2016年高考新课标Ⅲ卷文数试题参考解析

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷3至5页.

2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置.

3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效.

4. 考试结束后，将本试题和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一． 选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设集合 $A=\{0,2,4,6,8,10\}, B=\{4,8\}$，则 $\complement_A B=$

（A）$\{4,8\}$　　（B）$\{0,2,6\}$　　（C）$\{0,2,6,10\}$　　（D）$\{0,2,4,6,8,10\}$

【答案】C

【解析】

试题分析：依据补集的定义，从集合 $A=\{0,2,4,6,8,10\}$ 中去掉集合 $B=\{4,8\}$，剩下的四个元素为 $0,2,6,10$，故 $C_A B=\{0,2,6,10\}$，故应选答案 C。

（2）若 $z=4+3\mathrm{i}$，则 $\frac{\bar{z}}{|z|}=$

（A）1　　（B）-1　　（C）$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\mathrm{i}$　　（D）$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\mathrm{i}$

【答案】D

【解析】

试题分析：因 $z=4+3i$，则其共轭复数为 $\bar{z}=4-3i$，其模为 $|z|=|4+3i|=\sqrt{4^2+3^2}=5$，故 $\frac{\bar{z}}{|z|}=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$，应选答案 D。

（3）已知向量 $\overrightarrow{BA}=(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{BC}=(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$，则 $\angle ABC=$

（A）30°　　（B）45°

（C）60°　　（D）120°

【答案】A

【解析】

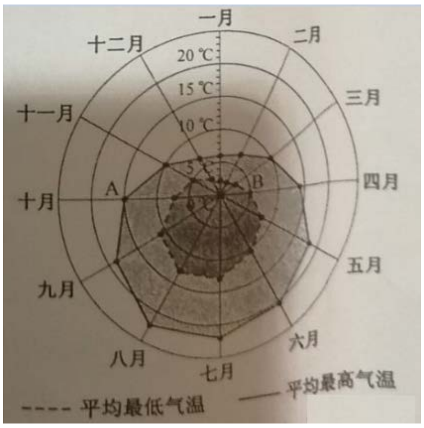
试题分析：

因 $\overrightarrow{BA}=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}),\overrightarrow{BC}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$，故 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又因

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cos\angle ABC=1\times1\times\cos\angle ABC=\cos\angle ABC$，所以 $\cos\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以

$\angle ABC=\frac{\pi}{6}$，应选答案 A。

（4）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图.图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15℃，B 点表示四月的平均最低气温约为 5℃.下面叙述不正确的是



（A）各月的平均最低气温都在 0℃以上

（B）七月的平均温差比一月的平均温差大

（C）三月和十一月的平均最高气温基本相同

（D）平均最高气温高于 20℃的月份有 5 个

【答案】D

【解析】

试题分析：从题设中提供的信息及图中标注的数据可以看出：深色的图案是一年十二个月中各月份的平均最低气温，稍微浅一点颜色的图案是一年十二个月中中各月份的平均最高气温，故结合所提供的四个选项，可以确定 D 是不正确的，因为从图中可以看出：平均最高气温高于 20^0C 只有 7、8 两个月份，故应选答案 D。

（5）小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是 M，I，N 中的一个字母，第二位是

1,2,3,4,5 中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是

（A）$\frac{8}{15}$　　（B）$\frac{1}{8}$　　（C）$\frac{1}{15}$　　（D）$\frac{1}{30}$

【答案】C

【解析】

试题分析：前 2 位共有$3\times5=15$种可能，其中只有 1 种是正确的密码，因此所求概率为$P=\frac{1}{15}$．故选 C.

（6）若 tan θ = $\frac{1}{3}$ ，则 cos2 θ =

（A）$-\frac{4}{5}$　　（B）$-\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{5}$　　（D）$\frac{4}{5}$

【答案】D

【解析】

试题分析：$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-(-\frac{1}{3})^2}{1+(-\frac{1}{3})^2}=\frac{4}{5}$．故选 D.

（7）已知$a=2^{\frac{4}{3}},b=3^{\frac{2}{3}},c=25^{\frac{1}{3}}$，则

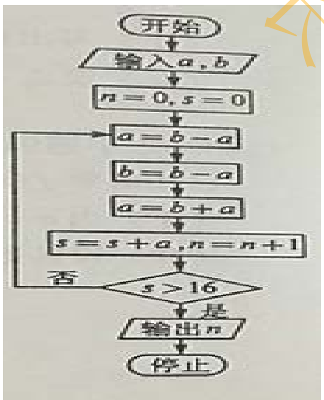
(A)b<a<c　　(B) a < b <c　　(C) b <c<a　　(D) c<a< b

【答案】A

【解析】

试题分析：$a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，又函数$y=x^{\frac{2}{3}}$在$[0,+\infty)$上是增函数，所以$b<a<c$．故选 A.

（8）执行右面的程序框图，如果输入的 a=4，b=6，那么输出的 n=



（A）3

（B）4

（C）5

（D）6

【答案】B

【解析】

试题分析：根据程序框图，程序运行过程中各字母的值依次为

开始 $a=4, b=6$，$n=0, s=0$，执行循环：

第一次：$a=2, b=4, a=6, s=6, n=1$；

第二次：$a=-2, b=6, a=4, s=10, n=2$；

第三次：$a=2, b=4, a=6, s=16, n=3$；

第四次：$a=-2, b=6, a=4, s=20, n=4$；

此时满足判断条件 $s>16$，退出循环，输出 $n=4$．故选 B．

（9）在$\triangle ABC$中，B=$\frac{\pi}{4}$, BC边上的高等于$\frac{1}{3}BC$, 则$\sin A=$

(A) $\frac{3}{10}$　　(B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　(C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　(D) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【答案】D

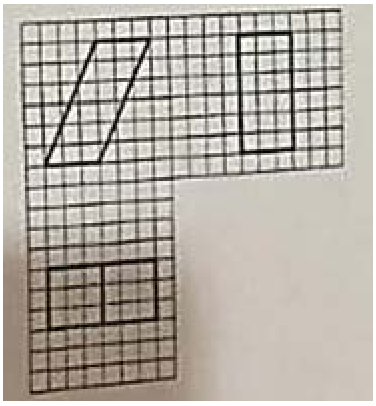
【解析】

试题分析：由题意得，$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{1}{3}a=\frac{1}{2}ac\sin B\Rightarrow c=\frac{\sqrt{2}}{3}a$，

$\therefore \sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}\sin A\Rightarrow \sin(\frac{3}{4}\pi-A)=\frac{\sqrt{2}}{3}\sin A$，$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A=\frac{\sqrt{2}}{3}\sin A$，

$\therefore \tan A=-3\Rightarrow \sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，故选 D.

（10）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实现画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为



（A）$18+36\sqrt{5}$

（B）$54+18\sqrt{5}$

（C）90

（D）81

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意得，该几何体为一四棱柱，∴表面积为$(3\cdot3+3\cdot6+3\cdot3\sqrt{5})\cdot2=54+18\sqrt{5}$，故选 B.

（11）在封闭的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球.若 $AB\perp BC$，$AB=6$，$BC=8$，$AA_1=3$，则 V 的最大值是

（A）4π （B）$\dfrac{9\pi}{2}$ （C）6π （D）$\dfrac{32\pi}{3}$

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意得，要使球的体积最大，则与直三棱柱的若干个面相切，设球的半径为 R，易得 ΔABC 的内切球的半径 $\dfrac{6+8-10}{2}=2$，∴ $R\le2$，又∵ $2R\le3\Rightarrow R\le\dfrac{3}{2}$，∴ $V_{\max}=\dfrac{4}{3}\pi(\dfrac{3}{2})^3=\dfrac{9}{2}\pi$，故选 B.

（12）已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点，A，B 分别为 C 的左，右顶点. P 为 C 上一点，且 $PF\perp x$ 轴.过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E.若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为

（A）$\dfrac{1}{3}$ （B）$\dfrac{1}{2}$ （C）$\dfrac{2}{3}$ （D）$\dfrac{3}{4}$

【答案】A

【解析】

试题分析：

由题意得，$A(-a,0)$，$B(a,0)$，根据对称性，不妨$P(-c,\frac{b^2}{a})$，设$l:x=my-a$，

$\therefore M(-c,\frac{a-c}{m})$，$E(0,\frac{a}{m})$，∴直线 BM：$y=-\frac{a-c}{m(a+c)}(x-a)$，又∵直线 BM 经过 OE 中点，

$\therefore \frac{(a-c)a}{(a+c)m}=\frac{a}{2m}\Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$，故选 A.

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第(13)题~第(21)题为必考题，每个试题考生都必须作答.第(22)题~第(24)题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分

（13）设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geq 0,\\ x-2y-1\leq 0,\\ x\leq 1,\end{cases}$则 $z=2x+3y-5$ 的最小值为______.

【答案】-10

【解析】

试题分析：可行域为一个三角形 ABC 及其内部，其中 $A(1,0),B(-1,-1),C(1,3)$，直线 $z=2x+3y-5$ 过点 B 时取最小值-10

（14）函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图像可由函数 $y=2\sin x$ 的图像至少向右平移______个单位长度得到.

【答案】$\frac{\pi}{3}$

【解析】

试题分析：$y=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，所以至少向右平移$\frac{\pi}{3}$

（15）已知直线 l：$x-\sqrt{3}y+6=0$ 与圆 x2+y2=12 交于 A、B 两点，过 A、B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C、D 两点，则|CD|=　　　　　.

【答案】3

【解析】

试题分析：由题意得：$AB=2\sqrt{12-(\frac{6}{2})^2}=2\sqrt{3}$，因此 $CD=2\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}=3$.

（16）已知 $f(x)$ 为偶函数，当 $x \le 0$ 时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,2)$ 处的切线方程式

______________________________.

【答案】$y=2x$.

【解析】

试题分析：$x>0$时，$f(x)=e^{x-1}+x, f'(x)=e^{x-1}+1, f'(1)=2, y-2=2(x-1) \Rightarrow y=2x$.

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（17）（本小题满分 12 分）

已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

（I）求 a_2, a_3；

（II）求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

【答案】（1）$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$；（2）$a_n=\frac{1}{2^{n-1}}$.

【解析】

试题分析：

17. 解：(1) ∵ $a_1=1$. $a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$

∴ $a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$

∴ $a_2=\frac{1}{2}$

同理可得 $a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，解

得 $a_3=\frac{1}{4}$。

(2) 由 $a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$ 得

$a_n^2-2a_na_{n+1}+a_n-2a_{n+1}=0$

即 $2a_{n+1}(a_n+1)=a_n(a_n+1)$

∵ $\{a_n\}$各项均为正数.

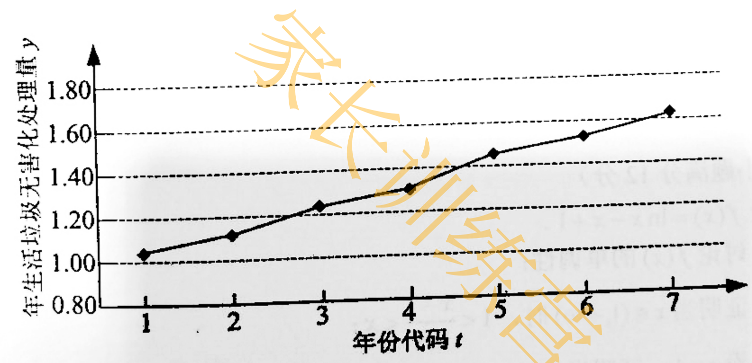
∴ $2a_{n+1}=a_n$

$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$.

数列$\{a_n\}$是首项为$a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，其通项公式为 $a_n=\frac{1}{2^{n-1}}$。

（18）（本小题满分 12 分）

下图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图.



注：年份代码 1－7 分别对应年份 2008－2014.

（Ⅰ）由折线图看出，可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系，请用相关系数加以说明；

（Ⅱ）建立 y 关于 t 的回归方程（系数精确到 0.01），预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

附注：

参考数据：$\sum_{i=1}^{7} y_i = 9.32$，$\sum_{i=1}^{7} t_i y_i = 40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2} = 0.55$，$\sqrt{7}\approx 2.646$.

参考公式：$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，

回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}，\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}.$$

【答案】（1）可用线性回归模型拟合变量 y 与 t 的关系.（2）我们可以预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理1.83 亿吨.

【解析】

试题分析：（1）变量 y 与 t 的相关系数

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2\cdot\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}}=\frac{7\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-\sum_{i=1}^{7}t_i\cdot\sum_{i=1}^{7}y_i}{7\times\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}},$$

又 $\sum_{i=1}^{7}t_i=28$，$\sum_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2}=2\sqrt{7}=5.292$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$，

所以 $r=\dfrac{7\times40.17-28\times9.32}{7\times5.292\times0.55}\approx0.99$ ，

故可用线性回归模型拟合变量 y 与 t 的关系.

（2）$\overline{t}=4$，$\overline{y}=\dfrac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}y_i$，所以

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\cdot\overline{y}}{\sum_{i=1}^{7}t_i^2-7\overline{t}^2}=\frac{40.17-7\times4\times\frac{1}{7}\times9.32}{28}=0.10,$$

$$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=\frac{1}{7}\times9.32-0.10\times4\approx0.93,$$

所以线性回归方程为 $\hat{y}=0.1t+0.93$．

当 $t=9$ 时， $\hat{y}=0.1\times 9+0.93=1.83$

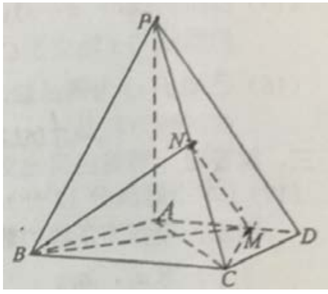
因此，我们可以预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理 1.83 亿吨.

（19）（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 P-ABCD 中，PA⊥地面 ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，N 为 PC 的中点.

（I）证明 MN∥平面 PAB;

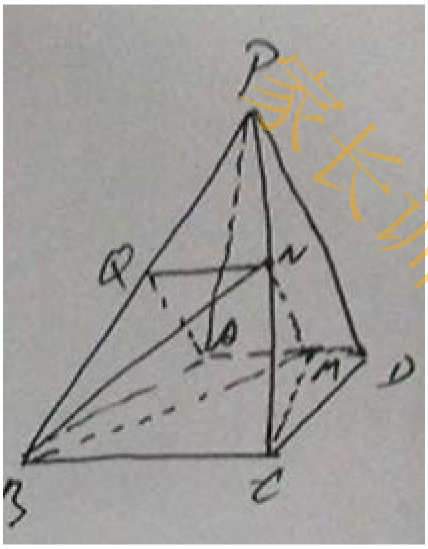
（II）求四面体 N-BCM 的体积.



【答案】（I）见解析;（II） $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$ 。

【解析】

试题分析：(1)取 PB 中点 Q，连接 AQ、NQ，



∵N 是 PC 中点，NQ//BC，且 NQ= $\dfrac{1}{2}$ BC，

又 $AM=\frac{2}{3}AD=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}BC=\frac{1}{2}BC$，且 $AM \mathbin{/\!/} BC$，

$\therefore QN \mathbin{/\!/} AM$，且 $QN=AM$．

$\therefore AQNM$ 是平行四边形.

$\therefore MN \mathbin{/\!/} AQ$．

又 $MN \not\subset$ 平面 PAB，$AQ \subset$ 平面 PAB，

$\therefore MN \mathbin{/\!/}$ 平面 PAB．

(2) 由 (1) $QN \mathbin{/\!/}$ 平面 ABCD.

$\therefore V_{N-BCM}=V_{Q-BCM}=\frac{1}{2}V_{P-BCM}=\frac{1}{2}V_{P-BCA}$．

$\therefore V_{N-BCM}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}PA\cdot S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}\times 4\times 2\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$．

（20）（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1，l_2 分别交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 P，Q 两点.

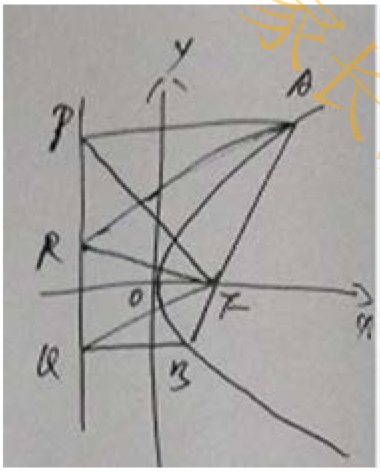
（Ⅰ）若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 $AR \mathbin{/\!/} FQ$；

（Ⅱ）若△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程.

【答案】(I) 见解析；(II) $y^2=x-1$

【解析】

试题分析：（Ⅰ）连接 RF，PF，



由 AP=AF，BQ=BF 及 AP//BQ，

得∠AFP+∠BFQ=180°，

∴∠PFQ=90°．

∵R 是 PQ 中点，

∴RF=RP=RQ．

∴$\Delta PAR\cong\Delta FAR$，

∴∠PAR=∠FAR，∠PRA=∠FRA，

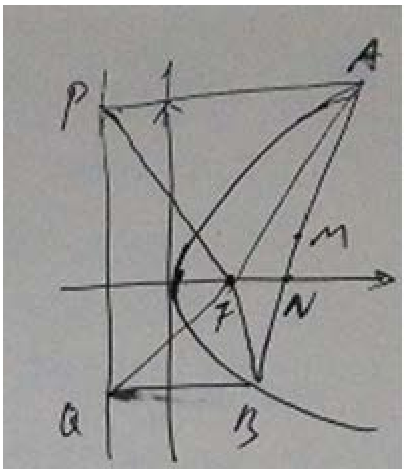
又∠BQF+∠BFQ=180°－∠QBF=∠PAF=2∠PAR，

∴∠FQB=∠PAR，

∴∠PRA=∠PRF（等角的余角相等），

∴AR//FQ．

（Ⅱ）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，



$F(\frac{1}{2},0)$，准线为 $x=-\frac{1}{2}$，

$S_{\Delta PQF}=\frac{1}{2}|PQ|=\frac{1}{2}|y_1-y_2|$，

设直线 AB 与 x 轴交点为 N，

$S_{\Delta ABF}=\frac{1}{2}|FN||y_1-y_2|$，

$\because S_{\Delta PQF}=2S_{\Delta ABF}$，$\therefore 2|FN|=1$，$\therefore x_N=1$，即 $N(1,0)$．

设 AB 中点为 $M(x,y)$，由 $\begin{cases}y_1^2=2x_1\\y_2^2=2x_2\end{cases}$ 得 $y_1^2-y_2^2=2(x_1-x_2)$，

又 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y}{x-1}$，

$\therefore \dfrac{y}{x-1}=\dfrac{1}{y}$，即 $y^2=x-1$.

$\therefore AB$ 中点轨迹方程为 $y^2=x-1$.

（21）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\ln x-x+1$.

（I）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（II）证明当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$1<\dfrac{x-1}{\ln x}<x$；

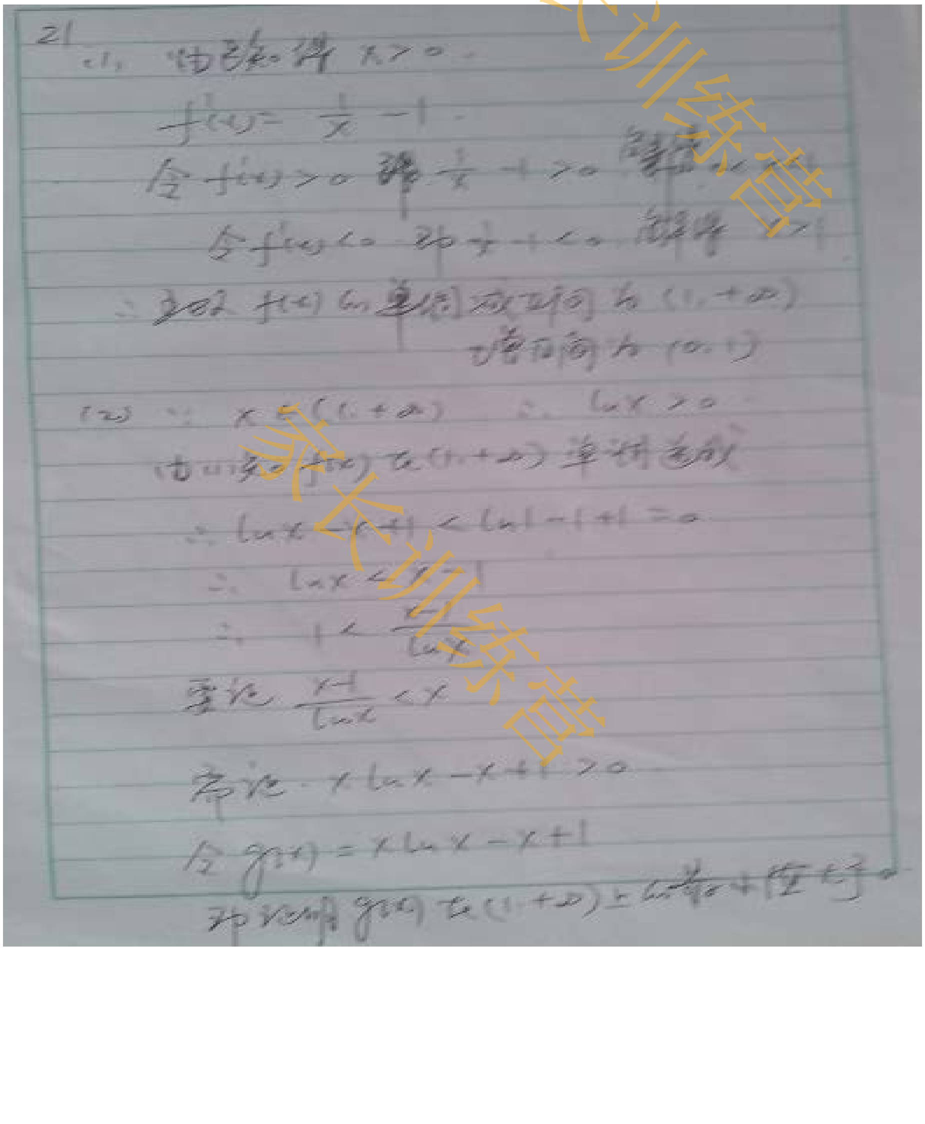
（III）设 $c>1$，证明当 $x\in(0,1)$ 时，$1+(c-1)x>c^x$.

【答案】（I）
单调减区间为(1,+∞)
增区间为(0,1)

；（II）（III）见解析。

【解析】

试题分析：


21
(1) 由题知 $x>0$
$f'(x)=\frac{1}{x}-1$
令 $f'(x)>0$ 即 $\frac{1}{x}-1>0$ 解得 $0<x<1$
令 $f'(x)<0$ 即 $\frac{1}{x}-1<0$ 解得 $x>1$
∴ 综上 $f(x)$ 的单调减区间为 $(1,+\infty)$
增区间为 $(0,1)$
(2) ∵ $x\in(1,+\infty)$ ∴ $\ln x>0$
由(1)知 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减
∴ $\ln x-x+1<\ln 1-1+1=0$
∴ $\ln x<x-1$
∴ $1<\frac{x-1}{\ln x}$
要证 $\frac{x-1}{\ln x}<x$
需证 $x\ln x-x+1>0$
令 $g(x)=x\ln x-x+1$
即证明 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的最小值大于0

(2) $g'(x)=\ln x+1-1=\ln x>0$

∴ $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上是增函数

∴ $x\ln x-x+1>0$

∴ $\frac{x-1}{\ln x}<x$

∴ $x\in(1,+\infty)$，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$

(3) 令 $h(x)=1+(c-1)x-c^x$，

∴ $h'(x)=c-1-c^x\ln c$，

∴ $h''(x)=-c^x\ln^2 c<0$．

∴ $h'(x)$ 在R上 ↓

∴ $h'(x)$ 在 $(0,1)$ 上 ↓

即 $h'(x)=c-1-c^x\ln c$

$>c-1$

∵ $c>1$

∴ $h'(x)>0$

∴ $h(x)=1+(c-1)x-c^x$

在 $(0,1)$ 上 ↑

∴ $1+(c-1)x-c^x$

$>1+c-1-c=0$

∴ $1+(c-1)x-c^x>0$

∴ $x\in(0,1)$ 时

$1+(c-1)x>c^x$．

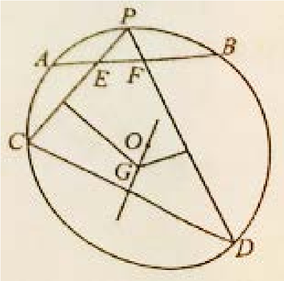
请考生在 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，做答时请写清题号

（22）（本小题满分 10 分）选修 4—1：几何证明选讲

如图，⊙O 中 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点为 P，弦 PC，PD 分别交 AB 于 E，F 两点。

（Ⅰ）若 $\angle PFB=2\angle PCD$，求 $\angle PCD$ 的大小；

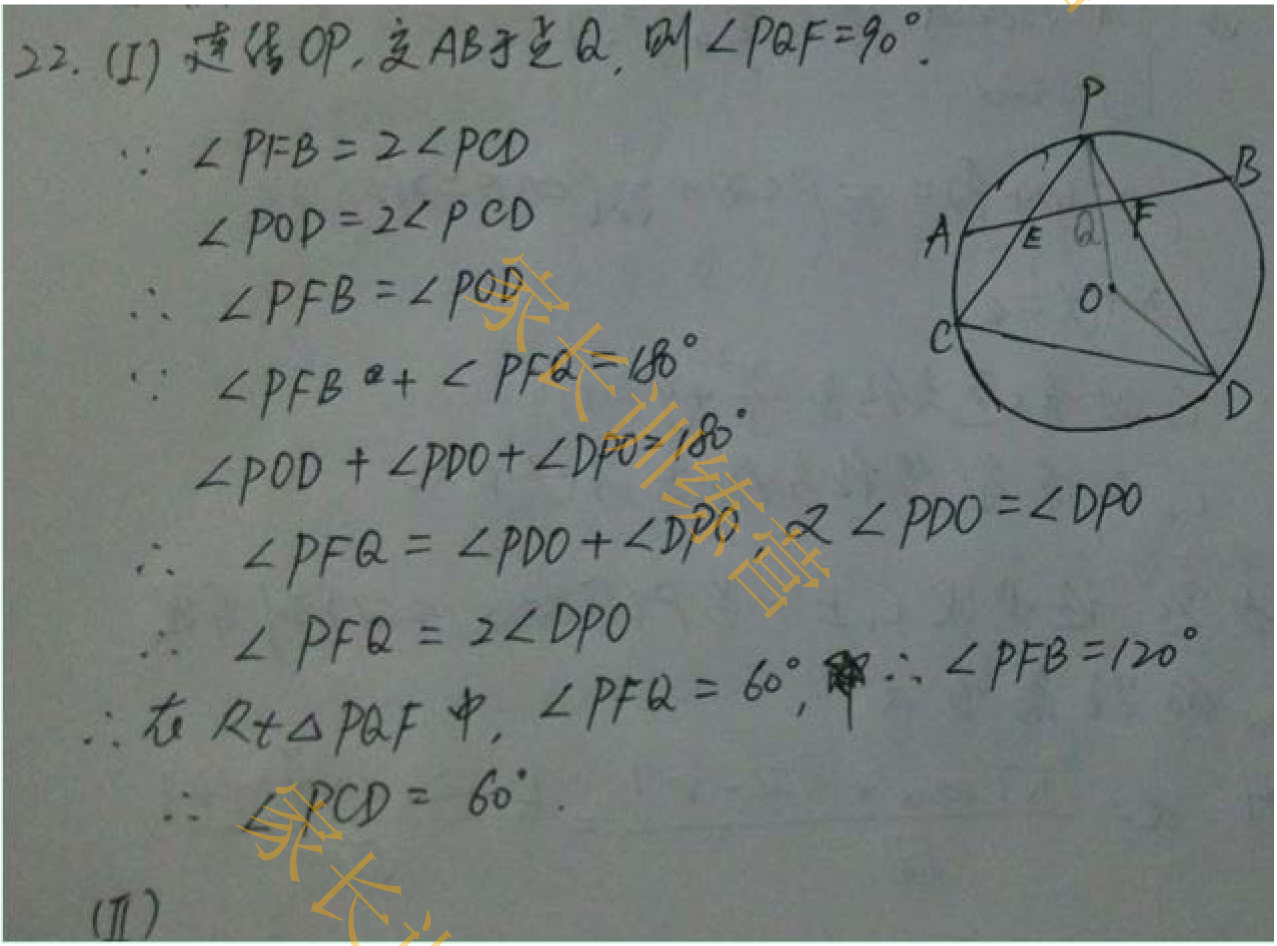
（Ⅱ）若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G，证明 $OG\perp CD$。



【答案】(I)60° （II）见解析

【解析】

试题分析：


22. (I) 连结OP，交AB于点Q，则∠PQF=90°.

∵ ∠PFB = 2∠PCD

∠POD = 2∠PCD

∴ ∠PFB = ∠POD

∵ ∠PFB + ∠PFQ = 180°

∠POD + ∠PDO + ∠DPO = 180°

∴ ∠PFQ = ∠PDO + ∠DPO 又 ∠PDO = ∠DPO

∴ ∠PFQ = 2∠DPO

∴ 在Rt△PQF中，∠PFQ = 60°，∴ ∠PFB = 120°

∴ ∠PCD = 60°.

(II)

（23）（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直线坐标系 xoy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数）。以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$ 　　.

（I）写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（II）设点 P 在 C_1 上，点 Q 在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标.

【答案】$(I)x+y-4=0;(II)P(\frac{3}{2},\frac{1}{2}).$

【解析】

试题分析：

(I) 由 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$ 得 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$

$\because \rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\sqrt{2}}\rho\sin\theta+\frac{1}{\sqrt{2}}\rho\cos\theta=2\sqrt{2}$

$\therefore x+y=4$

$\therefore$ C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$.

C_2 的直角坐标方程为 $x+y-4=0$

(II) 由题. 设曲线 C_1 上一点 $P(\sqrt{3}\cos\alpha, \sin\alpha)$ 到直线 C_2 的距离为 d.

则 $d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-4|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ 当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=1$ 即 $\alpha=\frac{\pi}{6}$ 时. $|PQ|$ 取得最小值.

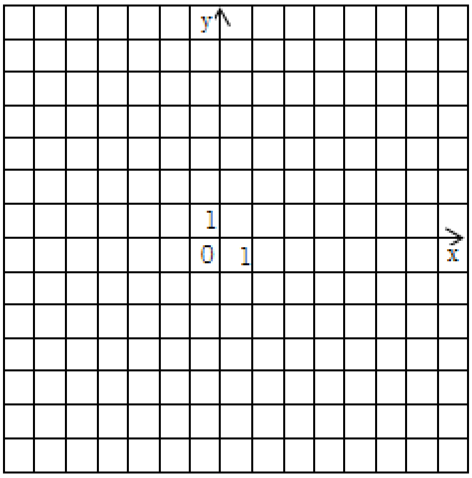
且最小值 $\sqrt{2}$. 此时 $P(\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}, \sin\frac{\pi}{6})$ 即 $P(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$.

（24）（本小题满分 10 分），选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x-a|+a$.

（I）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集；

（II）设函数 $g(x)=|2x-1|$. 当 $x\in R$ 时，$f(x)+g(x)\geqslant 3$，求 a 的取值范围。



【答案】(I) $\{x|-1\le x\le 3\}$; (II) $a\ge 2$

【解析】

试题分析：

(I) 当 $a=2$ 时，$f(x)=|2x-2|+2$

$\therefore$ $f(x)\le 6$ 即为 $|2x-2|+2\le 6$ 化简得 $|x-1|\le 2$

解得 $-1\le x\le 3$

$\therefore$ $f(x)\le 6$ 的解集为 $\{x|-1\le x\le 3\}$.

(II) $\because$ $f(x)+g(x)\ge 3$，$x\in R$

$\therefore$ $|2x-a|+a+|2x-1|\ge 3$

即 $|2x-a|+|2x-1|\ge 3-a$，其中 $x\in R$.

$\because$ $|2x-a|+|2x-1|\ge |1-a|$

$\therefore$ 当 $|1-a|\ge 3-a$ 时满足题意.

解得 $a\ge 2$