵OD，OE 分别平分$\angle AOC$，$\angle BOC$，

∴$\angle COD=\angle AOD=36°$，$\angle COE=\angle BOE=\frac{1}{2}\angle BOC$，$\angle AOC=2\times36°=72°$，

∴$\angle BOC=180°-72°=108°$，

∴$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC=54°$，

∴$\angle DOE=\angle COD+\angle COE=90°$.

(3)当$\angle AOD=x°$时，$\angle DOE=90°$.

22．解：(1)$\angle COD=\angle AOB$.理由：因为$\angle AOC$ 与$\angle AOB$ 互补，所以$\angle AOC+\angle AOB=180°$.又因为$\angle AOC+\angle COD=180°$，所以$\angle COD=\angle AOB$.

(2)因为 OM 和 ON 分别是$\angle AOC$ 和$\angle AOB$ 的平分线，

所以$\angle AOM=\frac{1}{2}\angle AOC$，$\angle AON=\frac{1}{2}\angle AOB$，

所以$\angle MON=\angle AOM-\angle AON=\frac{1}{2}\angle AOC-\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}(\angle AOC-\angle AOB)=\frac{1}{2}\angle BOC$.

因为$\angle MON=40°$，所以$\angle BOC=80°$，

所以$\angle COD+\angle AOB=180°-80°=100°$.

又因为$\angle AOB=\angle COD$，

所以$\angle AOB=\angle COD=50°$，

所以$\angle AOC=180°-\angle COD=130°$.