丰台区 2016 年高三年级第二学期统一练习（二） 2016.5

高三数学（文科）

第一部分 （选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 复数 $i(1-i)$=

（A）$1-i$ （B）$-1-i$ （C）$-1+i$ （D）$1+i$

2. 过点（2，0）且圆心为（1，0）的圆的方程是

（A）$x^2+y^2+2x=0$ （B）$x^2+y^2-2x=0$

（C）$x^2+y^2-4x=0$ （D）$x^2+y^2+4x=0$

3. 在不等式组 $\begin{cases}0\le x\le 2,\\ 0\le y\le 2.\end{cases}$ 表示的平面区域内任取一个点 $P(x,y)$，使得 $x+y\le 1$ 的概率为

（A）$\frac{1}{2}$ （B）$\frac{1}{4}$ （C）$\frac{1}{8}$ （D）$\frac{1}{12}$

4. 已知点 P 在抛物线 $y^2=4x$ 上，它到抛物线焦点的距离为 5，那么点 P 的坐标为

（A）（4，4），（4，-4） （B）（-4，4），（-4，-4）

（C）（5，$2\sqrt{5}$），（5，$-2\sqrt{5}$） （D）（-5，$2\sqrt{5}$），（-5，$-2\sqrt{5}$）

5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，则“$f(x)$ 是奇函数”是“$f(1)=-f(-1)$”的

（A）充分而不必要条件 （B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件 （D）既不充分也不必要条件

6. 将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后与函数 $g(x)$ 的图象重合，则函数 $g(x)$ 为

（A）$\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ （B）$\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

（C）$\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ （D）$\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

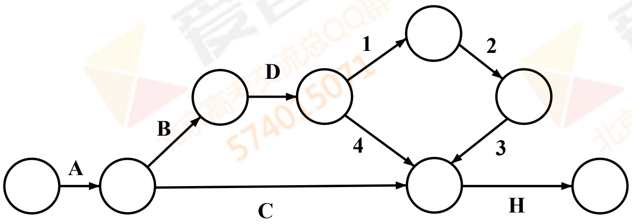
7. 已知 $a=\log_2 3, b=\log_3 2, c=\log_{0.5} 2$，那么

（A）$a<b<c$ （B）$a<c<b$ （C）$c<b<a$ （D）$b<c<a$

8.下表为某设备维修的工序明细表，其中“紧后工序”是指一个工序完成之后必须进行的下一个工序.

工序代号	工序名称或内容	紧后工序
A	拆卸	B，C
B	清洗	D
C	电器检修与安装	H
D	检查零件	E，G
E	部件维修或更换	F
F	部件配合试验	G
G	部件组装	H
H	装配与试车	

将这个设备维修的工序明细表绘制成工序网络图，如图，那么图中的1,2,3,4表示的工序代号依次为



（A）E，F，G，G　　（B）E，G，F，G

（C）G，E，F，F　　（D）G，F，E，F

第二部分　（非选择题　共 110 分）

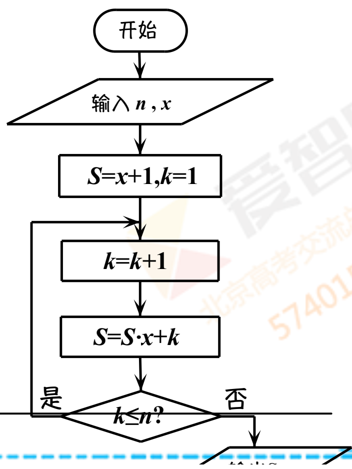
二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(1,-3)$，则 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$_______.

10. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$（$a>0$）的一条渐近线方程为 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，则 $a=$________.

eq \o(y,\s\up7(^))=10. 6x+a，则 a=__________.

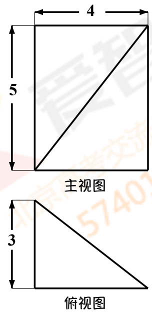
广告费用 x	4	2	3	5
销售额 y（万元）	49	26	39	58



12. 当 $n=3$，$x=2$ 时，执行如图所示的程序框图，则输出的结果为____________.

13. 一个三棱柱被一个平面截去一部分，剩下的几何体的三视图

如图所示，则该几何体的体积为________.



第 13 题

14. 某旅行达人准备一次旅行，考虑携带 A，B，C 三类用品，这三类用品每件重量依次为 1kg，2kg，3kg，每件用品对于旅行的重要性赋值依次为 2,2,4，设每类用品的可能携带的数量依次为 $x_1,x_2,x_3(x_i\ge 1,i=1,2,3)$，且携带这三类用品的总重量不得超过 11kg.当携带这三类用品的重要性指数 $2x_1+2x_2+4x_3$ 最大时，则 x_1，x_2，x_3 的值分别为________.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15.（本小题共 13 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a, b, c，且满足 $c\sin A=\sqrt{3}a\cos C$.

（Ⅰ）求角 C 的大小；

（Ⅱ）若 $b=2\sqrt{3}$，$c=5$，求 a 的值.

16.（本小题共 13 分）

某校举办的数学与物理竞赛活动中，某班有 36 名同学，参加的情况如下表：（单位：人）

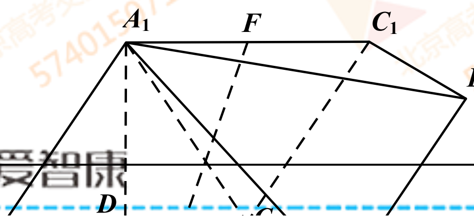
	参加物理竞赛	未参加物理竞赛
参加数学竞赛	9	4
未参加数学竞赛	3	20

（Ⅰ）从该班随机选 1 名同学，求该同学至少参加上述一科竞赛的概率；

（Ⅱ）在既参加数学竞赛又参加物理竞赛的 9 名同学中，有 5 名男同学 a,b,c,d,e 和 4 名女同学甲、乙、丙、丁. 现从这 5 名男同学和 4 名女同学中各随机选 1 人，求 a 被选中且甲未被选中的概率.

17.（本小题共 14 分）

如图，三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1C_1C\perp$ 底面 ABC，



$AA_1=A_1C=AC=2$，$BC=1$，且 $AC\perp BC$，点 D，E，F 分别为 AC，AB，A_1C_1 的中点.

（□）求证：$A_1D\perp$平面 ABC；

（Ⅱ）求证：EF∥平面 BB_1C_1C；

（Ⅲ）写出四棱锥 $A_1\text{-}BB_1C_1C$ 的体积.

（只写出结论，不需要说明理由）

18.（本小题共 13 分）

已知 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列，$a_1+a_2=20, a_3=64$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$b_n=\log_2 a_n$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求证：对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，数列 $\left\{\dfrac{S_n}{a_n}\right\}$ 为递减数列.

19. （本小题共 13 分）

设函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-a(x-1)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

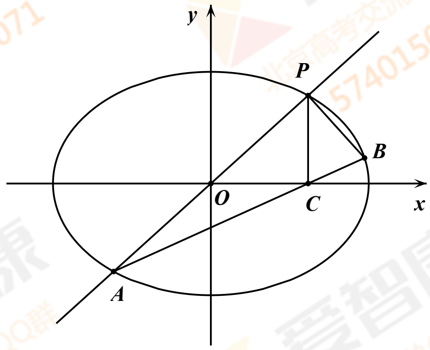
（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,2]$ 上存在唯一零点，求 a 的取值范围.

20.（本小题共 14 分）

已知椭圆 $w:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点（0，$\sqrt{2}$），椭圆 w 上任意一点到两焦点的距离之和为 4.

（Ⅰ）求椭圆 w 的方程；

（Ⅱ）如图，设直线 $l: y=kx(k\neq 0)$ 与椭圆 w 交于 P, A 两点，过点 $P(x_0,y_0)$ 作 $PC\perp x$ 轴，垂足为点 C，直线 AC 交椭圆 w 于另一点 B.



①用直线 l 的斜率 k 表示直线 AC 的斜率；

②写出 $\angle APB$ 的大小，并证明你的结论.

数　学（文科）参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	A	A	D	C	A

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 5　10. $\sqrt{3}$　11. 5.9　12. 42　13. 20　14. 6, 1, 1

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. （本小题共 13 分）

解：（I）由正弦定理得 $\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin A\cos C$，　----------------------------------2 分

化简得 $\tan C=\sqrt{3}$（因为 $\sin A\neq 0,\cos C\neq 0$），　----------------------------------4 分

因为 $0^o<C<180^o$，所以 $C=60^0$.　----------------------------------6 分（II）

由余弦定理得 $25=a^2+(2\sqrt{3})^2-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}a\cos 60^0$，　----------------------------------8 分

化简得 $a^2-2\sqrt{3}a-13=0$，　----------------------------------10 分

解得 $a=\sqrt{3}+4$，或 $a=\sqrt{3}-4$　----------------------------------12 分

所求 a 的值为 $\sqrt{3}+4$.　----------------------------------13 分

16. （本小题共 13 分）

解：（ I ）设“一名同学至少参加上述一科竞赛”为事件 A，　----------------------------2 分

由表可知，既参加数学竞赛又参加物理竞赛的同学有 9 人；只参加数学竞赛的同学有 4 人，只参加物理竞赛的同学有 3 人，因此至少参加一科竞赛的同学有 16 人. ---------4 分

则 $P(A)=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$.　----------------------------6 分

（II）设“ a 被选中且甲未被选中”为事件 B，　---------------------------7 分

从 5 名男同学 a,b,c,d,e 和 4 名女同学甲、乙、丙、丁中各随机选1人，所有的选取情况有：

（a, 甲），（a，乙），（a，丙），（a，丁），

（b, 甲），（b，乙），（b，丙），（b，丁），

（c, 甲），（c，乙），（c，丙），（c，丁），

（d, 甲），（d，乙），（d，丙），（d，丁），

（e, 甲），（e，乙），（e，丙），（e，丁）.

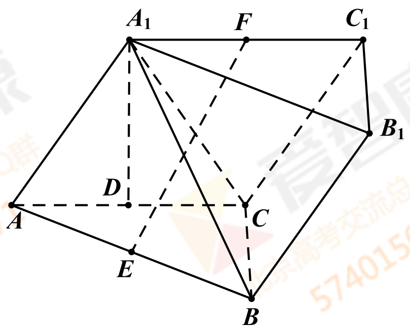
共计 20 种. ---------------------------11 分

其中 a 被选中且甲未被选中的情况有：

（a，乙），（a，丙），（a，丁），共计 3 种. ---------------------------12 分

则 $P(B)=\dfrac{3}{20}$. ---------------------------13 分

17．（本小题共 14 分）



证明：

（Ⅰ）因为在△AA_1C 中，$AA_1=A_1C$，D 为 AC 中点，

所以 $A_1D\perp AC$; --------------------2 分

因为侧面 $AA_1C_1C\perp$ 底面 ABC， --------------------3 分

侧面 $AA_1C_1C\cap$底面 $ABC=AC$， --------------------4 分

所以 $A_1D\perp$平面 ABC; --------------------5 分

（Ⅱ）设 B_1C_1 的中点为 G，连结 FG，GB， --------------------6 分

在四边形 $FGBE$ 中 $FG/\!/A_1B_1$，且 $FG=\frac{1}{2}A_1B_1$，又因为 $EB/\!/A_1B_1$，且 $EB=\frac{1}{2}A_1B_1$，

所以 FG 与 EB 平行且相等，所以四边形 $FGBE$ 为平行四边形；

所以 $EF/\!/BG$， --------------------8 分

又因为 BG 在平面 BB_1C_1C 内，EF 不在平面 BB_1C_1C 内， --------------------10 分

所以 $EF/\!/$平面 BB_1C_1C. --------------------11 分

（Ⅲ）四棱锥 A_1-BB_1C_1C 的体积为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. --------------------14 分

18.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，则 $\begin{cases}a_1+a_1q=20,\\ a_1q^2=64\end{cases}$， --------------------2 分

解得 $q=4$或$q=-\dfrac{4}{5}$舍， --------------------4 分

$a_1=4$． 所以 $a_n=4\times 4^{n-1}=4^n$. --------------------5 分

证明：（Ⅱ）因为 $b_n=\log_2 a_n=\log_2(4^n)=2n$， --------------------6 分

所以$\{b_n\}$是以$b_1=2$为首项，以 2 为公差的等差数列. --------------------7 分

所以 $S_n=\dfrac{2+2n}{2}\times n=n^2+n$， $\dfrac{S_n}{a_n}=\dfrac{n^2+n}{4^n}$. --------------------8 分

因为 $\dfrac{S_{n+1}}{a_{n+1}}-\dfrac{S_n}{a_n}=\dfrac{(n+1)^2+(n+1)}{4^{n+1}}-\dfrac{n^2+n}{4^n}$ --------------------9 分

$=\dfrac{1}{4^{n+1}}[(n+1)^2+(n+1)-4(n^2+n)]$

$=\dfrac{1}{4^{n+1}}(-3n^2-n+2)$ --------------------11 分

因为 $\dfrac{-(3n-2)(n+1)}{4^{n+1}}<0$，所以 $\dfrac{1}{4^{n+1}}(-3n^2-n+2)<0$，

所以数列 $\left\{\dfrac{S_n}{a_n}\right\}$ 为递减数列. --------------------13 分

19.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=e^x-a$， --------------------1 分

（1）若 $a\le 0$，则在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. 所以当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,+\infty)$，没有极值点. --------------------3 分

（2）若 $a>0$，令 $f'(x)=0$，即 $e^x=a$，解得 $x=\ln a$， --------------------4 分

因为函数 $f'(x)=e^x-a$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 是递增函数，

所以在区间 $(-\infty,\ln a)$ 内 $f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；在区间 $(\ln a,+\infty)$ 内 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

所以当 $a>0$ 时，$f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,\ln a)$，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(\ln a,+\infty)$ 所以当 $x=\ln a$ 时，函数 $f(x)$ 有极小值为 $2a-a\ln a$. --------------------6 分

（Ⅱ）

（1）当 $a\le 0$ 时，由（Ⅰ）可知，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，

因为 $f(0)=1+a, f(1)=\mathrm{e}>0$， --------------------8 分

令 $f(0)=1+a<0$，得 $a<-1$.

所以当 $a<-1$ 时，$f(x)$ 在区间上 $(0,2]$ 上存在唯一零点. --------------------9 分

（2）当 $a>0$ 时，由（Ⅰ）可知，$x=\ln a$ 为函数 $f(x)$ 的最小值点

因为 $f(0)=1+a>0$，若函数 $f(x)$ 在区间上 $(0,2]$ 上存在唯一零点，则只能是：

① $\begin{cases} f(\ln a)=0, \\ 0<\ln a\le 2 \end{cases}$，或② $\begin{cases} f(2)\le 0, \\ \ln a>2 \end{cases}$. --------------------11 分

由①得 $a=\mathrm{e}^2$；由②得 $a>\mathrm{e}^2$.

综上所述，函数 $f(x)$ 在区间上 $(0,2]$ 上存在唯一零点，

则 $a<-1$ 或 $a\ge \mathrm{e}^2$. --------------------13 分

20. （本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）$a=2, b=\sqrt{2}$， --------------------2 分

椭圆 W 的方程 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. --------------------4 分

（Ⅱ）设 $P(x_0,y_0)$，则 $A(-x_0,-y_0), C(x_0,0)$，$k=\dfrac{y_0}{x_0}$. --------------------6 分

直线 AB 的斜率 $k_1=\dfrac{0-(-y_0)}{x_0-(-x_0)}=\dfrac{y_0}{2x_0}=\dfrac{k}{2}$. --------------------7 分

（Ⅲ）$\angle APB=90^0$ --------------------8 分

由（Ⅱ）可得直线 AB 的方程：$y=\dfrac{k}{2}(x-x_0)$，设点 $B(x_1,y_1)$

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{k}{2}(x-x_0), \\ x^2+2y^2=4 \end{cases}$，消去 y 得 $(2+k^2)x^2-2k^2x_0x+k^2{x_0}^2-8=0$ --------------------10 分

则 $-x_0+x_1=\dfrac{2k^2x_0}{2+k^2}$，解得 $x_1=\dfrac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2}$， --------------------12 分

所以 $y_1=\dfrac{k^3x_0}{2+k^2}$，点 $\mathrm{B}(\dfrac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2},\dfrac{k^3x_0}{2+k^2})$. --------------------13 分

因为 $k_{\mathrm{PB}}=\dfrac{\dfrac{k^3x_0}{2+k^2}-kx_0}{\dfrac{3k^2x_0+2x_0}{2+k^2}-x_0}=\dfrac{-2kx_0}{2k^2x_0}=-\dfrac{1}{k}$，

所以 $k_{AP}\cdot k_{PB}=-1$，所以 $\angle APB=90^0$ ----------------------14 分