平谷区２０１６－２０１７学年度第二学期质量监控试卷

高三数学(理)

考生须知	1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间为 120 分钟．
	2. 试题所有答案必须书写在答题卡上，在试卷上作答无效.
	3. 考试结束后，将答题卡交回，试卷按学校要求保存好.

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分；在每个小题列出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

1. 已知集合 $M=\{x|x^2-x\leqslant 0,\ x\in Z\}$，$N=\{x|x=2n,\ n\in Z\}$，则 $M\cap N$ 为

A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 下列函数中，既是偶函数又存在零点的是

A. $y=x^2+1$　　B. $y=|\lg x|$　　C. $y=\cos x$　　D. $y=e^x-1$

3. 已知实数 x、y 满足：$\begin{cases} x-1\leqslant 0 \\ x-y+1\geqslant 0 \\ x+y-1\geqslant 0 \end{cases}$，则 $z=2x-y$ 的最大值为

A. 2　　B. 0　　C. -1　　D. -3

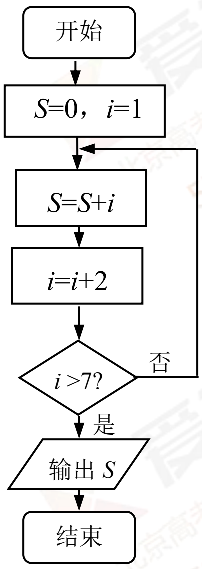
4. 已知 a，b 是两条不同的直线，α 是平面，且 $b\subset\alpha$，那么“$a\,//\,\alpha$”是“$a\,//\,b$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 执行如右图所示的程序框图，则输出 S 的值是

A. 9　B. 16　C. 25　D. 27



6. 若将函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图像向右平移 φ 个单位，所得图像关于 y 轴对称，则 φ 的最小正值是

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

7. 已知点 $M\ (0,\sqrt{15})$ 及抛物线 $y^2=4x$ 上一动点 $N(x,\ y)$，

则 $x+|MN|$ 的最小值为

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 3　　D. 4

8、某位股民购进某只股票，在接下来的交易时间内，他的这只股票先经历了 5 次涨停(每次上涨 10%)，又经历了 5 次跌停(每次下跌 10%)，则该股民这只股票的盈亏情况(不考虑其他费用)为

A．略有盈利　　　　　　B．略有亏损

C．没有盈利也没有亏损　D．无法判断盈亏情况

第Ⅱ卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：(本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.)

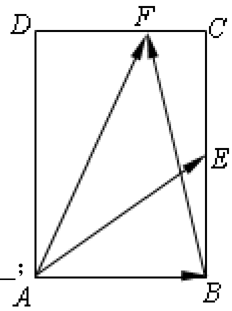
9. 设 i 是虚数单位，则复数 $\dfrac{2+3i}{1-i}$ 等于____________.

10. 在极坐标系中，设曲线 $\rho=-2\sin\theta$ 和直线 $\rho\sin\theta=-1$ 交于 A、B 两点，则 $|AB|=$_____.

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列， $a_2+a_4=10$，$a_1.a_5=16$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项和等于_____ .

12．在平面直角坐标系 xOy 中，若方程 $\dfrac{x^2}{2m}-\dfrac{y^2}{m^2+4}=1$ 表示双曲线，则实数 m 的范围__________；若此双曲线的离心率为 $\sqrt{3}$，则双曲线的渐近线方程为________.

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3, AD=3\sqrt{2}$，点 E 为 BC 的中点，如果 $DF=2FC$，那么 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BE}$ 的值是____.



14. 已知函数 $f(x)=|ax-1|-(a-1)x$.

(i) 当 $a=2$ 时，满足不等式 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围为__________；

(ii) 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴没有交点，则实数 a 的取值范围为____________.

三、解答题：(本大题共 6 小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

15.(本小题满分 13 分)

在 ΔABC 中，角 A， B， C 的对边分别是 a,b,c， $a=2\sqrt{2}$，$\sin C=\sqrt{2}\sin A$.

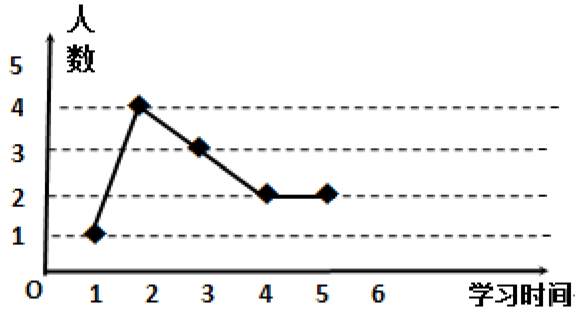
(Ⅰ)求边 c 的值；

(Ⅱ) 若 $\cos C=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，求 ΔABC 的面积.

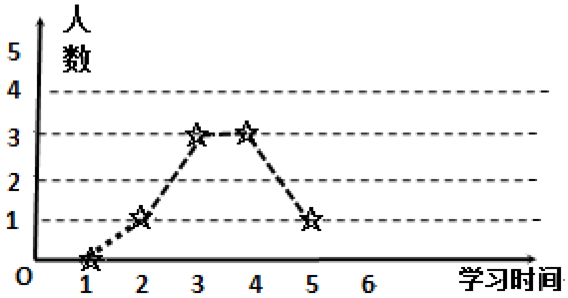
16. (本小题满分 13 分)

为了解学生寒假期间学习情况，学校对某班男、女学生学习时间进行调查，学习时间按整小时

统计，调查结果绘成折线图如下：



男生统计图



女生统计图

（Ⅰ）已知该校有 400 名学生，试估计全校学生中，每天学习不足 4 小时的人数；

（Ⅱ）若从学习时间不少于 4 小时的学生中选取 4 人，设选到的男生人数为 X，求随机变量 X 的分布列；

（III）试比较男生学习时间的方差S_1^2与女生学习时间方差S_2^2的大小。（只需写出结论）

17. （本小题满分 14 分）

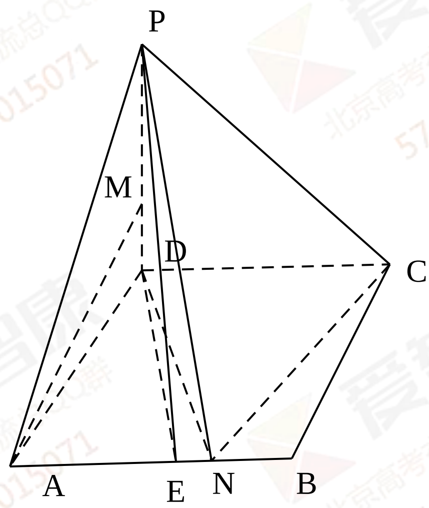
如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle DAB=\dfrac{\pi}{3}$，$PD\perp$平面 $ABCD$，

$PD=AD=3$，$PM=2MD, AN=2NB$，E 是 AB 中点.

（Ⅰ）求证：直线 $AM//$ 平面 PNC；

（Ⅱ）求证：直线$CD\perp$平面PDE；

（III）在 AB 上是否存在一点G，使得二面角$G-PD-A$的大小为$\dfrac{\pi}{3}$，若存在，确定G的位置，若不存在，说明理由.



18. （本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=(1-k)x+\dfrac{1}{e^x}$.

（Ⅰ）如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值，求 k 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（III）当 $k=0$ 时，过点 $A(0,t)$ 存在函数曲线 $f(x)$ 的切线，求 t 的取值范围.

19.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 经过点 $E(\sqrt{3},1)$，离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$， O 为坐标原点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若点 P 为椭圆 C 上一动点，点 $A(3,0)$ 与点 P 的垂直平分线交 y 轴于点 B，求 $|OB|$ 的最小值.

20.（本小题满分 13 分）

对于数列 A: a_1，$a_2,\cdots$，a_n，若满足 $a_i\in\{0,1\}\ (i=1,2,3,\cdots,n)$，则称数列 A 为“0-1 数列”.

若存在一个正整数 $k(2\le k\le n-1)$，若数列 $\{a_n\}$ 中存在连续的 k 项和该数列中另一个连续的 k 项恰好按次序对应相等，则称数列 $\{a_n\}$ 是“k 阶可重复数列”，

例如数列 $A:0,1,1,0,1,1,0$. 因为 a_1,a_2,a_3,a_4 与 a_4,a_5,a_6,a_7 按次序对应相等，所以数列 $\{a_n\}$ 是“4 阶可重复数列”.

（Ⅰ）分别判断下列数列 $A:1,1,0,1,0,1,0,1,1,1.$ 是否是“5 阶可重复数列”？如果是，请写出重复的这 5 项；

（Ⅱ）若项数为 m 的数列 A 一定是 “3 阶可重复数列”，则 m 的最小值是多少？说明理由；

（III）假设数列 A 不是“5 阶可重复数列”，若在其最后一项 a_m 后再添加一项 0 或 1，均可使新数列是“5 阶可重复数列”，且 $a_4=1$，求数列 $\{a_n\}$ 的最后一项 a_m 的值.

平谷区 2016-2017 学年度第二学期质量监控试题

高三数学（理）参考答案

一. 选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	A	D	B	A	C	B

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.（两空题，第一空3分，第二空2分）

9. $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$ ； **10.** 2 ； **11.** 63 ；

12. m >0 ， $y=\pm\sqrt{2}x$ ； **13.** 9 ； **14.** . $(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$ ， $[\frac{1}{2},1)$

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 80 分；解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.（本小题满分 13 分）

解：因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，$\sin C=\sqrt{2}\sin A$ 可得 $c=4$ ....4 分

因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ 所以 $16=8+b^2-2\times2\sqrt{2}\times b\times\frac{\sqrt{2}}{4}$

即 $b^2-2b-8=0$ 所以 $b=4$ 因为 $\cos C=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 所以 $\sin C=\frac{\sqrt{14}}{4}$

所以 ΔABC 面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times4\times\frac{\sqrt{14}}{4}=2\sqrt{7}$ ··············13 分

16.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）每天学习不足 4 小时的人数为：$400\times\frac{12}{20}$=240 人. ··············4 分

（Ⅱ）学习时间不少于 4 本的学生共 8 人，其中男学生人数为 4 人，故 X 的取值为 $0,1,2,3,4$.

由题意可得 $P(X=0)=\frac{C_4^4}{C_8^4}=\frac{1}{70}$； $P(X=1)=\frac{C_4^1C_4^3}{C_8^4}=\frac{16}{70}=\frac{8}{35}$；

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_4^2}{C_8^4}=\frac{36}{70}=\frac{18}{35}$； $P(X=3)=\frac{C_4^3C_4^1}{C_8^4}=\frac{16}{70}=\frac{8}{35}$；

$P(X=4)=\frac{C_4^4}{C_8^4}=\frac{1}{70}$.

所以随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{70}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{1}{70}$

随机变量 X 的均值 $EX=0\times\frac{1}{70}+1\times\frac{16}{70}+2\times\frac{36}{70}+3\times\frac{16}{70}+4\times\frac{1}{70}=2$．…………10 分

（III）$s_1^{\ 2}>s_2^{\ 2}$．……………………………………………………………………13 分

17. （本小题满分 14 分）

证明：（Ⅰ）在 PC 上去一点 F，使 $PF=2FC$，连接 MF,NF，

因为 $PM=2MD, AN=2NB$，

所以 MF//DC，MF=$\frac{2}{3}$DC， AN//DC，AN=$\frac{2}{3}$AB=$\frac{2}{3}$DC

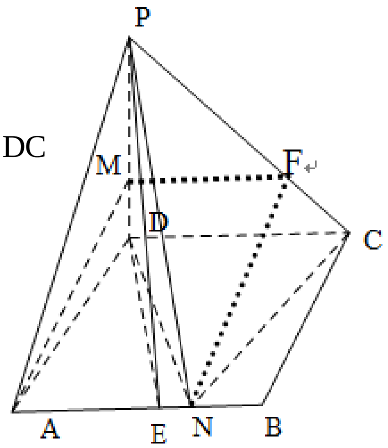
所以 MF//AN，MF=AN

所以 MFNA 为平行四边形

即 AM//NA

又 AM $\not\subset$ 平面 PNC

所以直线 AM // 平面 PNC ……………..5 分



（Ⅱ）因为 E 是 AB 中点，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle DAB=60^0$，所以 $\angle AED=90^0$

因为 AB//CD，所以，$\angle EDC=90^0$ 即 CD $\perp$ DE．又 $PD\perp$ 平面 $ABCD$，所以 CD $\perp$ PD

又 DE $\cap$ PD=D 所以直线 $CD\perp$ 平面 PDE ……………..9 分

（III）由（Ⅱ）问 可知 $DP,DE,DC,$ 相互垂直，以 D 为原点， 如图建立空间直角坐标系

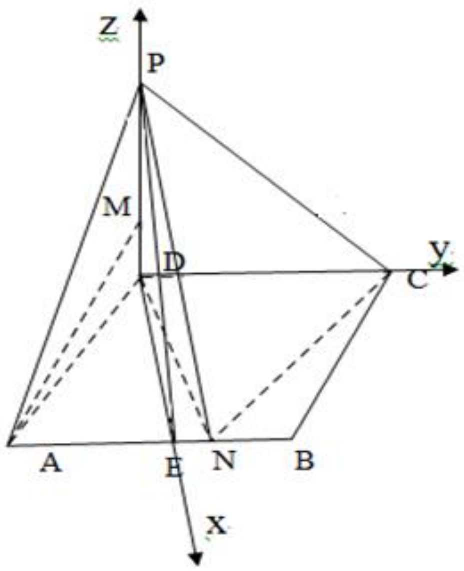
则 $P(0,0,3), A(\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0)$,B$(\frac{3\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},0), G(\frac{3\sqrt{3}}{2},y,0)(y\neq 0)$

设面 PDA 的法向量 $\vec{n}=(m,n,p)$，$\begin{cases}\vec{n}\bullet\overline{DP}=0\\ \vec{n}\bullet\overline{DA}=0\end{cases}$ $\therefore\vec{n}=(1,\sqrt{3},0)$

设面 PDG 的法向量 $\vec{k}=(x_1,y_1,z_1)$ $\begin{cases}\vec{k}\bullet\overline{DP}=0\\ \vec{k}\bullet\overline{DG}=0\end{cases}$ $\therefore\vec{k}=(-\frac{2}{3}y,\sqrt{3},0)$

$$COS60^0=\frac{|\vec{n}\bullet\vec{k}|}{|\vec{n}|\bullet|\vec{k}|}=\frac{|-\frac{2}{3}y+3|}{2\bullet\sqrt{\frac{4}{9}y^2+3}}=\frac{1}{2}$$

解得 $y=\dfrac{3}{2}$ 　　$G(\dfrac{3\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},0)$ 所以 G 与 B 重合.点 B 的位置为所求..........14 分



18. （本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）函数的定义域为 **R**. 所以 $f'(x)=\dfrac{(1-k)e^x-1}{e^x}$

$\because$ 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值

$\therefore\ f'(0)=\dfrac{(1-k)e^0-1}{e^0}=0$，解得：k=0

当 k=0 时，$f'(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x}$，

$$f'(x)=\frac{e^x-1}{e^x}>0\Rightarrow x>0,\ f'(x)=\frac{e^x-1}{e^x}<0\Rightarrow x<0,$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值，符合题意。………. . 3 分

（Ⅱ）因为 $f'(x)=\dfrac{(1-k)e^x-1}{e^x}$.

①当 $k\ge 1$ 时，$f'(x)<0$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 为减函数

②当 $k<1$ 时，令 $f'(x)=0$ ，则 $x=-\ln(1-k)$，

当 $x\in(-\infty,-\ln(1-k))$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,-\ln(1-k))$ 上单调递减；

当 $x\in(-\ln(1-k),+\infty)$ 时， $f'(x)>0$， $f(x)$ 在 $(-\ln(1-k),+\infty)$ 上单调递增；

……………………………………8 分

（III）设切点坐标为 (x_0,y_0)，

则切线方程为 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

即 $y-(x_0+\dfrac{1}{e^{x_0}})=(1-\dfrac{1}{e^{x_0}})(x-x_0)$

将 $A(0,t)$ 代入得 $t=\dfrac{x_0+1}{e^{x_0}}$.

令 $M(x)=\dfrac{x+1}{e^x}$，　　所以　$M'(x)=\dfrac{-x}{e^x}$.

当 $M'(x)=\dfrac{-x}{e^x}=0$ 时， $x_0=0$.

所以　当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$M'(x)>0$，函数 $M(x)$ 在 $x\in(-\infty,0)$ 上单调递增；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时， $M'(x)<0$， $M(x)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递减.

所以　当 $x_0=0$ 时， $M(x)_{\max}=M(0)=1$，无最小值.

当 $t\le1$ 时，存在切线；　………………. . 13 分

19.(本小题满分 14 分)

（Ⅰ）**解**：离心率为 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt6}{3}$， 所以 $c^2=\dfrac{2}{3}a^2$， 故 $b^2=\dfrac{1}{3}a^2$， 椭圆 C 为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{3}a^2}=1$

把点 $E(\sqrt3,1)$ 带入得 $a^2=6,\ b^2=2$，所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$.　　……………5 分

（Ⅱ）**解**：由题意，直线 l 的斜率存在，设点 $P(x_0,y_0)(y_0\ne0)$，

则线段 AP 的中点 D 的坐标为 $(\dfrac{x_0+3}{2},\dfrac{y_0}{2})$，　且直线 AP 的斜率 $k_{AP}=\dfrac{y_0}{x_0-3}$，…7 分

由点 $A(3,0)$ 关于直线 l 的对称点为 P， 得直线 $l\perp AP$，

故直线 l 的斜率为 $-\dfrac{1}{k_{AP}}=\dfrac{3-x_0}{y_0}$， 且过点 D，

所以直线 l 的方程为： $y-\dfrac{y_0}{2}=\dfrac{3-x_0}{y_0}(x-\dfrac{x_0+3}{2})$，　　………9 分

令 $x=0$，得 $y=\dfrac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0}$，则 $B(0,\dfrac{x_0^2+y_0^2-9}{2y_0})$，

由 $\dfrac{x_0^2}{6}+\dfrac{y_0^2}{2}=1$，得 $x_0^2=6-3y_0^2$， 化简，得 $B(0,\dfrac{-2y_0^2-3}{2y_0})$． …………11 分

所以 $|OB|=|\dfrac{-2y_0^2-3}{2y_0}|=|y_0|+\dfrac{3}{2|y_0|}\geqslant 2\sqrt{|y_0|\times\dfrac{3}{2|y_0|}}=\sqrt{6}$．…………13 分

当且仅当 $|y_0|=\dfrac{3}{2|y_0|}$，即 $y_0=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ 时等号成立.

所以 $|OB|$ 的最小值为 $\sqrt{6}$． ………… 14 分

20.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）10101 ….3 分

（Ⅱ）因为数列 $\{a_n\}$ 的每一项只可以是 0 或 1，所以连续 3 项共有 $2^3=8$ 种不同的情形.

若 $m=11$，则数列 $\{a_n\}$ 中有 9 组连续 3 项，则这其中至少有两组按次序对应相等，即项数为 11 的数列 $\{a_n\}$ 一定是“3 阶可重复数列”；若 $m=10$，数列 0,0,1,0,1,1,1,0,0,0 不是“3 阶可重复数列”；则 $3\le m<10$ 时，均存在不是“3 阶可重复数列”的数列 $\{a_n\}$．所以，要使数列 $\{a_n\}$ 一定是“3 阶可重复数列”，则 m 的最小值是 11. ……….8 分

（III）由于数列 $\{a_n\}$ 在其最后一项 a_m 后再添加一项 0 或 1，均可使新数列是“5 阶可重复数列”，即在数列 $\{a_n\}$ 的末项 a_m 后再添加一项 0或1，则存在 $i\ne j$，

使得 $a_i,a_{i+1},a_{i+2},a_{i+3},a_{i+4}$ 与 $a_{m-3},a_{m-2},a_{m-1},a_m,0$ 按次序对应相等，或 $a_j,a_{j+1},a_{j+2},a_{j+3},a_{j+4}$ 与 $a_{m-3},a_{m-2},a_{m-1},a_m,1$ 按次序对应相等，

如果 a_1,a_2,a_3,a_4 与 $a_{m-3},a_{m-2},a_{m-1},a_m$ 不能按次序对应相等，那么必有 $2\le i,j\le m-4$，$i\ne j$，使得 $a_i,a_{i+1},a_{i+2},a_{i+3}$、$a_j,a_{j+1},a_{j+2},a_{j+3}$ 与 $a_{m-3},a_{m-2},a_{m-1},a_m$ 按次序对应相等.

此时考虑 a_{i-1},a_{j-1} 和 a_{m-4}，其中必有两个相同，这就导致数列 $\{a_n\}$ 中有两个连续的五项恰按次序对应相等，从而数列 $\{a_n\}$ 是“5 阶可重复数列”，这和题设中数列 $\{a_n\}$ 不是“5 阶可重复数列”矛盾！所以 a_1,a_2,a_3,a_4 与 $a_{m-3},a_{m-2},a_{m-1},a_m$ 按次序对应相等，从而 $a_m=a_4=1$.

……….14 分