平谷区 2016-2017 学年度第二学期质量监控试卷

高三数学(文)

考生须知	1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分, 考试时间为 120 分钟 . 2. 试题所有答案必须书写在答题卡上，在试卷上作答无效. 3. 考试结束后，将答题卡交回，试卷按学校要求保存好.

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分；在每个小题列出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

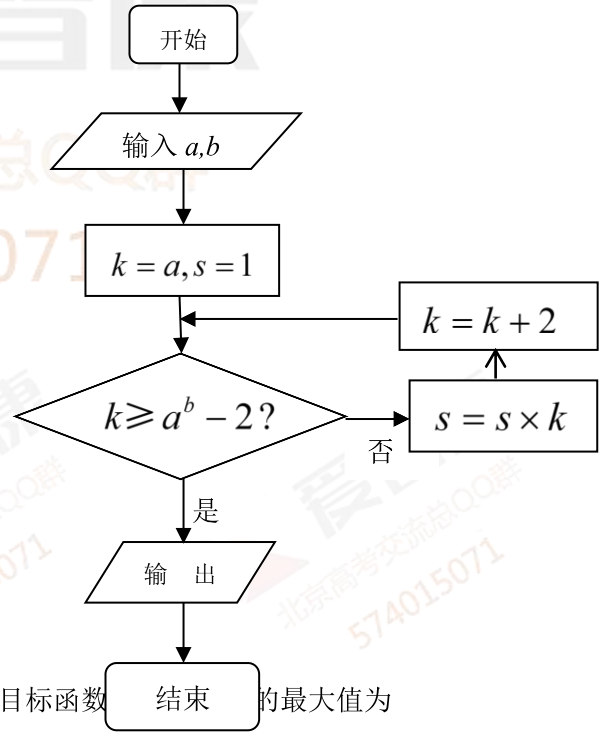
1.已知集合 $M=\{0,1\}$，$N=\{x|x=2n，n\in Z\}$，则 $M\cap N$ 为

A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\{0, 1\}$　　D. $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数在 $(0,+\infty)$ 上为减函数的是

A. $y=\cos x$　　B. $y=-x^2+2x$

C. $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$　　D. $y=e^{-x}$



3. $\cos\frac{17\pi}{6}$ 等于

A. $-\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 执行如右图所示的程序框图，当 $a=2,b=3$ 时，输出 S 值为

A. 6　　B. 8　　C. 24　　D. 36

5.已知实数 x 、y 满足不等式组 $\begin{cases} y\ge 1 \\ x-y\ge 0 \\ x+2y-6\le 0 \end{cases}$ 时，目标函数 的最大值为

A.3　　B.6　　C.8　　D.9

6. “$k>-\frac{\sqrt{3}}{3}$”是“直线 $y=k(x+1)$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 相交”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C．充分必要条件　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

7.设 $\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 为同一平面内两个不共线向量，且 $\boldsymbol{a}=2e_1+3\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=ke_1-4\boldsymbol{e}_2$ 若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 则 k 的值为

A. $-\dfrac{8}{3}$　B. $-\dfrac{4}{3}$　C. $-\dfrac{3}{4}$　D. $-\dfrac{3}{2}$

8、某位股民购进某只股票，在接下来的交易时间内，他的这只股票先经历了 5 次涨停(每次上涨 10%)，又经历了 5 次跌停(每次下跌 10%)，则该股民这只股票的盈亏情况(不考虑其他费用)为

A．略有盈利　B．略有亏损　C．没有盈利也没有亏损　D．无法判断盈亏情况

第 II 卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

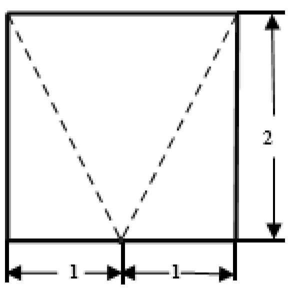
9.已知 i 为虚数单位，那么 $(1+2i)^2$ 等于____________

10.在区间 $[0,\pi]$ 上随机取一个数 x，使 $\sin x \geqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 成立的概率____________

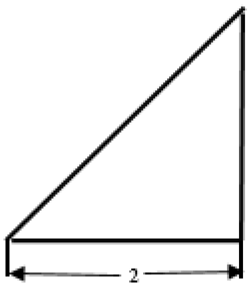
11.已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的一条渐近线方程为 $y+2x=0$，则 $a=$____________

12.在 ΔABC 中，角 A、B、C 对边分别为 a、b、c，已知 $a=4$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，$S_{\Delta ABC}=6\sqrt{3}$，则 $b=$__________

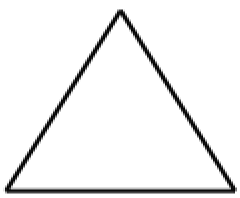
13. 已知（如下图）为某四棱锥的三视图，则该几何体体积为________



正视图



左视图



俯视图

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(4-a)x+3 & (x\le 6)\\ a^{x-5} & (x>6)\end{cases}$,

（1）当 a=2 时，若 $f(x)=1$ 则 x=______；

（2）若数列 $\{a_n\}$，$a_n=f(n)$ $(n\in N^*)$，且数列 $\{a_n\}$ 是递增数列，则实数 a 的取值范围是__________.

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.(本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\cos^2 x+\dfrac{1}{2}$

（Ⅰ）求函数 $f(x)=0$ 时 x 的集合；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值.

16.（本小题满分 13 分）

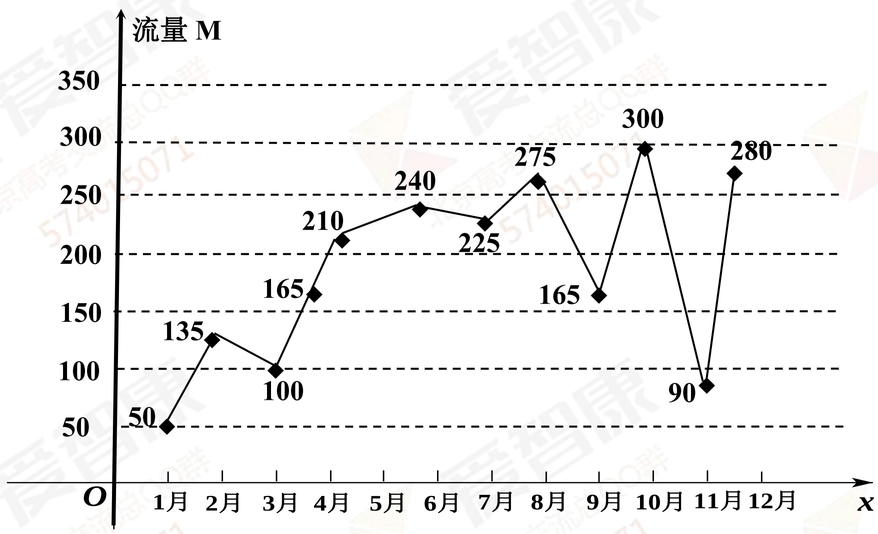
已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_6=14$，且 a_1,a_3,a_7 为等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $c_n=a_n-b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

17.（本小题共 13 分）

某人的手机使用的是每月 300M 流量套餐，下面折线图记录了某人在去年 1 月到 12 月的流量使用情况。其中横轴代表月份，纵轴代表流量.



（Ⅰ）若在一年中随机取一个月的流量使用情况，求使用流量不足 180M 的概率；

（Ⅱ）若从这 12 个月中随机选择连续的三个月进行观察，求所选三个月的流量使用情况中，中间月的流量使用情况低于另两月的概率；

(III) 由折线图判断从哪个月开始,连续四个月的流量使用的情况方差最大. (结论不要求证明)

18.（本小题共 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle DAB=60^\circ$，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，

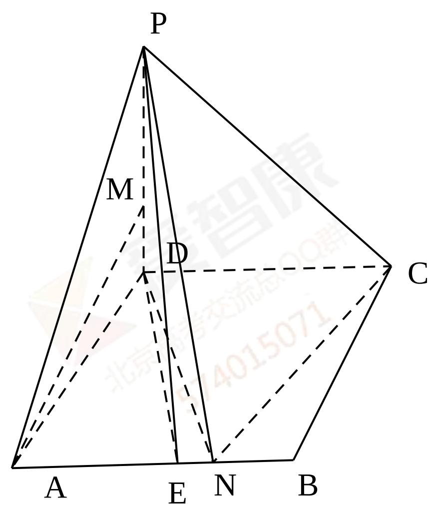
$PD=AD=3$，$PM=2MD, AN=2NB$，

（Ⅰ）求证：直线 AM // 平面 PNC；

（Ⅱ）在 AB 上是否存在一点 E，使 $CD\perp$ 平面 PDE，若存在，确定 E 的位置，并证明，若不存在，说明理由;

（Ⅲ）求三棱锥 $C-PDA$ 的体积.

19.（本小题共 13 分）



已知椭圆 **C**：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 经过点 $E(\sqrt{3},1)$，离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，O 为坐标原点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程;

（Ⅱ）若点 P 为椭圆 C 上一动点，点 $A(3,0)$ 与点 P 的垂直平分线交 y 轴于点 B，求 $|OB|$ 的最小值.

20.（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=(1-k)x+\frac{1}{e^x}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间;

（Ⅱ）当 $k=0$ 时，过点 $A(0,t)$ 存在函数曲线 $f(x)$ 的切线，求 t 的取值范围.

平谷区 2016-2017 学年度第二学期质量监控试题

高三数学（文）参考答案

一. 选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	B	D	B	A	B

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.（两空题，第一空3分，第二空2分）

9. $-3+4i$ ； 10. $\frac{1}{3}$ ； 11. $\frac{1}{2}$；

12. $2\sqrt{7}$ ； 13. $\frac{8}{3}$ ； 14. -1 ， $(3,4)$

三、解答题：（本大题共 **6** 小题，共 **80** 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）.

15.（本小题满分 13 分）

（Ⅰ）解： $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\cos^2 x+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}$.

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$$ ……………5 分

因为:f(x)=0 时，$\sin(2x-\frac{\pi}{6})=0$

所以：$2x-\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in Z)$， 解得: $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$

所以函数 f(x)=0 时 x 的集合为$\left\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12},k\in Z\right\}$…………8 分

（Ⅱ）因为$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$,所以$-\frac{\pi}{6}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{6}$，

方法一：$-\frac{1}{2}\le\sin(2x-\frac{\pi}{6})\le 1$,所以$-\frac{1}{2}\le f(x)\le 1$

故函数 $f(x)$ 在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$-\frac{1}{2}$． ………..13 分

方法二：

∴当时 $2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$，即 x=0时$f(x)$取得最小值为-$\frac{1}{2}$，

故函数 $f(x)$ 在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$-\frac{1}{2}$ 13 分

16.（本小题满分 13 分）

解：$\begin{cases} a_1+5d=14 \\ (a_1+2d)^2=a_1\cdot(a_1+6d) \end{cases}$ 解得：$a_1=4$，$d=2$ ....5 分

$\therefore a_n=4+(n-1)\cdot 2=2n+2$

$\therefore q=\dfrac{a_3}{a_1}=2$，$b_n=4\cdot 2^{n-1}=2^{n+1}$ .... …………8 分

(2) $\because c_n=a_n-b_n$，

$\therefore s_n=c_1+c_2+c_3+\cdots\cdots+c_{n-1}+c_n$

$=a_1-b_1+a_2-b_2+\cdots\cdots+a_{n-1}-b_{n-1}+a_n-b_n$

$=(a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_{n-1}+a_n)-(b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_{n-1}+b_n)$

$=\dfrac{(4+2n+2)\cdot n}{2}-\dfrac{4\cdot(1-2^n)}{1-2}$

$=n^2+3n+4-2^{n+2}$

………..13 分

17.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）设流量不足 150M 为事件 A，这一年共有 12 个月，其中 1 月，2 月，3 月，4 月，9 月 11 月共 6 个月流量不足 180M，……2 分

所以 $P(A)=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$． ……………4 分

（Ⅱ）设所选三个月的流量使用情况中，中间月的流量使用情况低于另两月为事件 B，

在这一年中随机取连续三个月的使用流量，有(1，2，3)，(2，3，4)，(3，4，5)，(4，5，6)，(5，6，7)，(6，7，8)，(7，8，9)，(8，9，10)，(9，10，11)，(10，11，12)，共 10 种取法， ……………6 分

其中(2，3，4)，(6，7，8)，(8，9，10)，(10，11，12)4 种情况满足条件，…8 分

所以 $P(B)=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$． ……………10 分

（Ⅲ）9 月，10 月，11 月，12 月这四个月的流量使用情况方差最大． ………13 分

18.（本小题共 14 分）

证明：（Ⅰ）在 PC 上去一点 F，使 $PF=2FC$，连接 MF,NF，因为

$PM=2MD, AN=2NB$，所以 MF//DC，MF=$\frac{2}{3}$DC，AN//DC，AN=$\frac{2}{3}$AB=$\frac{2}{3}$DC

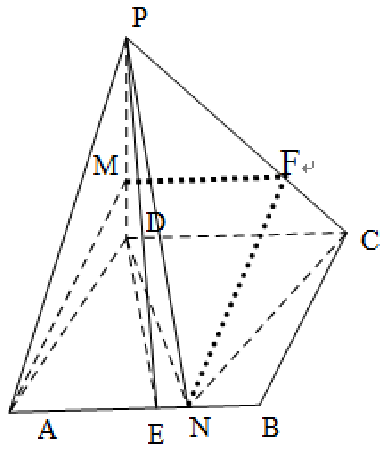
所以 MF//AN，MF=AN

所以 MFNA 为平行四边形

即 AM//NA

又 AM $\not\subset$ 平面 PNC

所以直线 AM// 平面 PNC ……………5 分



（Ⅱ）因为 E 是 AB 中点，底面 $ABCD$ 是菱形，

$\angle DAB=60^0$，所以 $\angle AED=90^0$

因为 AB//CD，所以，$\angle EDC=90^0$ 即 CD ⊥ DE .

又 PD ⊥平面 $ABCD$,所以 CD ⊥ PD

又 DE ∩ PD=D 所以直线 CD ⊥平面 PDE ………………11 分

（Ⅲ）直线 AB//DC，且由（Ⅱ）可知，DE 为点 A 到平面 PDC 的距离，

$$S_{\Delta PDC}=\frac{1}{2}PD\cdot DC=\frac{9}{2},\quad DE=\frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$V_{C-PDA}=V_{A-PDC}=\frac{1}{3}S_{\Delta PDC}\cdot DE=\frac{9\sqrt{3}}{4}\text{。}$$ ………………. 14 分

19.（本小题共 13 分）

（Ⅰ）解：离心率为 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，所以 $c^2=\frac{2}{3}a^2$，故 $b^2=\frac{1}{3}a^2$，椭圆 C 为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\frac{1}{3}a^2}=1$

把点 $E(\sqrt{3},1)$ 带入得 $a^2=6,\ b^2=2$，所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$． ……………5 分

（Ⅱ）解：由题意，直线 l 的斜率存在，设点 $P(x_0,y_0)(y_0\neq 0)$，

则线段 AP 的中点 D 的坐标为 $(\frac{x_0+3}{2},\frac{y_0}{2})$，

且直线 AP 的斜率 $k_{AP}=\frac{y_0}{x_0-3}$， ……………7 分

由点 $A(3,0)$ 关于直线 l 的对称点为 P，得直线 $l\perp AP$，

故直线l的斜率为$-\frac{1}{k_{AP}}=\frac{3-x_0}{y_0}$，且过点$D$，

所以直线l的方程为：$y-\frac{y_0}{2}=\frac{3-x_0}{y_0}(x-\frac{x_0+3}{2})$，　　………9 分

令$x=0$，得$y=\frac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0}$，则$B(0,\frac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0})$，

由$\frac{x_0^2}{6}+\frac{y_0^2}{2}=1$，得$x_0^2=6-3y_0^2$，

化简，得$B(0,\frac{-2y_0^2-3}{2y_0})$.　　…………11 分

所以$|OB|=|\frac{-2y_0^2-3}{2y_0}|=|y_0|+\frac{3}{2|y_0|}\geqslant 2\sqrt{|y_0|\times\frac{3}{2|y_0|}}=\sqrt{6}$.　………12 分

当且仅当$|y_0|=\frac{3}{2|y_0|}$，即$y_0=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$时等号成立.

所以$|OB|$的最小值为$\sqrt{6}$.　…………　13 分

20.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）函数的定义域为 **R**.

所以　$f'(x)=\frac{(1-k)e^x-1}{e^x}$.

①当$k\geq 1$时，　$f'(x)<0$恒成立，所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$为减函数

②当$k<1$时，令$f'(x)=0$，　则$x=-\ln(1-k)$，

当$x\in(-\infty,-\ln(1-k))$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在$(-\infty,-\ln(1-k))$上单调递减；

当$x\in(-\ln(1-k),+\infty)$时，　$f'(x)>0$，　$f(x)$在$(-\ln(1-k),+\infty)$上单调递增；…………..6 分

（Ⅱ）设切点坐标为(x_0,y_0)，

则切线方程为$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

即$y-(x_0+\frac{1}{e^{x_0}})=(1-\frac{1}{e^{x_0}})(x-x_0)$

将$A(0,t)$代入得$t=\frac{x_0+1}{e^{x_0}}$.

令$M(x)=\frac{x+1}{e^x}$，　所以　$M'(x)=\frac{-x}{e^x}$.

当$M'(x)=\frac{-x}{e^x}=0$时，$x_0=0$.

所以 当$x\in(-\infty,0)$时，$M'(x)>0$，函数$M(x)$在$x\in(-\infty,0)$上单调递增；
当$x\in(0,+\infty)$时，$M'(x)<0$，$M(x)$在$x\in(0,+\infty)$上单调递减.

所以 当$x_0=0$时，$M(x)_{\max}=M(0)=1$，无最小值.

当$t\le1$时，存在切线； ………………. 14 分