北京市西城区 2016 年高三二模试卷

数　　学（理科）

2016.5

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、　选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\,|\,0<x<2\}$，$B=\{x\,|\,x<1\}$，则集合 $(\complement_U A)\cap B=$（　　）

（A）$(-\infty,0)$　　（B）$(-\infty,0]$

（C）$(2,+\infty)$　　（D）$[2,+\infty)$

2. 若复数 z 满足 $z+z\cdot\mathrm{i}=2+3\mathrm{i}$，则在复平面内 z 对应的点位于（　　）

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

3. 在 ΔABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．若 $\sin(A+B)=\dfrac{1}{3}$，$a=3$，$c=4$，则 $\sin A=$（　　）

（A）$\dfrac{2}{3}$　　（B）$\dfrac{1}{4}$

（C）$\dfrac{3}{4}$　　（D）$\dfrac{1}{6}$

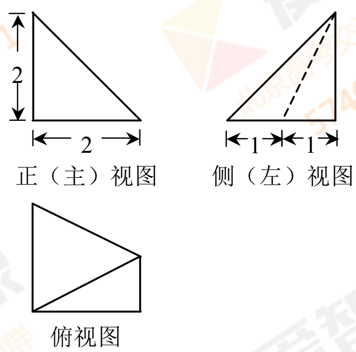
4. 某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为（　　）

（A）2

（B）$\sqrt{5}$

（C）3

（D）$2\sqrt{2}$



5. “a,b,c,d 成等差数列”是“$a+d=b+c$”的（　　）

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

6. 某市家庭煤气的使用量 x（m^3）和煤气费 $f(x)$(元) 满足关系 $f(x)=\begin{cases} C, & 0<x\leqslant A, \\ C+B(x-A), & x>A. \end{cases}$ 已知某家庭今年前三个月的煤气费如下表：

月份	用气量	煤气费
一月份	4 m^3	4 元
二月份	25 m^3	14 元
三月份	35 m^3	19 元

若四月份该家庭使用了 20 m^3 的煤气，则其煤气费为（　　）

（A）11.5 元　　（B）11 元

（C）10.5 元　　（D）10 元

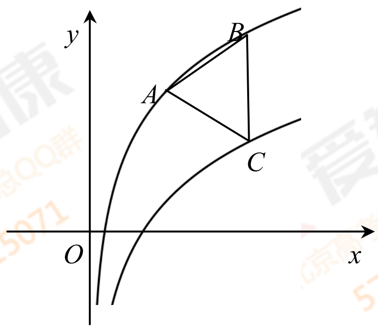
7. 如图，点 A，B 在函数 $y=\log_2 x+2$ 的图象上，点 C 在函数 $y=\log_2 x$ 的图象上，若 $\triangle ABC$ 为等边三角形，且直线 $BC//y$ 轴，设点 A 的坐标为 (m,n)，则 $m=$（　　）

（A） 2

（B） 3

（C） $\sqrt{2}$

（D） $\sqrt{3}$



8. 设直线 l：$3x+4y+a=0$，圆 $C:(x-2)^2+y^2=2$，若在圆 C 上存在两点 P,Q，在直线 l 上存在一点 M，使得 $\angle PMQ=90^{\circ}$，则 a 的取值范围是（　　）

（A）$[-18,6]$　　（B）$[6-5\sqrt{2},6+5\sqrt{2}]$

（C）$[-16,4]$　　（D）$[-6-5\sqrt{2},-6+5\sqrt{2}]$

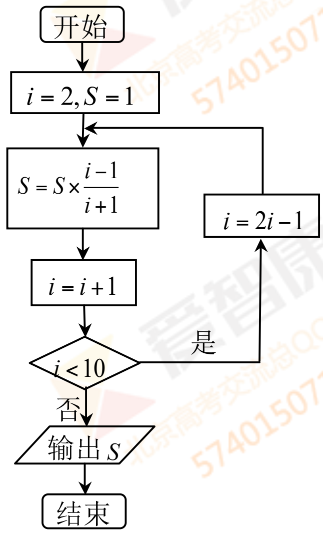
第 II 卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 在 $(x+\frac{2}{x})^6$ 的展开式中，常数项等于____.

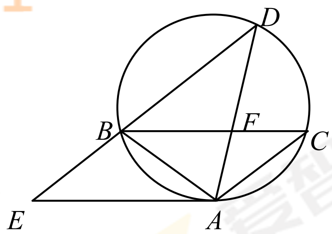
10. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant 2x, \\ x+y\leqslant 1, \\ y+1\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值是____.

11. 执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为______.



12. 设双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，则其离心率为____；若点 $(4,2)$ 在 C 上，则双曲线 C 的方程为____.

13. 如图，$\triangle ABC$ 为圆内接三角形，BD 为圆的弦，且 $BD//AC$．过点 A 做圆的切线与 DB 的延长线交于点 E，AD 与 BC 交于点 F．若 $AB=AC=4$，$BD=5$，则 $\frac{AF}{FD}=$_____；$AE=$_____.



14. 在某中学的“校园微电影节”活动中，学校将从微电影的“点播量”和“专家评分”两个角度来进行评优. 若 A 电影的“点播量”和“专家评分”中至少有一项高于 B 电影，则称 A 电影不亚于 B 电影. 已知共有 10 部微电影参展，如果某部电影不亚于其他 9 部，就称此部电影为优秀影片. 那么在这 10 部微电影中，最多可能有____部优秀影片.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分 13 分）

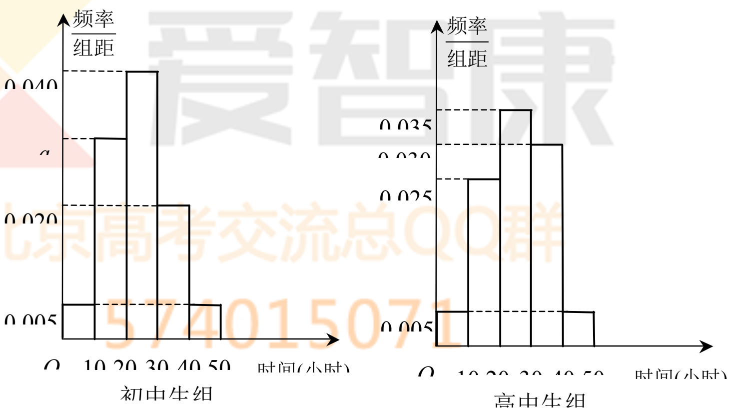
已知函数 $f(x)=(1+\sqrt{3}\tan x)\cos^2 x$．

（Ⅰ）若 α 是第二象限角，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，求 $f(\alpha)$ 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

16．（本小题满分 13 分）

某中学有初中学生 1800 人，高中学生 1200 人. 为了解学生本学期课外阅读时间，现采用分层抽样的方法，从中抽取了 100 名学生，先统计了他们课外阅读时间，然后按“初中学生”和“高中学生”分为两组，再将每组学生的阅读时间（单位：小时）分为 5 组：$[0,10)$，$[10,20)$，$[20,30)$，$[30,40)$，$[40,50]$，并分别加以统计，得到如图所示的频率分布直方图.



（Ⅰ）写出 a 的值；

（Ⅱ）试估计该校所有学生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生人数；

（Ⅲ）从阅读时间不足 10 个小时的样本学生中随机抽取 3 人，并用 X 表示其中初中生的人数，求 X 的分布列和数学期望.

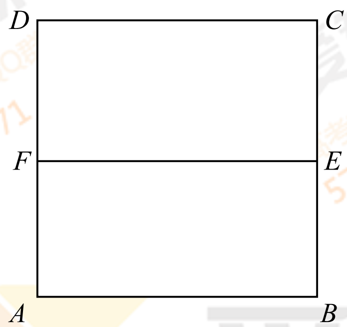
17．（本小题满分 14 分）

如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，E,F 分别为 BC,DA 的中点．将正方形 $ABCD$ 沿着线段 EF 折起，使得 $\angle DFA=60^{\circ}$．设 G 为 AF 的中点.

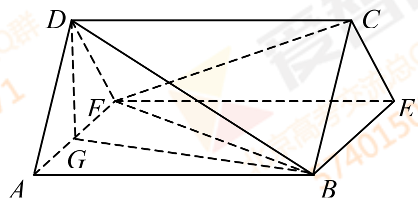
（Ⅰ）求证：$DG\perp EF$；

（Ⅱ）求直线 GA 与平面 BCF 所成角的正弦值；

（Ⅲ）设 P,Q 分别为线段 DG,CF 上一点，且 $PQ//$ 平面 $ABEF$，求线段 PQ 长度的最小值.



$\Rightarrow$



18．（本小题满分 13 分）

设 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\dfrac{x-a}{(x+a)^2}$．

（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线与直线 $y=3x-2$ 平行，求 a 的值；

（Ⅱ）若对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 $f(x_2)<f(x_1)$，求 a 的取值范围.

19．（本小题满分 14 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点和短轴的两个顶点构成的四边形是一个正方形，且其周长为 $4\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设过点 $B(0,m)(m>0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 E,F 两点，点 B 关于原点的对称点为 D，若点 D 总在以线段 EF 为直径的圆内，求 m 的取值范围.

20．（本小题满分 13 分）

已知任意的正整数 n 都可唯一表示为 $n=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+a_k\cdot 2^0$，其中 $a_0=1$，$a_1,a_2,\cdots,a_k\in\{0,1\}$，$k\in\mathbf{N}$．

对于 $n\in\mathbf{N}^*$，数列 $\{b_n\}$ 满足：当 $a_0,a_1,\cdots,a_k$ 中有偶数个 1 时，$b_n=0$；否则 $b_n=1$．如数 5 可以唯一表示为 $5=1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0$，则 $b_5=0$．

（Ⅰ）写出数列 $\{b_n\}$ 的前 8 项；

（Ⅱ）求证：数列 $\{b_n\}$ 中连续为 1 的项不超过 2 项；

（Ⅲ）记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求满足 $S_n=1026$ 的所有 n 的值．（结论不要求证明）

北京市西城区 2016 年高三二模试卷参考答案及评分标准

高三数学（理科） 2016.5

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．

1．B　　2．A　　3．B　　4．C

5．A　　6．A　　7．D　　8．C

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．160　　10．$\frac{7}{3}$

11．$\frac{5}{27}$　　12．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

13．$\frac{4}{5}$　　6　　14．10

注：第 12，13 题第一问 2 分，第二问 3 分．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．其他正确解答过程，请参照评分标准给分．

15．（本小题满分 13 分）

（Ⅰ）解：因为 α 是第二象限角，且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………2 分

所以 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\sqrt{2}$, ………………4 分

所以 $f(\alpha)=(1-\sqrt{3}\times\sqrt{2})(-\frac{\sqrt{3}}{3})^2=\frac{1-\sqrt{6}}{3}$. ………………6 分

（Ⅱ）**解**：函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$. ………………8 分

化简，得 $f(x)=(1+\sqrt{3}\tan x)\cos^2 x$

$$=(1+\sqrt{3}\frac{\sin x}{\cos x})\cos^2 x$$

$$=\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$$

$$=\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$$ ………………10 分

$$=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2},$$ ………………12 分

因为 $x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$， $k\in\mathbf{Z}$，

所以 $2x+\frac{\pi}{6}\neq 2k\pi+\frac{7\pi}{6}$，

所以 $-1\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant 1$.

所以函数 $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$. ………………13 分

（注：或许有人会认为“因为 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，所以 $f(x)\neq 0$”，其实不然，因为 $f(-\frac{\pi}{6})=0$.）

16．（本小题满分 13 分）

（Ⅰ）**解**： $a=0.03$. ………………3 分

（Ⅱ）**解**：由分层抽样，知抽取的初中生有 60 名，高中生有 40 名. ………………4 分

因为初中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生频率为 $(0.02+0.005)\times 10=0.25$，

所以所有的初中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生约有 $0.25\times 1800=450$ 人，

………………6 分

同理，高中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生频率为 $(0.03+0.005)\times 10=0.35$，学生人数约有 $0.35\times 1200=420$ 人.

所以该校所有学生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生人数约有 $450+420=870$ 人.

…………………8 分

（III）**解**：初中生中，阅读时间不足 10 个小时的学生频率为 $0.005\times10=0.05$，样本人数为 $0.05\times60=3$ 人.

同理，高中生中，阅读时间不足 10 个小时的学生样本人数为 $(0.005\times10)\times40=2$ 人.

故 X 的可能取值为 1，2，3. …………………9 分

则 $P(X=1)=\frac{C_3^1\cdot C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$， $P(X=2)=\frac{C_3^2\cdot C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}$， $P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$.

所以 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

………………… 12 分

所以 $E(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$. …………………13 分

17. （本小题满分 14 分）

（I）**证明**：因为正方形 $ABCD$ 中， E,F 分别为 BC,DA 的中点，

所以 $EF\perp FD$， $EF\perp FA$，

又因为 $FD\cap FA=F$，

所以 $EF\perp$ 平面 DFA. …………………2 分

又因为 $DG\subset$ 平面 DFA，

所以 $DG\perp EF$. …………………4 分

（II）**解**：因为 $\angle DFA=60^\circ$， $DF=FA$， $AG=GF$，

所以 ΔDFA 为等边三角形，且 $DG\perp FA$.

又因为 $DG\perp EF$， $EF\cap FA=F$，

所以 $DG\perp$ 平面 $ABEF$. …………………5 分

设 BE 的中点为 H，连接 GH，则 GA,GH,GD 两两垂直，故以 GA,GH,GD 分别为 x 轴、y 轴和 z 轴，如图建立空间直角坐标系，

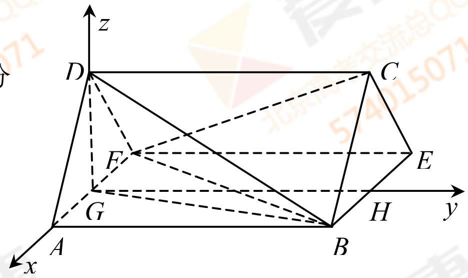
则 $G(0,0,0)$， $A(1,0,0)$， $B(1,4,0)$， $C(0,4,\sqrt{3})$， $F(-1,0,0)$，

所以 $\overrightarrow{GA}=(1,0,0)$， $\overrightarrow{BC}=(-1,0,\sqrt{3})$， $\overrightarrow{BF}=(-2,-4,0)$. …………………6 分

设平面 BCF 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

由 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，$\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BF}=0$，得 $\begin{cases}-x+\sqrt{3}z=0,\\-2x-4y=0,\end{cases}$

令 $z=2$，得 $\boldsymbol{m}=(2\sqrt{3},-\sqrt{3},2)$． ………………7 分



设直线 GA 与平面 BCF 所成角为 α，

则 $\sin\alpha=|\cos<\boldsymbol{m},\overrightarrow{GA}>|=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{GA}|}{|\boldsymbol{m}||\overrightarrow{GA}|}=\dfrac{2\sqrt{57}}{19}$.

即直线 GA 与平面 BCF 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{57}}{19}$. ………………9 分

（III）由题意，可设 $P(0,0,k)(0\leqslant k\leqslant\sqrt{3})$，$\overrightarrow{FQ}=\lambda\overrightarrow{FC}$ $(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，

由 $\overrightarrow{FC}=(1,4,\sqrt{3})$，得 $\overrightarrow{FQ}=(\lambda,4\lambda,\sqrt{3}\lambda)$，

所以 $Q(\lambda-1,4\lambda,\sqrt{3}\lambda)$，$\overrightarrow{PQ}=(\lambda-1,4\lambda,\sqrt{3}\lambda-k)$. ………………10 分

由（II），得 $\overrightarrow{GD}=(0,0,\sqrt{3})$ 为平面 $ABEF$ 的法向量.

因为 $PQ//$ 平面 $ABEF$，

所以 $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{GD}=0$，即 $\sqrt{3}\lambda-k=0$. ………………11 分

所以 $|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{(\lambda-1)^2+(4\lambda)^2+(\sqrt{3}\lambda-k)^2}=\sqrt{(\lambda-1)^2+(4\lambda)^2}=\sqrt{17\lambda^2-2\lambda+1}$，

………………12 分

又因为 $17\lambda^2-2\lambda+1=17(\lambda-\dfrac{1}{17})^2+\dfrac{16}{17}$，

所以当 $\lambda=\dfrac{1}{17}$ 时，$|\overrightarrow{PQ}|_{\min}=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$.

所以当 $\lambda=\dfrac{1}{17}$，$k=\dfrac{\sqrt{3}}{17}$ 时，线段 PQ 长度有最小值 $\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$. ………………14 分

18.（本小题满分 13 分）

（I）**证明**：函数 $y=f(x)$ 的定义域 $D=\{x\mid x\in\mathbf{R}且x\neq -a\}$， ………………1 分

由题意，$f'(0)$ 有意义，所以 $a\neq 0$.

求导，得 $f'(x)=\dfrac{(x+a)^2-(x-a)\cdot 2(x+a)}{(x+a)^4}=-\dfrac{(x+a)\cdot(x-3a)}{(x+a)^4}$. ………………3 分

由题意，得 $f'(0)=\dfrac{3a^2}{a^4}=3$，解得 $a=\pm 1$.

验证知 $a=\pm 1$ 符合题意. ………………5 分

（Ⅱ）**解**："对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 $f(x_2)<f(x_1)$" 等价于 "$f(x)$ 不存在最小值". ………………6 分

① 当 $a=0$ 时，

由 $f(x)=\dfrac{1}{x}$，得 $f(x)$ 无最小值，符合题意. ………………7 分

② 当 $a>0$ 时，

令 $f'(x)=-\dfrac{(x+a)\cdot(x-3a)}{(x+a)^4}=0$，得 $x=-a$ 或 $x=3a$. ………………8 分

随着 x 的变化时，$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下：

x	$(-\infty,-a)$	$-a$	$(-a,3a)$	$3a$	$(3a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	不存在	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	不存在	↗	极大	↘

所以函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-a)$，$(3a,+\infty)$，单调递增区间为 $(-a,3a)$.

………………9 分

因为当 $x>a$ 时，$f(x)=\dfrac{x-a}{(x+a)^2}>0$，当 $x<a$ 时，$f(x)<0$，

所以只要考虑 $x_1\in(-\infty,a)$，且 $x_1\neq -a$ 即可.

当 $x_1\in(-\infty,-a)$ 时，

由 $f(x)$ 在 $(-\infty,-a)$ 上单调递减，且 $x_1<x_1+\dfrac{1}{2}|x_1+a|<-a$，

得 $f(x_1)>f(x_1+\dfrac{1}{2}|x_1+a|)$，

所以存在 $x_2=x_1+\dfrac{1}{2}|x_1+a|$，使得 $f(x_2)<f(x_1)$，符合题意；

同理，当 $x_1\in(-a,a)$ 时，令 $x_2=x_1-\dfrac{1}{2}|x_1+a|$，

得 $f(x_2)<f(x_1)$，也符合题意；

故当 $a>0$ 时，对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 $f(x_2)<f(x_1)$ 成立．………11 分

③ 当 $a<0$ 时，

随着 x 的变化时，$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,3a)$	$3a$	$(3a,-a)$	$-a$	$(-a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	+	不存在	$-$
$f(x)$	↘	极小	↗	不存在	↘

所以函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,3a)$，$(-a,+\infty)$，单调递增区间为 $(3a,-a)$．

因为当 $x>a$ 时，$f(x)=\dfrac{x-a}{(x+a)^2}>0$，当 $x<a$ 时，$f(x)<0$，

所以 $f(x)_{\min}=f(3a)$．

所以当 $x_1=3a$ 时，不存在 x_2 使得 $f(x_2)<f(x_1)$．

综上所述，a 的取值范围为 $a\in[0,+\infty)$．………………13 分

19．（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）解：由题意，得：$\begin{cases}4a=4\sqrt{2},\\ b=c,\end{cases}$ ………………2 分

又因为 $a^2=b^2+c^2$

解得 $a=\sqrt{2}$，$b=1$，$c=1$，………………4 分

所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$．………………5 分

（Ⅱ）解：（方法一）

当直线 l 的斜率不存在时，由题意知 l 的方程为 $x=0$，

此时 E，F 为椭圆的上下顶点，且 $|EF|=2$，

因为点 $D(0,-m)$ 总在以线段 EF 为直径的圆内，且 $m>0$，

所以 $0<m<1$．

故点 B 在椭圆内．………………6 分

当直线 l 的斜率存在时，设 l 的方程为 $y=kx+m$．

由方程组 $\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$ 得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，………………8 分

因为点 B 在椭圆内，

所以直线 l 与椭圆 C 有两个公共点，即 $\Delta=(4km)^2-4(2k^2+1)(2m^2-2)>0$.

设 $E(x_1,y_1),F(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{-4km}{2k^2+1}$， $x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{2k^2+1}$. ………………9 分

设 EF 的中点 $G(x_0,y_0)$，

则 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-2km}{2k^2+1}$， $y_0=kx_0+m=\dfrac{m}{2k^2+1}$，

所以 $G(\dfrac{-2km}{2k^2+1},\dfrac{m}{2k^2+1})$. ………………10 分

所以 $|DG|=\sqrt{(\dfrac{-2km}{2k^2+1})^2+(\dfrac{m}{2k^2+1}+m)^2}=\dfrac{m\sqrt{4k^4+12k^2+4}}{2k^2+1}$，

$|EF|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=2\sqrt{2}\sqrt{1+k^2}\dfrac{\sqrt{2k^2+1-m^2}}{2k^2+1}$. ………………11 分

因为点 D 总在以线段 EF 为直径的圆内，

所以 $|DG|<\dfrac{|EF|}{2}$ 对于 $k\in\mathbf{R}$ 恒成立.

所以 $\dfrac{m\sqrt{4k^4+12k^2+4}}{2k^2+1}<\sqrt{2}\sqrt{1+k^2}\dfrac{\sqrt{2k^2+1-m^2}}{2k^2+1}$.

化简，得 $2m^2k^4+7m^2k^2+3m^2<2k^4+3k^2+1$，

整理，得 $m^2<\dfrac{k^2+1}{k^2+3}$， ………………13 分

而 $g(k)=\dfrac{k^2+1}{k^2+3}=1-\dfrac{2}{k^2+3}\geqslant 1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$（当且仅当 $k=0$ 时等号成立）.

所以 $m^2<\dfrac{1}{3}$，

由 $m>0$，得 $0<m<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

综上，m 的取值范围是 $0<m<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ………………14 分

（方法二）

… …

则 $x_1+x_2=\dfrac{-4km}{2k^2+1}$， $x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{2k^2+1}$. ………………9 分

因为点 D 总在以线段 EF 为直径的圆内，

所以 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}<0$. ………………11 分

因为 $\overrightarrow{DE}=(x_1,y_1+m)$， $\overrightarrow{DF}=(x_2,y_2+m)$，

所以 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=x_1x_2+y_1y_2+m(y_1+y_2)+m^2$

$$=x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)+m(kx_1+m+kx_2+m)+m^2$$

$$=(k^2+1)x_1x_2+2km(x_1+x_2)+4m^2$$

$$=(k^2+1)\frac{2m^2-2}{2k^2+1}+2km\frac{-4km}{2k^2+1}+4m^2<0,$$

整理，得 $m^2<\dfrac{k^2+1}{k^2+3}$.　　　　　　　　　　　　　　　　…………………13 分

（以下与方法一相同，略）

20. （本小题满分 13 分）

（Ⅰ）**解**：1，1，0，1，0，0，1，1.　　　　　　　　　　　　　　　　…………………3 分

（Ⅱ）**证明**：设数列 $\{b_n\}$ 中某段连续为 1 的项从 b_m 开始，则 $b_m=1$.

由题意，令 $m=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+a_k\cdot 2^0$，则 $a_0,a_1,\cdots,a_k$ 中有奇数个 1.

（1）当 $a_0,a_1,\cdots,a_k$ 中无 0 时，

因为 $m=2^k+2^{k-1}+\cdots+2^1+2^0$，

所以 $m+1=1\times 2^{k+1}+0\times 2^k+0\times 2^{k-1}+\cdots+0\times 2^1+0\times 2^0$，

$m+2=1\times 2^{k+1}+0\times 2^k+0\times 2^{k-1}+\cdots+0\times 2^1+1\times 2^0$.

所以 $b_m=1$，$b_{m+1}=1$，$b_{m+2}=0$，此时连续 2 项为 1.　　　　　　…………………5 分

（2）当 $a_0,a_1,\cdots,a_k$ 中有 0 时，

① 若 $a_k=0$，即 $m=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+0\times 2^0$，

则 $m+1=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+1\times 2^0$，

因为 $a_0,a_1,\cdots,a_k$ 中有奇数个 1，

所以 $b_{m+1}=0$，此时连续 1 项为 1.　　　　　　　　　　　　　　…………………7 分

② 若 $a_k=1$，即 $m=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+0\times 2^s+\underbrace{1\times 2^{s-1}+\cdots+1\times 2^1+1\times 2^0}_{\text{连续 }s\text{ 个1乘以}2^i}$，

则 $m+1=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+1\times 2^s+\underbrace{0\times 2^{s-1}+\cdots+0\times 2^1+0\times 2^0}_{\text{连续 }s\text{ 个0乘以}2^i}$，

$m+2=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+1\times 2^s+\underbrace{0\times 2^{s-1}+\cdots+0\times 2^1}_{\text{连续}(s-1)\text{个0乘以}2^i}+1\times 2^0$，（其中 $i\in\mathbf{N}$）

如果 s 为奇数，那么 $b_{m+1}=1$， $b_{m+2}=0$，此时连续 2 项为 1.

如果 s 为偶数，那么 $b_{m+1}=0$，此时仅有 1 项 $b_m=1$.

综上所述，连续为 1 的项不超过 2 项. ··················10 分

（III）**解**： $n=2051$ 或 $n=2052$. ··················13 分