

第六讲 植树问题

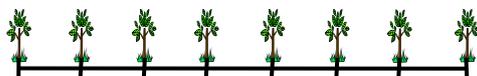
知识导航:

植树问题，其实就是数学中设置等分点的计算问题。因此题中的情节不局限于植树，生活中的跨楼梯，锯木头，插红旗，安路灯等问题，都可以按照植树问题的数量关系和思路解答。关于植树的路线，有封闭与不封闭两种路线。

1. 不封闭路线

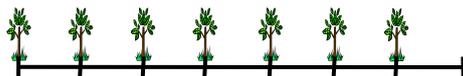
(1) 如果植树线路的两端都要植树，那么植树的棵数比要分的段数多 1。

即：棵数 = 段数 + 1 棵距 × 段数 = 总长



(2) 如果植树线路的一端植树，另一端不植树，那么植树的棵数与段数相等。

即：棵数 = 段数 棵距 × 段数 = 总长



(3) 如果植树线路的两端都不植树，那么植树的棵数比要分的段数少 1。

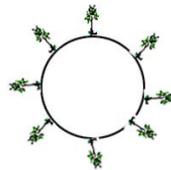
即：棵数 = 段数 - 1 棵距 × 段数 = 总长



2. 封闭路线

在封闭线路上植树，棵数与段数相等，

即：棵数 = 段数 棵距 × 段数 = 总长



解决植树问题的关键，是确定所属类型，从而确定棵数与段数的关系。

第一关：必须会

例 1. 一条公路旁栽种着白杨树，相邻两株间隔 18 米，从第一株到第 200 株之间的距离是多少米？

解析： 解题的关键是要确定道路两端是否都栽树。从题意可知路的两端都栽树了。

段数 = 棵数 - 1 路长 = 株距 × 段数

解： $18 \times (200 - 1) = 3582$ (米)

答：从第 1 株到第 200 株之间距离是 3582 米。

我试试：

- 1、一条马路的一侧共有 26 盏路灯，每两盏路灯之间相距 15 米，这条马路多长？
- 2、一条 2 千米长的马路一旁安装电线杆，每隔 40 米安一根，一共要安装多少根电线杆？
- 3、在全长 2040 米公路的一侧，等距离地栽了 103 棵杨树，求两棵杨树之间的间隔是多少米？

例 2. 小猴帮小牛盖房子，它们将 12 米长木头平均分成 6 段，每锯一段要 2 分钟，锯完要多少分钟？每段长多少米？

解析：我们可以把此题理解成植树问题，锯成的段数和所需要的次数，相当于棵数和段数。所用的时间相当于棵距。两端都不植树， $(\text{段数}-1) \times \text{棵距}=\text{路程}$

解： $(6-1) \times 2=10$ （分） $12 \div 6=2$ （米）

答：锯完要用 10 分钟，每段长 2 米。

我试试：

- 1、两栋居民楼相距 60 米，绿化队准备把 19 棵树苗在两楼之间栽成一行，每两棵树苗之间的距离是多少米？
- 2、小熊家门口有一条长 500 米的路，从门口开始到另一端每隔 5 米栽一棵树，共栽多少棵？
- 3、小英要到高层建筑的 12 层，她走到 4 层用了 60 秒，照这样计算，她还要走多少秒才能到达 12 层楼？

例 3. 长方形花圃周长 32 米，沿四周每隔 4 米插一面红旗，每两面红旗的中间插一面黄旗，花圃周围各插了多少面红旗和黄旗？

解析： 我们读题之后了解到这是一个封闭图形，可以根据段数=棵树求出红旗的面数，因为每两面红旗之间插一面黄旗，所以黄旗的数量和红旗的数量相等。

解： $32 \div 4 = 8$ （面） 红旗=黄旗=8（面）

答：花圃周围插了 8 面红旗和 8 面黄旗。

我试试：

1、一块三角形场地，三边长分别是 186 米、234 米、156 米，要在三边上植树，株距 6 米，三个顶点各栽一棵，共能栽树多少棵？

2、同学们站成方队进行军训，只知道最外层每边站 12 人，最外层一共有多少名学生？参加军训的一共有多少名学生？

3、科学家进行一项实验，每隔 5 小时做 1 次记录。做 12 次记录时，挂钟的时针恰好指向 9，问：做第一次记录时，时针指向几？

第二关：我能会

例 1. 一位老人在公路上散步，从第一根电线杆走到第 12 根电线杆处共用了 22 分钟。这位老人走了 40 分钟，这时他走到了第几根电线杆处？

解析： 从第一根到第十二根电线杆，共有十一个段，可以先求出走每段所用的时间，再根据总时间求出段数，根据棵数=段数+1，求出电线杆总数。

解： $22 \div (12-1) = 2$ （分） $40 \div 2 + 1 = 21$ （根）

答：这时他走到第 21 根电线杆。

我能行：

1、小明坐在汽车里看外面的路灯杆，从第 1 根到第 16 根共花了 30 秒钟。如果小汽车时速为每小时 72 千米，每两根路灯杆相隔多少米？

2、有 58 辆彩车排成一列，每辆彩车长 4 米，彩车之间相隔 5 米，这列彩车共长多少米？

3、一列客车共 20 节，每节车厢长 5 米，两节车厢之间间隔 1 米，这列火车以每秒 20 米的速度通过 181 米长的铁桥需要几秒钟？

例 2. 父子俩一起攀登一个有 300 个台阶的山坡，父亲每步上 3 个台阶，儿子每步上 2 个台阶。

从起点处开始，父子俩走完这段路共踏了多少个台阶？（重复踏的台阶只算 1 个）

解析：因为两端的台阶只有顶的台阶被踏过，根据已知条件，可以分别求出父亲和儿子踏过的台阶数。再减去父子俩共同踏过的台阶。

解： 儿子踏过的台阶： $300 \div 2 = 150$ （个）

父亲踏过的台阶： $300 \div 3 = 100$ （个）

$$2 \times 3 = 6$$

$$300 \div 6 = 50 \text{（个）}$$

$$150 + 100 - 50 = 200 \text{（个）}$$

答：父子俩共踏了 200 个台阶。

我能行：

1、有一根 180 厘米长的绳子，从一端开始，每 3 厘米做一个记号，每 4 厘米也做一次记号，然后将有记号的地方剪断，绳子被剪成多少段？

2、从甲地到乙地原来相隔 45 米有一根电线杆，加上两端共 53 根，现要改成每隔 60 米安装一根，除两端的不动之外，中途还有多少根不必移动？

3、在铁路线旁每隔 50 米竖 1 根电线杆，一位旅客在行进的火车中，数着从第 1 根电线杆起到第 45 根电线杆止，恰好经过 3 分钟，火车每小时行多少千米？

例 3. 在一个湖泊周围筑成周长是 6000 米的大堤，堤上每隔 15 米栽一棵杨树，在相邻两棵杨树之间每隔 5 米栽一棵柳树。杨树和柳树各栽了多少棵？

解析：此题是环形线路上的植树问题，根据棵数=总长÷株距，可以求出杨树的棵数。在两棵杨树之间每隔 5 米栽一棵柳树，可以求出有几段，又属于两端都不植树问题，求出每两棵杨树之间柳树的棵数，再根据总段数求出柳树的棵数。

解： (1) $6000 \div 15 = 400$ (棵)

(2) $(15 \div 5 - 1) \times 400 = 800$ (棵)

答：杨树栽了 400 棵，柳树栽了 800 棵。

我能行：

1、一个公园周长 2700 米，沿公园周围每隔 20 米栽一棵柳树，每相邻两棵柳树中间栽两棵桃树，公园周围栽柳树和桃树各多少棵？

2、有一个圆形花坛，绕着它走一圈是 120 米。如果沿着这一圈每隔 6 米栽一棵丁香花，再在每相邻的两株丁香花之间等距离地栽 2 株月季花，可栽丁香花多少株？可栽月季花多少株？两株相邻的丁香花之间的 2 株月季花相距多少米？

3、有若干人，排成一个正方形方阵，最外层每边 10 人，求这个方阵队伍有多少人？最外层有多少人？

第三关：我想会

例 1. 某校把 5 年级同学排成一个正方形方阵，剩下 15 人，如果在方阵的外面再加一层，则少 85 人，求 5 年级共有学生多少人？

解析： 可以求出在方阵外面再增加一层一共需要的人数，最外边每边的人数，即可求出总人数。再减掉 85 人，即为所求。

解： 最外层每边 $(15+85) \div 4+1=26$ (人)

$$26 \times 26 - 85 = 591 \text{ (人)}$$

答：5 年级共有 591 人。

我要学：

1、参加军训的学生进行队伍表演，排成一个正方形方阵，多出 8 人，如果想增加一行一列还缺 17 人，求参加军训的学生有多少人？

2、有一个小朋友，用围棋子组成一个正方形实心方阵，最外层用黑子，共用了 100 颗，里面全部是白子，求白子有多少颗？

3、小明用棋子摆了一个三层的空心方阵，已知方阵的最外层每边用了 9 枚棋子，求这个空心方阵一个用了多少枚棋子？

例 2. 在一条马路的两旁植树，每隔 3 米植一棵，植到头还剩 3 棵，每隔 2.5 米植一棵，植到头还缺 37 棵，求这条马路的长度？

解析： 这题属于直线型植树问题里面的两端都植树类型，但是不能直接运用公式，因此我们可以考虑用方程来解决！

解： 设一共有 X 棵树，根据马路长不变找等量关系式：

$$3\left(\frac{x-3}{2}-1\right)=2.5\left(\frac{x+37}{2}-1\right)$$

$$X=205$$

$$(205-3) \div 2-1=100 \quad 100 \times 3=300(\text{米})$$

答：马路长 300 米。

我要学：

1、在公路两旁栽树，每隔 2.5 米栽一棵，栽到头还缺 40 棵，每隔 5 米栽一棵，栽到头还剩下 10 棵树，求这条公路的长度？

2、大雪后的一天，小明和爸爸共同步测一个圆形花圃的周长。他俩的起点和走的方向完全相同。小明的平均步长 54 厘米，爸爸平均步长 72 厘米。由于两人的脚印有重合，并且他们走了一圈后都回到起点，这时雪地上只有留下 60 个脚印。这个花圃的周长是多少米？

3、在一根长木棍上，有三种刻度线。第一种刻度线将木棍分成十等份；第二种将木棍分成十二等份；第三种将木棍分成十五等份。如果沿每条刻度线将木棍锯开，木棍总共被锯成多少段？

例 3. 有一高楼，每上一层需 2 分钟，每下一层需 1 分 30 秒。王军于 12 点 20 分开始不停地从底层往上走，到了最高层后立即往下走（中途没有停留），13 点零 2 分返回底层，这座高楼一共有多少层？

解析：上楼梯问题和植树问题一样，必须知道走 5 层楼梯能到 6 层，因为上下楼梯所走的楼梯数量一样，我们可以根据总时间相等列方程。

解：设共走 x 层楼梯。

$$13 \text{ 点零 } 2 \text{ 分} - 12 \text{ 点 } 20 \text{ 分} = 42 \text{ 分} \quad 1 \text{ 分 } 30 \text{ 秒} = 1.5 \text{ 分}$$

$$2X + 1.5X = 42$$

$$X=12 \quad 12+1=13(\text{层})$$

答：这座高楼一共 13 层。

我要学：

1、小明和小红两人爬楼梯比赛，小明跑到第 4 层，小红恰好跑到第 5 层，照这样计算，小明跑到第 16 层，小红跑到第几层？

2、时钟 5 时敲 5 下。用 4 秒钟敲完，那么 8 时敲 8 下用多少秒？

3、从离林园 10.15 千米处开始，沿远离林园方向在马路一旁栽树，每隔 50 米栽一棵柏树。一辆汽车从林园给每个种植点送树，每次只能拉 4 棵，运完 12 棵后汽车返回林园，问汽车至少耗油多少千克？（每 10 千米耗油 2 千克）

大显身手：

1、有一条道路，左边每隔 5 米种一棵杨树，右边每隔 6 米种一棵柳树，两端都种上树，共有 5 处杨树与柳树相对。这条道路长多少米？

2、两座楼之间相隔 60 米，每隔 5 米栽一棵松树，两座楼房之间一共能栽多少棵树？

3、一条路原有木电线杆 46 根，每两根之间相隔 12 米。现在要全部换成水泥电线杆，如果每两根电线杆之间间隔 20 米，需要多少根水泥杆？

4、甲、乙两人在长 300 米的公路两旁栽树，每隔 20 米栽一棵柳树，在每相邻两棵柳树之间又栽上两棵梧桐树。已知甲比乙多栽树 12 棵，问甲、乙各栽树多少棵？

5、马路的一边，相隔 8 米有一棵杨树，小明乘汽车从学校回家，从看到第一棵树到第 153 棵树共花了 4 分钟，小明从家到学校共坐了半小时的汽车，问：小明的家距离学校多远？

6、东方旅店共 15 层，每层楼梯有 20 个阶梯，如果某人每上一阶梯需要 0.5 秒，问他上到顶层需要多少时间？

7、一根木头锯成 5 段要付锯板费 1 元，6 根木头，每根锯成 4 段，共要付锯板费多少元？

8、有一个挂钟，每小时敲一次钟，几点钟就敲几下，六点时，5 秒钟敲完，那么 12 点时，几秒钟才能敲完？

9、把四年级学生排成一个 6 层的中空方阵，最外一层有 48 人，求这个空心方阵的总人数。

10、在一条 100 厘米的木棍上，从左至右每隔 6 厘米划一道痕，从右向左每隔 5 厘米也划一道痕，两个痕迹之间长为 4 厘米的有几段？

真题欣赏：

- 1、甲乙二人植树，单独植完这批树，甲比乙所需的时间多 $\frac{1}{3}$ 。如果二人一起植，那么完成任务时乙比甲多植 36 棵。这批树一共有多少棵？
- 2、一座大桥全长 161 米计划在桥的的两侧栏杆上各安装 16 块宣传牌，每块宣传牌的长是 2 米，两头的宣传牌离桥端均为 12 米，相邻两块宣传牌之间的距离相等，求相邻两块宣传牌之间的距离是多少米？（走美杯初赛）
- 3、育红小学四年级有学生 212 人，排成两行通过一座大桥。一直前后两人相距 0.8 米，桥长 326 米，队伍前进的速度是每分钟 82 米，通过这座大桥需要多少分钟？
- 4、20 名运动员，骑摩托车绕体育场头尾相接做表演，每辆车长 2 米，前后两辆车相隔 18 米，车速每秒 12 米，绕场 9 圈，需多长时间？（萌芽杯数学竞赛）
- 5、有一个体操表演队排成一个中空方阵，最外层人数共有 48 人，最内层人数共有 24 人，求这个体操表演队总人数。（迎春杯初赛）