

数学(文科)

2017.4

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 成绩_____

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

1. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | x^2 > 4\}$, 则集合 $A \cap B$ 等于

- A. $\{x | 2 < x < 3\}$ B. $\{x | x > 1\}$ C. $\{x | 1 < x < 2\}$ D. $\{x | x > 2\}$

2. 圆心为 $(0, 1)$ 且与直线 $y = 2$ 相切的圆的方程为

- A. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ B. $(x + 1)^2 + y^2 = 1$
C. $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ D. $x^2 + (y + 1)^2 = 1$

3. 执行如右图所示的程序框图, 输出的 x 值为

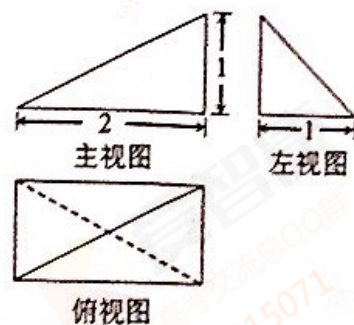
- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

4. 若实数 a, b 满足 $a > 0, b > 0$, 则“ $a > b$ ”是“ $a + \ln a > b + \ln b$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥中最长棱的长度为

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$
C. $2\sqrt{2}$ D. 3



6. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 满足 $\vec{AD} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$, 则

- A. 点 D 不在直线 BC 上 B. 点 D 在 BC 的延长线上
C. 点 D 在线段 BC 上 D. 点 D 在 CB 的延长线上

7. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ \frac{1}{x}, & x > a \end{cases}$ 的值域为 $[-1, 1]$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $(0, 1]$ D. $(-1, 0)$

8. 如图, 在公路 MN 两侧分别有 $A_1, A_2, \dots, A_7$ 七个工厂, 各工厂与公路 MN (图中粗线) 之间有小公路连接. 现在需要在公路 MN 上设置一个车站, 选择站址的标准是“使各工厂到车站的距离之和越小越好”. 则下面结论中正确的是

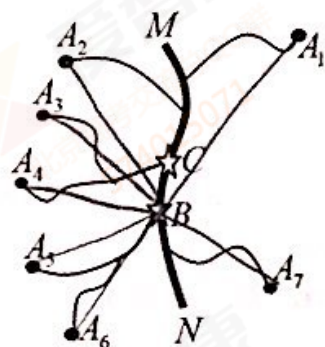
- ① 车站的位置设在 C 点好于 B 点;
② 车站的位置设在 B 点与 C 点之间公路上任何一点效果一样;
③ 车站位置的设置与各段小公路的长度无关.

A. ①

B. ②

C. ①③

D. ②③



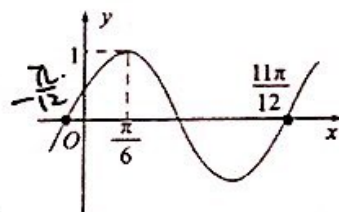
二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 已知复数 $z = a(1+i) - 2$ 为纯虚数, 则实数 $a = \underline{2}$.

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 a_4 = a_5$, $a_4 = 8$, 则公比 $q = \underline{2}$, 其前 4 项和 $S_4 = \underline{15}$.

11. 若抛物线 $y^2 = 2px$ 的准线经过双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点, 则实数 $p = \underline{4}$.

12. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x + 2y - 4 \leq 0, \\ x - 2y \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 $\underline{\frac{3}{2}}$.



13. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$), 若函数 $y = f(x+a)$ ($a > 0$) 的部分图象如图所示, 则 $\omega = \underline{2}$, a 的最小值是 $\underline{\frac{\pi}{12}}$.

14. 阅读下列材料, 回答后面问题:

在 2014 年 12 月 30 日 CCTV13 播出的“新闻直播间”节目中, 主持人说: “……假如此次亚航失联航班 QZ8501 被证实失事的话, 2014 年航空事故死亡人数将达到 1320 人。尽管如此, 航空安全专家还是提醒人们: 飞机仍是相对安全的交通工具。① 世界卫生组织去年公布的数据显示, 每年大约有 124 万人死于车祸, 而即使在航空事故死亡人数最多的一年, 也就是 1972 年, 其死亡数字也仅为 3346 人; ② 截至 2014 年 9 月, 每百万架次中有 2.1 次 (指飞机失事), 乘坐汽车的百万人中其死亡人数在 100 人左右。”

对上述航空专家给出的 ①、② 两段表述 (划线部分), 你认为不能够支持“飞机仍是相对安全的交通工具”的所有表述序号为 (2), 你的理由是 乘坐汽车的百万人中其死亡人数在 100 人左右。

15. (本小题满分13分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 6, a_2 + a_3 = 10$.(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;(II) 求数列 $\{a_n + a_{n+1}\}$ 的前 n 项和.

16. (本小题满分13分)

某地区以“绿色出行”为宗旨开展“共享单车”业务,该地有 a, b 两种“共享单车”(以下简称 a 型车, b 型车).某学习小组7名同学调查了该地区共享单车的使用情况.(I) 某日该学习小组进行一次市场体验,其中4人租到 a 型车,3人租到 b 型车.如果从组内随机抽取2人,求抽取的2人中至少有一人在市场体验过程中租到 a 型车的概率;(II) 根据已公布的2016年该地区全年市场调查报告,小组同学发现3月,4月的用户租车情况呈现下表使用规律.例如,第3个月租 a 型车的用户中,在第4个月有60%的用户仍租 a 型车.

第3个月 \ 第4个月	租用 a 型车	租用 b 型车
租用 a 型车	60%	50%
租用 b 型车	40%	50%

若认为2017年该地区租用单车情况与2016年大致相同.已知2017年3月该地区租用 a, b 两种车型的用户比例为1:1,根据表格提供的信息,估计2017年4月该地区租用两种车型的用户比例.

17. (本小题满分13分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 2B$.(I) 求证: $a = 2b\cos B$;(II) 若 $b = 2, c = 4$,求 B 的值.



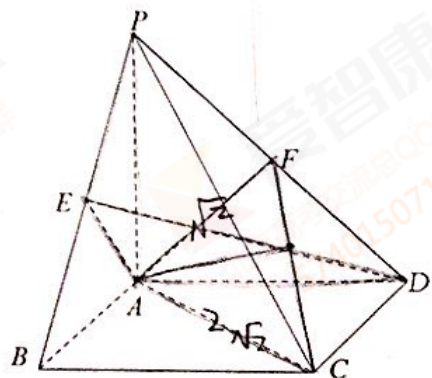
3. (本小题满分 14 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AB = 2$, E, F 分别是 PB, PD 的中点.

(I) 求证: $PB \parallel$ 平面 FAC ;

(II) 求三棱锥 $P-EAD$ 的体积;

(III) 求证: 平面 $EAD \perp$ 平面 FAC .



9. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 且 $|AB| = 4$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设点 $Q(4, 0)$, 若点 P 在直线 $x = 4$ 上, 直线 BP 与椭圆交于另一点 M . 判断是否存在点 P , 使得四边形 $APQM$ 为梯形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.

10. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = e^x - x^2 + ax$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线与 x 轴平行.

(I) 求 a 的值;

(II) 若 $g(x) = e^x - 2x - 1$, 求函数 $g(x)$ 的最小值;

(III) 求证: 存在 $c < 0$, 当 $x > c$ 时, $f(x) > 0$.

x 在 $(c, +\infty)$ 上, $f(x) > 0$ 恒成立.