

第九讲 鸡兔同笼问题

知识导航:

“鸡兔同笼”是一类有名的中国古算题。最早出现在《孙子算经》中，许多小学算术应用题都可以转化成这类问题，或者用解它的典型解法——“假设法”来求解，因此很有必要学会它的解法和思路。在考虑问题的时候，应该试着发现一些题目中隐含的条件，比如说：鸡和兔各有一个头，但是，鸡有2只脚，兔有4只脚，这样的话，每增加一只鸡，脚的总数就会减少2只，通过这样的考虑，我们就可以使问题简单化。

对于特定问题，可以利用假设的方法来计算，比如将所有的动物假设为兔，然后通过“每只兔脚数-每一只鸡的脚数”这个差额来计算鸡或兔的数量

同样地，我们可以这样来处理得失问题（合格产品与不合格产品）、考试问题（做对得分与做错扣分）等等推广的鸡兔同笼问题。

鸡兔同笼的变化也是很多的，无论如何，有一个式子始终是成立的：鸡数+兔数=总数

或者：合格产品数+不合格产品数=产品总数

做对的题目+做错的题目（有时还要+没有做的题目）=题目总数

这是我们能够处理这种问题的根本。

第一关：必须会

例1. 有若干只鸡和兔子，它们共有88个头，244只脚，鸡和兔各有多少只？

常用方法有两种，方程和算术法

方法一：

解析：我们设想，每只鸡都是“金鸡独立”，一只脚站着；而每只兔子都用两条后腿，像人一样用两只脚站着。现在，地面上出现脚的总数的一半，鸡的头数算了一次，兔子的头数相当于算了两次，如果减去总头数，剩下就是兔子的只数了。

解： $244 \div 2 = 122$ （只）

$122 - 88 = 34$ （只） $88 - 34 = 54$ （只）

答：有兔子34只，有鸡54只。

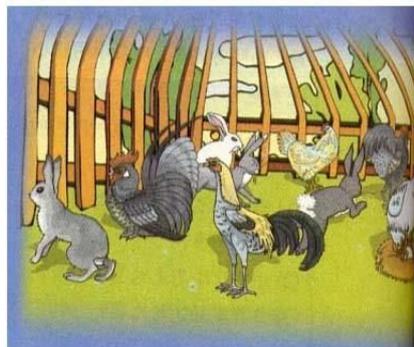
方法二：

解：设有鸡 x 只，则兔有 $88-x$ 只，可得方程：

$$2x + 4 \times (88 - x) = 244$$

$$2x + 352 - 4x = 244$$

$$2x = 108$$



$$x=54$$

$$88-54=34 \text{ (只)}$$

答：有兔子 34 只，鸡 54 只。

小朋友，你还有更好的方法吗？快来试试吧！

我试试：

1、现在有鸡、兔同居一笼，鸡头和兔头一共有 15 个，鸡脚和兔脚一共有 44 只，问鸡和兔各有几只？

2、笼子里有鸡和兔共 30 只，总共有 70 条腿，问：鸡和兔各有几只？

3、100 名师生绿化校园，老师每人栽 3 棵树，学生每人栽 1 棵树，总共栽树 120 棵。老师和学生各栽树多少棵？

例 2. 鸡兔同笼，鸡、兔共有 107 只，兔的脚数比鸡的脚数多 56 只，问：鸡、兔各有多少只？

解析： 考虑如果补上鸡脚少的 56 只的话，那么就要增加 $56 \div 2 = 28$ （只）鸡，这样一来，鸡、兔共有 $107 + 28 = 135$ （只），鸡脚、兔脚一样多，利用和倍问题：

解： 兔 $135 \div (2+1) = 45$ （只）

鸡 $135 - 45 - 28 = 62$ （只）

答：鸡有 62 只，兔有 45 只。



我试试：

1、鸡兔同笼，鸡比兔多 12 只，共有脚 114 只，求鸡、兔各有几只？

2、现在有大、小油瓶共 50 个，每个大瓶可装油 4 千克，每个小瓶可装油 2 千克，大瓶比小瓶共多装 20 千克。问：大、小瓶各有多少个？

3、一批钢材，用小卡车装载要 45 辆，用大卡车装载只要 36 辆。已知每辆大卡车比每辆小卡车多装 4 吨，那么这批钢材有多少吨？

例 3. 某小学举行“我做环保小卫士”知识竞猜。本次大赛一共有 20 题，答对一题得 8 分，答错一题倒扣 5 分，放弃得 0 分。小宁得了 139 分，他答错了几题？放弃了几题？

解析：我们可以用假设方法解决，假设 20 道题全部做对，可以得 $20 \times 8 = 160$ 分，可是，实际只得 139 分，分数差，不仅是每道题的分值还包括倒扣的分数，共计 $8 + 5 = 13$ 分。

解： $8 \times 20 = 160$ （分） $160 - 139 = 21$ （分） $8 + 5 = 13$ （分）

$$21 \div 13 = 1 \cdots 8$$

答：他答错了一题，放弃一题。

我试试：

1、小明参加数学竞赛，共 10 道题，每答对一道得 10 分，每答错一道倒扣 5 分，（不做按做错算），他最后得了 55 分。小明一共做对了几道题？做错了几道题？

2、某班同学参加数学竞赛，试题共 20 道。评分标准是：答对一题给 8 分，答错一题倒扣 4 分。小丽同学得了 100 分，问，她答对了几道题？

3、某电视机厂每天生产电视 500 台，在质量评比中，每生产一台合格电视机记 5 分，每生产一台不合格电视机扣 18 分。如果四天得了 9931 分，那么这四天生产了多少台合格电视机？

第二关：我能会

例 1 . 甲、乙两人进行数学比赛，规定答对一题，甲得 5 分，乙得 6 分，；答错一题，甲扣 2 分，乙扣 3 分。两人各算了 10 道题，共对了 15 道题，且甲比乙多得 19 分。问：甲、乙各做对几道题？

解析： 假设甲都答对了，也就是说甲答对了 10 道题，则乙答对了： $15-10=5$ （道），这样的话，甲比乙多得： $5\times 10 - (6\times 5-3\times 5)=35$ （分），比实际还要多得： $35-19=16$ （分），这就说明，甲答对的比实际多，乙答对的比实际少。所以，需要对甲、乙答对的题数进行调整：乙答对一道题而甲答错一道题，两个人的分数差就会减少： $6+3+5+2=16$ （分）

解： 乙答对的题数 $5+16\div 16=6$ （道）

甲答对的题数 $15-6=9$ （道）

答：甲做对 9 道题，乙做对 6 道题。

我能行：

1、某运输队为商店运输暖瓶 500 箱，每箱 6 个暖瓶。已知每 10 个暖瓶的运费为 5.5 元，损坏一个暖瓶，要赔偿成本 11.5 元（这只暖瓶的运费当然得不到），结果运输队共得到 1553.6 元。问：共损坏了多少只暖瓶？

2、小明有 2 分硬币和 1 分硬币共 50 枚，他把这些硬币等值地换成 16 枚 5 分硬币。问：小明原有 2 分硬币多少枚？

3、买 5 元 1 千克的茶叶和 8 元 1 千克的茶叶共 10 千克，用去 71 元。问：两种茶叶各买了多少千克？

例 2. 鸡兔同笼，鸡比兔多 10 只，共有脚 110 只，求鸡兔各有几只？

解析：鸡比兔多 10 只，假设兔加上 10 只就和鸡一样多了，这样要加上 40 只脚，总共 150 只脚。

然后一对一配对，每对里有一只鸡和一只兔子，共 6 只脚。共配了多少对，就求出它们的只数了。

解： $(110+10\times 4)\div(4+2)=25$ （只）……鸡

$25-10=15$ （只）……兔

答：鸡有 25 只，兔有 15 只。

我能行：

1、鸡兔同笼，兔比鸡多 20 只，鸡兔共有脚 560 只，鸡兔各有几只？



2、鸡兔同笼，鸡比兔多 25 只，鸡兔共有脚 350 只，鸡兔各有几只？

3、一只货船载重 26 吨，容积 1000 米³，现装运甲、乙两种货物，已知甲种货物每吨体积是 8 米³，乙种货物每吨体积 2 米³，要使这只船的载重量与容积得到充分利用，甲、乙两种货物应分别装多少吨？

第三关：我想会

例 1. 寺庙里有 100 个馒头和 100 个和尚，大和尚每人吃 3 个馒头，小和尚 3 人吃一个馒头，问寺庙里有几个大和尚？有几个小和尚？

解析：方法一：我们可以用假设的方法解题，假设全是大和尚，那么共需要 300 个馒头，可是寺庙里只有 100 个馒头，所差的馒头数，就是大和尚与小和尚所吃的馒头数的差。大和尚一人吃 3 个，小和尚三人吃 1 个，就是每人吃 $\frac{1}{3}$ 个，相差 $3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$ 个。再用前面所学的方法就能解决。

解：假设都是大和尚，需要 $100 \times 3 = 300$ （个） $300 - 100 = 200$ （个）

$$\text{小和尚：} \quad 200 \div \left(3 - \frac{1}{3}\right) = 75 \text{（个）}$$

$$\text{大和尚：} \quad 100 - 75 = 25 \text{（个）}$$

答：有大和尚 25 个，有小和尚 75 个。

解析：方法二：我们可以分组，每四个馒头一组，看看 100 个馒头里有几组，有几组就有几个大和尚。

解： $100 \div (3+1) = 25$ （个） $100 - 25 = 75$ （个）

答：大和尚有 25 个。小和尚有 75 个。

你还有更好的方法吗？让我也学一学！

我要学：

1、100 个大人吃 100 张饼，大人每人吃 4 张，小孩每 4 人吃 1 张，问大人、小孩各多少人？

2、张老师带五年级 120 名同学栽树，张老师一人栽 5 棵，男生一人栽 3 棵，女生 3 人栽 1 棵，总共栽树 125 棵，问几名男生，几名女生？

3、有蜘蛛、蜻蜓、蝉三种动物共 18 只，共有腿 118 条，翅膀 20 对(蜘蛛 8 条腿,蜻蜓 6 条腿,2 对翅膀;蝉 6 条腿,1 对翅膀)，三种动物各几只？

例 2. 鸡兔共有脚 260 只，鸡兔互换共有脚 280 只，鸡兔各有几只？

解析：“鸡兔互换”是指把鸡看成兔，把兔看成鸡，所以无论是鸡还是兔，互换前后一共算了 6 只脚。这样就可以求出鸡兔只数的总和，再算出互换后脚数差，求出只数差，最后用和差公式求出鸡兔各有几只。

$$\begin{aligned} \text{解：和：} & (260+280) \div (4+2) & \text{差：} & (280-260) \div (4-2) \\ & =540 \div 6 & & =20 \div 2 \\ & =90 \text{ (只)} & & =10 \text{ (只)} \\ \text{鸡：} & (90+10) \div 2 & & \\ & =50 \text{ (只)} & \text{兔：} & 90-50=40 \text{ (只)} \end{aligned}$$

答：鸡有 50 只，兔有 40 只。

我要学：

1、鸡、兔共有脚 100 只，若将鸡换成兔，兔换成鸡，则共有脚 88 只。问：鸡、兔各有几只？

2、鸡兔共有脚 160 只，若将鸡换成兔，兔换成鸡,则共有脚 200 只，则鸡有多少只？兔有多少只？

3、鸡兔共有脚 130 只，鸡兔互换共有脚 110 只，鸡兔各有几只？

例 3. 今年是 1998 年，父母年龄（整数）和是 78 岁，兄弟的年龄和是 17 岁。四年后（2002 年）父的年龄是弟的年龄的 4 倍，母的年龄是兄的年龄的 3 倍。那么当父的年龄是兄的年龄的 3 倍时，是公元哪一年？

解析： 4 年后，两人年龄和都要加 8。此时兄弟年龄之和是 $17+8=25$ ，父母年龄之和是 $78+8=86$ 。我们可以把兄的年龄看作“鸡”头数，弟的年龄看作“兔”头数。25 是“总头数”。86 是“总脚数”。根据公式，代入计算即可

解： $(25 \times 4 - 86) \div (4 - 3) = 14$ （岁）

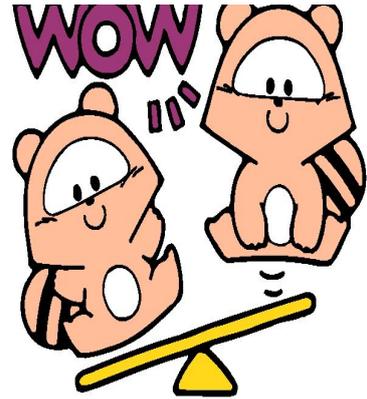
1998 年兄年龄是 $14 - 4 = 10$ （岁）

父年龄是 $(25 - 14) \times 4 - 4 = 40$ （岁）

因此，当父的年龄是兄的年龄的 3 倍时，兄的年龄是

$(40 - 10) \div (3 - 1) = 15$ （岁） 这是 2003 年。

答： 公元 2003 年时，父年龄是兄年龄的 3 倍。



我要学：

1、小伟和小丽计划用 50 天假期练习书法，将 3755 个一级常用汉字练习一遍，小伟每天练习 73 个汉字，小丽每天练习 80 个汉字，每天只有一人练习，每人每天练习的字各不相同，这样，他们正好在假期结束时 完成计划，他们各练习了多少天？

2、工人运青瓷花瓶 250 个，规定完整运一个到目的地给运费 20 元，损坏一个倒赔 100 元，运完这批花瓶后，工人共得 4400 元，则损坏了多少个？

3、远输队包运 1998 套玻璃茶具，运输合同规定：每套运费以 1.6 元计算，每损坏一套，不仅不得运费，还要从总运费中扣除赔偿费 18 元，结果运输队实际的运费 3059.6 元，在运输过程中被损坏的茶具套数是多少？

大显身手：

1、一个停车场上，停了汽车和摩托车一共32辆。其中汽车有4个轮子，摩托车有3个轮子，这些车一共有108个轮子。求汽车和摩托车各有多少辆？

2、鸡兔共有脚160只，鸡兔互换共有脚140只，鸡兔各有几只？

3、东风小学有3名同学去参加数学竞赛，一份试卷共10道题，答对一题得10分，答错一道不但不得分，还要扣去3分，这3名同学都回答了所有的题目，小明得74分，小华得22分，小红得87分，他们三人共答对多少题？

4、某运输队为超市运送暖瓶500箱，每箱装有6个暖瓶。已知每10个暖瓶的运费为5元，损坏一个的话不但不给运费还要赔成本10元，运后结算时，运输队共得1350元的运费。问、共损坏了多少只暖瓶？

5、鸡与兔共有100只，鸡的脚比兔的脚多80只，问鸡与兔各有多少只？

6、小刚买回8分邮票和4分邮票共100张，共付出6.8元，问，小刚买回这两种邮票各多少张？各付出多少元？

7、小东妈妈从单位领回奖金400元，其中有2元、5元、10元人民币共80张，且5元和10元的张数相等，试问，这三种人民币各有多少张？

8、乐乐百货商店委托搬运站运送 500 只花瓶，双方商定每只运费 0.24 元，但是，如果发生损坏，那么每打破一只不仅不给运费，而且还要赔偿 1.26 元，结果搬运站共得运费 115.5 元。问：搬运过程中共打破了几只花瓶？

9、小乐和小溪一起跳绳，小溪先跳了2分钟，然后两人各跳了3分钟，一共跳了780下。已知小溪比小乐每分钟多跳12下，那么小溪比小乐共多跳了多少下？

10、蜘蛛8条腿，蜻蜓6条腿2对翅膀，蝉6条腿1对翅膀。三种昆虫共有18只，腿一共有116条，翅膀一共20对，问：三种昆虫各几只？

真题欣赏：

1、有 50 个学生，他们穿的裤子是白色的或黑色的，上衣是蓝色的或红色的，若有 14 人穿的是蓝色上衣、白色裤子，31 人穿黑裤子，18 人穿红上衣，那么穿红上衣、黑裤子的学生有多少人？

（2008 年迎春杯赛题）

2、100 个和尚 140 个馍，大和尚 1 人分 3 个馍，小和尚 1 人分 1 个馍。问：大、小和尚各有多少个馍（选自小学生报）

3、彩色文化用品每套 19 元，普通文化用品每套 11 元，这两种文化用品共买了 16 套，用钱 280 元。问：两种文化用品各买了多少套？（2009 年小升初）

4、有蜘蛛、蜻蜓、蝉三种动物共 18 只，共有腿 118 条，翅膀 20 对（蜘蛛 8 条腿；蜻蜓 6 条腿，两队翅膀；蝉 6 条腿，一对翅膀），求有蜻蜓多少只？（奥数书首选题目）

5、摆正方形和五边形一共用了 32 根火柴棒，任意两个图形之间都没有公用边，则两种图形各摆了多少个？（思维训练，火柴棍游戏）

6、王老师用 300 元钱去买语文书和数学书共 24 本，找回 15 元，已知一本语文书 12 元，一本数学书 11 元，语文书、数学书各买了多少本？（2009 年某校分班考试题目）

7、李老师和孙老师带着 25 名同学去植树，每位老师植树 4 棵，每位男同学植树 3 棵，每位女同学植树 2 棵，老师和学生一共植树 70 棵，男同学去了多少人？女同学去了多少人？（某校毕业试题）

8、海鲜大世界的水族箱里有螃蟹和乌龟共 9 只，56 条腿，螃蟹和乌龟各几只？（2008 年小升初）