# 第十五讲　　探索规律

## 知识导航：

找规律是小学生从入学开始就学习的内容，在教学过程中可以给学生创造轻松的学习氛围，让学生在轻松愉快的情境中进入学习状态，初步感受规律的存在。培养学生合作探究的意识，提高学生的思维能力和解决问题的能力，让学生在学习中思考，在思考中学习，使学生感受到学习数学的乐趣，在成功体验中，树立起学好数学的信心，进一步激发学生强烈的求知欲、探索欲、表现欲。

小升初常见的规律：数字规律、周期规律、图形规律、加法原理和乘法原理等。

数字规律：根据给出数字的规律特点，求出下面应该填写的数。

周期规律：又叫余数的应用，通过规律进行分组并且求余数来解决问题。

图形规律：结合等差数列求第 N 项以及求和问题。

加法原理和乘法原理：通过规律，解决一些生活中的常见问题。

## 第一关:必须会

**例 1.** 找规律：（1）1、4、7、10、13、16、19、　（　　　）；

（2）1、2、4、7、11、16、22、29、（　　　）；

（3）2、3、5、8、13、21、34、55、（　　　）；

（4）5、5、7、10、9、15、11、20、（　　　）、（　　　）；

（5）1、4、9、16、25、36、49、64、（　　　）。

**解析：**这是非常基础的找规律问题，（1）是等差数列，（2）中后项与前项的差是等差数列，（3）的前两项之和等于第三项，（4）是每隔一个数呈现规律，（5）是完全平方数。

**解：**　（1）1、4、7、10、13、16、19、　（　22　）；

（2）1、2、4、7、11、16、22、29、（　37　）；

（3）2、3、5、8、13、21、34、55、（　89　）；

（4）5、5、7、10、9、15、11、20、（　13　）、（　25　）；

（5）1、4、9、16、25、36、49、64、（　81　）。

## 我试试：

1、找规律

（1）2、6、10、14、18、22、26、（　　　　）；

（2）0.5、1.6、2.7、3.8、4.9、6、（　　　　）；

（3）0、2、2、4、6、10、16、26、（　　　　）；

（4）1、2、4、8、16、32、64、（　　　　）；

（5）70、71、72、61、74、51、76、41、（　　　　）、（　　　　）；

（6）1、8、27、64、125、（　　　　）；

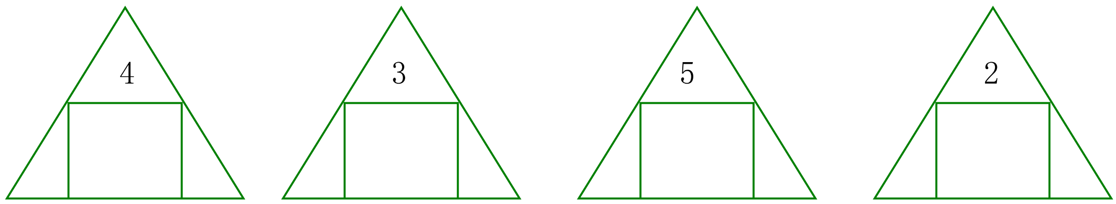
（7）1、6、16、31、51、76、（　　　　）；

（8）1、4、5、9、14、23、37、60、（　　　　）；

（9）67、66777、66677777、66667777777、（　　　　　　　　）；

（10）7.7、77.07、777.007、7777.0007、（　　　　　　　　　）。

2、先找出图中的规律，再填空。




2　48　6　　2　36　6　　3　A　2　　4　72　B

A=(　　　)，B=(　　　　)　。

3、三个数字 1、2、3 与五个字母 A、B、C、D、E 不断重复出现，一个数字与一个字母对应一组，如下表：问第 75 组是什么数字和字母。

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | … |
| A | B | C | D | E | A | B | C | D | E | … |

**例 2.** 运动场上插了五颜六色的彩旗，按照两面黄旗、三面红旗、一面绿旗的顺序排列，那么第 100 面彩旗是什么颜色？前 100 面彩旗中，一共有多少面红旗？

**解析：**这是一道典型的余数周期问题，每 6 面彩旗为一组（也称为一个周期），可以求出 100 面彩旗中一共有多少组，余数是多少，就可以知道第 100 面彩旗是什么颜色了，余几，那么就是一组中的第几面。再求每组有多少面红旗，余下部分有几面红旗，就能求出红旗总数了。

**解：**100÷6=16(组)……4（面）

16×3+2=50(面)

答：第 100 面彩旗是红颜色的，前 100 面彩旗中，一共有 50 面红旗。

## 我试试：

1、节日的夜景真漂亮，街上的彩灯按照 5 盏红灯，再接 4 盏蓝灯，再接 3 盏黄灯，然后又是 5 盏红灯，4 盏蓝灯，3 盏黄灯……这样排下去. 问：

（1）第 108 盏灯是什么颜色?

（2）前 150 盏彩灯中有多少盏蓝灯?

2、循环小数 $0.\dot{7}4\dot{9}$ 的小数部分第 2012 位上的数字是多少？这 2012 位数字的总和是多少？

3、下面图形是按规律排列的，根据规律可以判断第 125 个图形是（　　　　），前 125 个图形中这个图形共有（　　　　）个。

○ △ □ ♡ ○ △ □ ♡ ○ △ □ ♡ ……

4、某年 3 月 5 日是星期三，那么这一年的国庆节是星期几？

**例 3**：一个书架共有两层，上层有 12 本不同的科普书，下层有 10 本不同的历史书，从上下层各拿一本书，有多少种不同的取法？

**解析**：这是一道典型的乘法原理问题，取书过程要分两步完成，第一步取上层书有 12 种方法，第二步去下层书有 10 种方法，两种方法数量相乘即可。

**解**：12×10=120（种）

答：有 120 种不同的取法。

## 我试试：

1、小丽去商店购物，结果商店有 4 种适合她穿的上衣，有 5 种适合她穿的裤子，小丽想买一件上衣和一条裤子，有多少种不同的搭配？

2、食堂里有三种主食，五种素菜，两种肉菜，每个人要选一种主食、一个素菜、一个肉菜，有多少种搭配方法？

3、从甲地到乙地，有三条路，从乙地到丙地，有五条路，从丙地到甲地，有四条路，那么如果从甲地出发，途径乙地和丙地（不考虑经过的顺序），最后回到甲地，那么有多少种走法？

## 第二关:我能会

**例 1**.下面表格中的文字按照一定规律排列：

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 北 | 京 | 欢 | 迎 | 你 | 北 | 京 | 欢 | 迎 | 你 | 北 | 京 | 欢 | 迎 | …… |
| 我 | 是 | 明 | 星 | 我 | 是 | 明 | 星 | 我 | 是 | 明 | 星 | 我 | 是 | …… |
| 我 | 和 | 你 | 我 | 和 | 你 | 我 | 和 | 你 | 我 | 和 | 你 | 我 | 和 | …… |

（1）按上面的排列，第 100 组是（　　　），这 100 组里出现了（　　　）个“我”字。

（2）“北、我、我”下一次同时出现是在第（　　　）组。

**解析**：（1）每一行的周期都不相同，所以我们要分别去求：第一行，周期是 5，用 100÷5=20 可知，第 100 个是“你”；第二行周期是 4，用 100÷4=25，可知，第 100 个是“星”；第三行周期是 3，100÷3=33……1，可知，第 100 个是“我”，所以第 100 组是“你、星、我”.

第二行每组有 1 个“我”字，所以 25 组共有 25 个“我”字，第三行每组有 1 个“我”字，所以 33 组共有 33 个“我”字，还余下一个，所以有 34 个，所以一共有 59 个“我”字。

**解**：（1）100÷5=20，没余数，是“你”；100÷4=25，没余数，是“星”

100÷3=33……1，是“我”，所以第 100 组是“你、星、我”。

$$100 \div 3 = 25 \times 1 + 33 \times 1 + 1 = 59（个）$$

答：第 100 组是“你、星、我”，这 100 组里有 59 个 “我”字。

**解析**：（2）要求每一组都同时结束，然后下一组才能与第一组一样，所以求 5、4、3 的最小公倍数即可。

**解**：（2）【3，4，5】=60，所以是第 61 组。

答：同时出现在 61 组。

## 我能行：

1、

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 学 | 大 | 教 | 育 | 学 | 大 | 教 | 育 | 学 | 大 | 教 | 育 | 学 | 大 | …… |
| 爱 | 学 | 习 | 爱 | 学 | 习 | 爱 | 学 | 习 | 爱 | 学 | 习 | 爱 | 学 | …… |
| 要 | 学 | 好 | 数 | 学 | 要 | 学 | 好 | 数 | 学 | 要 | 学 | 好 | 数 | …… |

（1）按上面的排列，第 50 组是（　　　），这 50 组里出现了（　　　）个“学”字。

（2）“学、爱、要”下一次同时出现是在第（　　　）组。

2、五位同学轮流每天给李奶奶送牛奶，3 月 12 日是星期一，贝贝送，13 日是晶晶送，14 日是欢欢送，15 日是迎迎送，16 日是妮妮送，17 日又是贝贝送……如此轮流下去，那么儿童节那天是谁给李奶奶送牛奶？贝贝下一次在周一给李奶奶送牛奶是几月几日？

3、为了保证奥运期间的安全，志愿者从 2008 年 3 月 15 日起，每晚开始在城市中心区与民警一起巡逻，某一地区有民警 12 人，志愿者 10 人，他们分别按顺序编号：3 月 15 日起为民警 1 号与志愿者 1 号搭档，接下来是民警 2 号与志愿者 2 号搭档……民警 11 号与志愿者 1 号搭档……

（1）7 月 13 日轮到哪两位搭档？

（2）民警 1 号与志愿者 2 号是否会在同一天巡逻？为什么？

（3）如果从 5 月 14 日起新来 1 名志愿者 11 号，接在志愿者 10 号后巡逻，那么民警 1 号与志愿者 2 号是否会在同一天巡逻？如果能，他们最早将在几月几日同时巡逻？

**例 2**：用数字 1、3、4、6、8，

（1）可以组成多少个没有重复数字的五位数？

（2）可以组成多少个没有重复数字的五位偶数？

**解析**：（1）利用乘法原理，计算每一位上能填入的数有几种方法。由于每一位上都没有限制，可以从任意一位上算起。个位：5 种，十位：4 种，百位：3 种，千位：2 种，万位：1 种。

**解**：5×4×3×2×1=120（种）

答：可以组成 120 个没有重复数字的五位数。

（2）由于个位只能填偶数，所以先从个位算起。个位：3 种，十位：4 种，百位：3 种，千位：2 种，万位：1 种。

**解**：3×4×3×2×1=72（种）

**答**：可以组成 72 个没有重复数字的五位偶数。

## 我能行：

1、用数字 1、2、4、7、0，

（1）可以组成多少个没有重复数字的五位数？

（2）可以组成多少个没有重复数字的五位偶数？

（3）可以组成多少个没有重复数字的 5 的倍数？

2、有 4 张数字卡片：3、4、5、9，

（1）可以组成多少个四位数？

（2）组成奇数的可能性是多少？

（3）组成 5 的倍数的可能性是多少？

3、光明小学四、五、六年级共订 300 份报纸，每个年级至少订 99 份报纸。问：共有多少种不同的订法？

**例 3**：屋子里有 50 个人，每两个人都要握一次手，那么所有人一共握多少次手？

**解析**：第一个人要和余下的 49 人握手，第二个人和余下的 48 人握手（因为第一个人已经和第二个人握了，所以为了避免重复，就不算第二个再与第一个握了），第三个人与余下的 47 人握手……利用加法原理，把所有的数据相加即可。

**解**：49+48+47+……+2+1=（49+1）×49÷2=1225（次）

答：所有人一共握 1225 次手。

## 我能行：

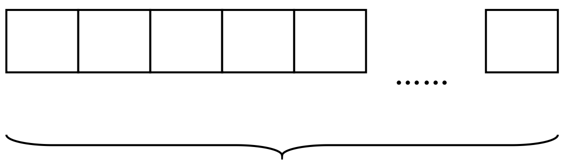
1、教室里有 35 名学生和 5 位老师，每两个人都要握一次手，那么所有人一共握多少次手？

2、英超有 20 支足球队，每年每两支球队之间要进行两场比赛，那么所有球队全年一共将要进行多少场比赛？

3、一把钥匙开一把锁，现在有 10 把钥匙和 10 把锁，最多要试多少次才能把钥匙和锁一一对应？

4、A 城与 B 城之间有 10 座车站（包括 A 城与 B 城这两站），每两座车站之间的距离都不相同，车票也不相同，那么往返于 A 城与 B 城之间的火车，有多少种不同的票价？有多少种不同的车票？

**例 4.** 如图，如果正方形每个端点各摆一个花盆，n 个正方形端点可摆放多少_________个花盆？



n 个

**解析：**1 个正方形可摆 4 个花盆，以后每增加一个正方形可多摆 2 个花盆，所以就形成了一个首项是 4，公差为 2 的等差数列，正方形个数就是数列的项数。所以利用通项公式：$a_n = a_1 + (n-1)\times d$ 就可以求出 n 个正方形可摆多少个花盆。

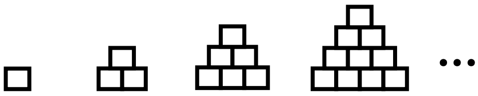
**解：** $4 + 2(n-1) = 2n + 2$（个）

答：n 个正方形可以摆 $2_n$+2 个花盆。

## 我能行：

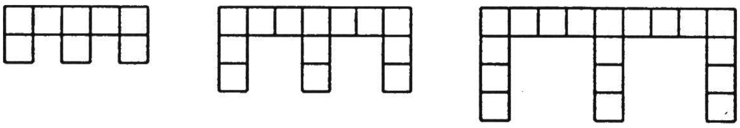
1、将一根很长的铁丝分成 10 根，再选其中若干根铁丝每根分成 10 根，再选其中若干根铁丝每根分成 10 根，……直到铁丝的总根数为 2000——2010 之间时停止。那么，此时共有（　　　　）根铁丝。

2、用边长为1$cm$的小正方形搭如下的塔状图形，则第$n$次所搭图形的周长是__________ $cm$（用含$n$的代数式表示）.



第 1 次　第 2 次　第 3 次　第 4 次　…

3、下面的图形是由边长为 1 的正方形按照某种规律排列而组成的.



①　②　③

(1)观察图形，填写下表：

| 图形 | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|
| 正方形的个数 | 8 | | |
| 图形的周长 | 18 | | |

(2)推测第 n 个图形中，正方形的个数为______，周长为______(用含 n 的代数式表示).

## 第三关：我想会

**例 1：3**×3×3×……×3 (共 2011 个 3)+8 的个位数字是多少?

**解析：**先列举一下：3 的个位是 3,3×3 的个位是 9,3×3×3 的个位是 7,3×3×3×3 的个位是 1,3×3×3×3×3 的个位又是 3……可以看出周期是 4，所以用 2011 除以 4 看余数即可。

**解：**2011÷4=502……3，个位是 7,7+8=15，个位是 5.

答：个位数字是 5。

## 我要学：

1、2×2×……×2（共 2012 个 2）+7×7×7×……×7 （共 2017 个 7）的个位数字是多少？

2、76×76×……×76（共 2012 个 76）的末两位数字是多少？

3、计算：6666666667×6666666667

**例 2**：将 1～3000 的整数按照下表的方式排列，用一长方形框出九个数，要使九个数的和等于

（1）1997（2）2142（3）2160 能否办到？若办不到，简单说明理由．若办得到，写出正方框里的最大数和最小数．

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 |

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

2986 ………………………………………………… 3000

**解析：**分析框出的 9 个数可知，最中间的数是这九个数的平均数，所以框出的 9 个数的总和一定是 9 的倍数。1997 不是 9 的倍数，要先排除。如果框出的九个数总和是 2142，那么最中间的数是 238，在第 13 列，那么框出的最大数是 238+16=254，最小数是 238-16=222；如果框出的九个数总和是 2160，那么最中间的数是 240，但 240 在第 15 列，不能作为中间数，所以框出的九个数总和不可能是 2160。

**解：**1997 和 2160 都不行，只有 2142 可以。

$2142\div 9=238$，　$238+16=254$，　$238-16=222$.

## 我要学：

1、如图是一个数表，现用一个矩形在数表中任意框出 4 个数则

| | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |

（1）a、c 的关系是：__________________；

（2）当 a＋b＋c＋d＝32 时，a＝__________.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |

2、将自然数 1-1000 如下表排列：

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |

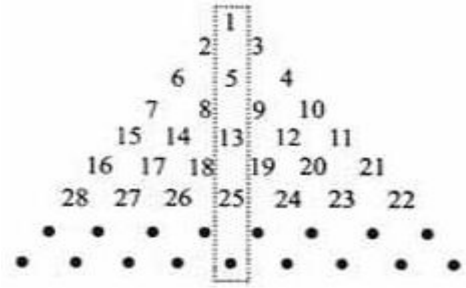
……

（1）用一个正方形框出 2×2 的数字方阵，如上图中的 A，框起来的 4 个数最大的一个数是 a，那么最小的一个是多少？

（2）用一个正方形框出 3×3 的数字方阵，如上图的 B，要使九个数的和等于①1450，②1899，③2700 能否办到？若办不到，简单说明理由．若办得到，写出正方框里的最大数和最小数。

（3）任意框出 3×3 的数字方阵，你能找到一些共同的规律吗？

3、把数字按如图所示排列起来，从上开始，依次为第一行、第二行、第三行、……，中间用虚线围的一列，从上至下依次为 1、5、13、25、……，则第 10 个数为________。



**例 3**：有 800 名同学排成一队，进行一、二、三报数，报一、二的离去，报三的留下。剩下的同学再向右看齐，进行第二轮一、二、三报数，还是报一、二的离去，报三的留下。这时再进行第三轮报数，还是……，直到剩下的同学数小于 3 为止。请问剩下的同学原来排在队伍的第几个位置上呢？

**解析**：第一次报完数留下的同学，一定报的是 3 的倍数，而第二次再次留下的，第一次报的一定是 3×3 的倍数，而第三次再次留下的，第一次报的一定是 3×3×3 的倍数，而第四次再次留下的，第一次报的一定是 3×3×3×3 的倍数，而第五次再次留下的，第一次报的一定是 3×3×3×3×3 的倍数，而第六次再次留下的，第一次报的一定是 3×3×3×3×3×3 的倍数，

此时 3×3×3×3×3×3=729 已经非常接近 800，所以剩下的同学原来排在队伍的第 729 位。

**解**：3×3×3×3×3×3=729

答：剩下的同学小于 3 原来排在队伍的第 729 个位置上。

## 我要学：

1、4000 人排成一行，从第一号开始，一至五报数，凡报到 5 的就留下，其余的人离开；然后向排头靠拢，再按上面的要求重复进行，直到某一次报数后，剩下的人少于 5 个人为止。请问最后留下的人最初在原来队伍的第几号位置上？

2、1000 人排成一行，从第一号开始，一至六报数，凡报到 6 的就留下，其余的人离开；然后向排头靠拢，再按上面的要求重复进行，直到某一次报数后，剩下的人少于 6 个人为止。请问最后留下的人他们最初分别在原来队伍的第几号位置上？

3、把一张大饼切 100 刀（不能叠起来一起切），最多可以切成多少块？

**例 4：**一本书共有 252 页，页码中数字“2”一共出现了多少次？

**解析：**在个位、十位、百位上分别去数数字“2”：

个位：2、12、22……92,，每 10 个数中出现 1 次，所以共 26 次；

十位：20、21、22……29，每 100 个数中出现 10 次，所以共 30 次；

百位：从 200-252，共 53 个数，即出现 53 次，

最后把三者相加即可：26+30+53=109 次

**解：**26+30+53=109 次

答：一共出现了 109 次。

## 我要学：

1、一本书共有 332 页，页码中数字“3”一共出现了多少次？

2、从 1 数到 812 的所有偶数中，数字“6”一共出现了多少次？

3、在一本书的页码中，数字“3”一共出现 37 次，那么这本书最多有多少页？最少有多少页？

4、在一本书的页码中，数字“5”一共出现 112 次，那么这本书有多少页？

## 大显身手：

1、操场上插放五颜六色的旗子，按照 3 面红旗，2 面黄旗，1 面绿旗的顺序插放，一共插了 100 面旗子，那么第 65 面旗子是（　　　）色，最后一面旗子是（　　　）色，这种颜色的旗子一共有（　　　）面。

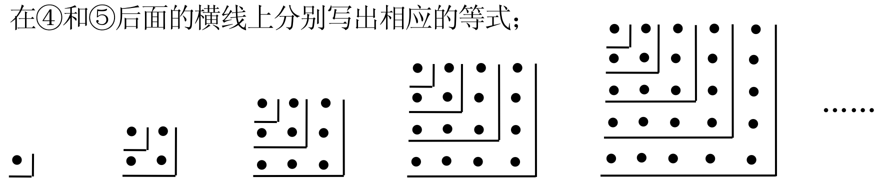
2、$3^{2010}+5$ 的个位数字是（　　　）。

3、一个数是 400，把它先减去 10，再加上 6，再减去 10，再加上 6…...，如此循环下去，经过多少次计算，可得到 310？

4、一只蜗牛掉进了一口深 18 米的井里，它第一天向上爬 3 米，第二天下滑 1 米，第三天又上升 3 米，第四天有下滑 1 米，那么多少天后它能爬出井口？

5、观察下面的点阵图和相应的等式，探究其中的规律：

在④和⑤后面的横线上分别写出相应的等式；



①$1=1^2$； ②$1+3=2^2$； ③$1+3+5=3^2$； ④________； ⑤________； ……

6、将一张长方形的纸对折,可得到一条折痕,继续对折,对折时每次折痕与上次的折痕保持平行,连续对折三次后,可以得到7条折痕,那么对折四次可以得到_____条折痕,如果对折n次,可以得到条折痕.

7、有一串数，前两个数是 9 和 7，从第三个数起，每个数是它前面两个数乘积的个位数。这串数中第 100 个数是几？前 100 个数之和是多少？

8、小明按 1—3 报数，小红按 1—4 报数。两人以同样的速度同时开始报数，当两人都报了 100 个数时，有多少次两人报的数相同？

9、一把钥匙只能开一把锁，现有 10 把锁和其中的 9 把钥匙，要保证这 9 把钥匙都配上锁，至少需要试验多少次？

10、有一张纸片，第一次将它撕成 4 小片，第二次将其中的一张又撕成 4 小片，以后每一次都将其中的一小张撕成更小的 4 片，请问：

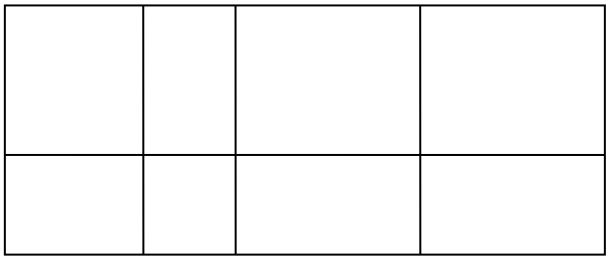
（1）撕了五次后，一共得到多少张纸片？

（2）能否撕成 2008 张纸片？

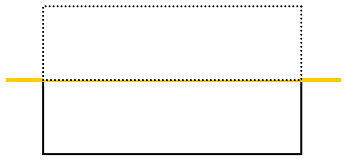
## 真题欣赏：

1、平面内有任何三点都不共线的 100 个点，过其中任意两点的直线共可以画几条？

2、右图中共有多少个长方形？



3、有一农户利用一堵墙用篱笆围一个长方形的鸭圈，篱笆的长度只有 24 米，怎样围面积最大？最大面积是多少？



4、有甲、乙两个容器，甲容器中有 1 立方分米的水，乙容器是空的。第一次先将甲容器里 $\frac{1}{2}$ 的水倒入乙容器中，第二次再将乙容器里 $\frac{1}{3}$ 的水倒入甲容器中，第三次将甲容器里 $\frac{1}{4}$ 的水倒入乙容器中，第四次又将乙容器里 $\frac{1}{5}$ 的水倒入甲容器中，照这样来回倒下去，一直倒了 2008 次之后，甲容器里有水（　　　　）立方分米。

5、下图是一个 6×6 的表格，每个方格中填入了数字 1 或 2。按下列规则进行“操作”：每次同时改变某一行（列）的数字：1 变成 2，2 变成 1。问：能否通过若干次“操作”使得每一格中的数都变成 1？

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |

6、某部 84 集的电视连续剧在某星期日开播，从星期一到星期五以及星期日每天都要播出 1 集，星期六停播，问最后一集在星期几播出？ （华杯赛初赛真题）

7、伸出你的左手，从大拇指开始如图所示的那样数数，1、2、3、……问数到 2012 时，你数到哪个手指上？ （希望杯试题）