

第八讲 倒推法

知识导航：

有些应用题如果按照一般方法，顺着题目的条件一步一步地列出算式求解，过程比较繁琐。这时，我们可以从最后的结果出发，一步一步倒着推理，逐步靠拢已知条件，直到解决问题，这种思考途径就是倒推法。倒推法是一种很重要的数学思考方法，也是分析应用题时常用的方法。其中主要运用加与减、乘与除之间的互逆关系。

第一关：必须会

例 1. 小明爸爸的年龄加上 8，再除以 8，再减去 2 后，扩大 10 倍是 30 岁，小明的爸爸今年有多少岁？

解析： 本题通过一系列的变化后，最后得到爸爸 30 岁，我们从最后的结果往前推，爸爸的岁数扩大 10 倍是 30 岁，那么，爸爸的岁数缩小 10 倍得 $30 \div 10 = 3$ （岁），再往前一步 $3 + 2 = 5$ （岁），再往前一步就是 $5 \times 8 = 40$ （岁），最后一步 $40 - 8 = 32$ （岁），这就是爸爸的年龄。

解： $(30 \div 10 + 2) \times 8 - 8 = 32$ （岁）

答：小明的爸爸今年有 32 岁。

我试试：

1、一次数学考试后，李冰问王伟数学考试得多少分。王伟说：“用我得的分数减去 9 加上 10，再除以 7，最后乘以 4，得 56。”小朋友，你知道王伟得多少分吗？

2、小明问小华：“你今年几岁？”小华回答说：“用我去年的年龄先除以 3，再加上 3，然后乘上 3，最后减去 3，正好等于 21。”小华今年几岁？

3、小明今年的岁数加上 10 后，再扩大 5 倍，然后减去 5，再缩小 5 倍，刚好是 20 岁。小明今年几岁？

例 2. 树林中的三棵树上共落着 48 只鸟。如果从第一棵树上飞走 8 只落到第二棵；从第二棵树上飞走 6 只落到第三棵树上，这时三棵树上鸟的只数相等。原来每棵树上各落多少只鸟？

解析：倒推时以“三棵树上鸟的只数相等”入手分析，可得出最后每棵树上鸟的只数是 $48 \div 3 = 16$ （只）。第三棵树上现有的鸟 16 只是从第二棵树上飞来的 6 只后得到的，所以第三棵树上原落鸟 $16 - 6 = 10$ （只）。同理，第二棵树上原有鸟 $16 + 6 - 8 = 14$ （只）。第一棵树上原落鸟 $16 + 8 = 24$ （只）。

解： ①现在三棵树上各有鸟多少只？

$$48 \div 3 = 16 \text{（只）}$$

②第一棵树上原有鸟只数。

$$16 + 8 = 24 \text{（只）}$$

③第二棵树上原有鸟只数。

$$16 + 6 - 8 = 14 \text{（只）}$$

④第一棵树上原有鸟只数。

$$16 - 6 = 10 \text{（只）}$$

答：第一、第二、第三棵树上原来各落鸟 24 只、14 只、10 只。

我试试：

1、甲、乙、丙三个班共有学生 144 人，先从甲班调出与乙班相同的人数给乙班，再从乙班调出与丙班相同的人数到丙班。再从丙班调出与这时甲班相同的人数给甲班，这样，甲、乙、丙三个班人数相等。原来甲班比乙班多多少人？

2、甲、乙、丙、丁四个同学共有彩色玻璃弹子 100 颗，甲给乙 13 颗，乙给丙 18 颗，丙给丁 16 颗，丁给甲 2 颗，这时四人的弹子数相同。他们原来每人各有弹子多少颗？

3、甲、乙、丙三人共有人民币 168 元，第一次甲拿出与乙相同的钱数给乙；第二次乙拿出与丙相同的钱数给丙；第三次丙拿出与这时甲相同的钱数给甲，这样，甲、乙、丙三人的钱数相等。他们各有多少元钱？

例 3. 马小虎做一道整数减法题时，把减数个位上的 1 看成了 7，把减数十位上的 7 看成了 1，结果得出差是 111。问正确答案应是几？

解析：把减数个位上的 1 看成 7，使差减少了 $7-1=6$ ，而把十位上的 7 看成 1，使差增加 $70-10=60$ 。因此这道题归结为某数减 6，加 60 得 111，求这个数是几的问题。

解： $111 - (70 - 10) + (7 - 1) = 57$

答：正确的答案是 57。

我试试：

1、做一道减法算式，把减数的个位 1 看做 3，把被减数十位上的 2 看做了 5，这样结果等于 200，差应该是多少？

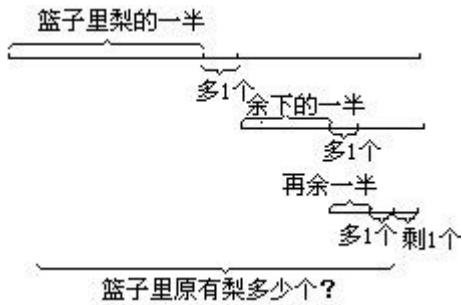
2、李伟做一道减法题，把被减数十位上的 6 当作 9，把减数个位上的 3 当作 5，结果是 257，正确答案应该是多少？

3、小勇做一道除法计算题，把除数 305 看成 35，得到不完全商 38 和余数 15，正确的商应该是多少？

第二关：我能会

例 1. 篮子里有一些梨。小刚取走总数的一半多 1 个。小军取走了小明取走后剩下一半多 1 个。这时篮子里还剩梨 1 个。篮子里原有梨多少个？

解析：依题意，画图进行分析。



解：列综合算式： $\{[(1+1) \times 2+1] \times 2+1\} \times 2=22$ （个）

答：篮子里原有梨 22 个。

我能行：

1、一根绳子，第一次用去全长的一半多 5 米，第二次用去余下的一半少 10 米，第三次用去 15 米，最后还剩 10 米，这根绳子原有多少米？

2、菜站原有冬贮大白菜若干千克，第一天卖出原有大白菜的一半，第二天运进 200 千克，第三天卖出现有白菜的一半又 30 千克，结果剩余白菜的 3 倍是 1800 千克，求原有冬贮大白菜多少千克？

3、有砖 26 块，兄弟二人争着挑。弟弟抢在前，刚刚摆好砖，哥哥赶到了。哥哥看弟弟挑的太多，就抢过一半。弟弟不肯，又从哥哥那儿抢走一半。哥哥不服，弟弟只好给哥哥 5 块，这时哥哥比弟弟多 2 块。问：最初弟弟准备挑几块砖？

例 2. 甲、乙、丙三人共有 192 张邮票，从甲的邮票中取出乙那么多给乙后，再从乙的邮票中取出丙那么多给丙，最后从丙的邮票中取出甲那么多给甲，这时甲、乙、丙三人邮票数相同，甲、乙、丙三人原来各有邮票多少张？

解析：甲、乙、丙三人原共有 192 张邮票，经过三次交换后，甲、乙、丙三人仍有邮票 192 张，且三人邮票数相同。

解：三人各有邮票： $192 \div 3 = 64$ （张）

第三次交换从丙的邮票中取出甲那么多给甲，说明第三次交换前甲有邮票 $64 \div 2 = 32$ （张）

丙有邮票 $64 + 32 = 96$ （张）

以此类推，就可以推出答案了。

以下表类推：

单位：张

	甲	乙	丙
最后	64	64	64
前次	32	64	96
再前次	32	112	48
原来	88	56	48

答：原来甲有邮票 88 张，乙有邮票 56 张，丙有邮票 48 张。

我能行：

1、甲、乙、丙三人结伴旅游，共带 1500 元钱，出发前，甲借给乙 120 元，丙借给乙 240 元，乙借给甲 80 元，三人所持钱数正好相等，三人原各带多少钱？

2、供销社分配给甲、乙、丙三个乡若干吨化肥，甲乡分得总数的一半少 2 吨，乙乡分得剩下的一半多半吨，最后剩下的 8 吨分给丙乡，问原来共有化肥多少吨？

3、三堆桃共 48 个，先从第一堆中拿出与第二堆个数相同的桃并入第二堆；再从第二堆中拿出与第三堆个数相同的桃并入第三堆；最后又从第三堆中拿出与这时第一堆个数相同的桃并入第一堆。这时，三堆桃数正好相等，那么，三堆桃原来各有多少个？

例 3. 一本文艺书，小明第一天看了全书的 $\frac{1}{3}$ ，第二天看了余下的 $\frac{3}{5}$ ，还剩下 48 页，这本书共有多少页？

解析：从“剩下 48 页”入手倒着往前推，它占余下的 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 。第一天看后还剩下 $48 \div \frac{2}{5} = 120$ 页，这 120 页占全书的 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ，这本书共有 $120 \div \frac{2}{3} = 180$ 页。

解： $48 \div (1 - \frac{3}{5}) \div (1 - \frac{1}{3}) = 180$ (页)

答：这本书共有 180 页。

我能行：

1、某班少先队员参加劳动，其中 $\frac{3}{7}$ 的人打扫礼堂，剩下队员中的 $\frac{5}{8}$ 打扫操场，还剩 12 人打扫教室，这个班共有多少名少先队员？

2、一辆汽车从甲地出发，第一天走了全程的 $\frac{3}{8}$ ，第二天走了余下的 $\frac{2}{3}$ ，第三天走了 250 千米到达乙地。甲、乙两地间的路程是多少千米？

3、把一堆苹果分给四个人，甲拿走了其中的 $\frac{1}{6}$ ，乙拿走了余下的 $\frac{2}{5}$ ，丙拿走这时所剩的 $\frac{3}{4}$ ，丁拿走最后剩下的 15 个，这堆苹果共有多少个？

例 4. 筑路队修一段路，第一天修了全长的 $\frac{1}{5}$ 又 100 米，第二天修了余下的 $\frac{2}{7}$ ，还剩 500 米，这段公路全长多少米？

解析：从“还剩 500 米”入手倒着往前推，它占余下的 $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ ，第一天修后还剩 $500 \div \frac{5}{7} = 700$ 米，如果第一天正好修全长的 $\frac{1}{5}$ ，还余下 $700 + 100 = 800$ 米，这 800 米占全长的 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ ，

这段路全长 $800 \div \frac{4}{5} = 1000$ 米。

解： $[500 \div (1 - \frac{2}{7}) + 100] \div (1 - \frac{1}{5}) = 1000$ (米)

答：这段公路全长 1000 米。

我能行：

1、一堆煤，上午运走 $\frac{2}{7}$ ，下午运的比余下的 $\frac{1}{3}$ 还多 6 吨，最后剩下 14 吨还没有运走，这堆煤原有多少吨？

2、用拖拉机耕一块地，第一天耕了这块地的 $\frac{1}{3}$ 又 2 公顷，第二天耕的比余下的 $\frac{1}{2}$ 多 3 公顷，还剩下 35 公顷，这块地共有多少公顷？

3、一批水泥，第一天用去了 $\frac{1}{2}$ 多 1 吨，第二天用去了余下 $\frac{1}{3}$ 少 2 吨，还剩下 16 吨，原来这批水泥有多少吨？

第三关： 我想会

例 1. 甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出 $\frac{1}{4}$ 到乙仓库后，又从乙仓库运出 $\frac{1}{4}$ 到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

解析： 解题关键是把两个仓库粮食的和看作“1”，由题意可知，从乙仓库运出 $\frac{1}{4}$ 到甲仓库，乙仓库最后占两仓库和的 $\frac{1}{2}$ 。依此逐渐倒推出原来甲、乙仓库占整体的几分之几，也就可以解出原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几。

解： ①当乙仓库没有往甲仓库运时，乙仓库占两仓库和的几分之几？

$$\frac{1}{2} \div \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3}$$

②甲仓库占两仓库和的几分之几？

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

③甲仓库原来占两仓库和的几分之几？

$$\frac{1}{3} \div \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{9}$$

④原来甲仓库时乙仓库的几分之几？

$$4 \div (9 - 4) = \frac{4}{5}$$

答：原来甲仓库的粮食是乙仓库的 $\frac{4}{5}$

我要学：

1、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出 $\frac{1}{3}$ 到乙仓库后，又从乙仓库运出 $\frac{1}{3}$ 到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

2、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出 $\frac{1}{5}$ 到乙仓库后，又从乙仓库运出 $\frac{1}{4}$ 到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

3、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出 $\frac{1}{3}$ 到乙仓库后，又从乙仓库运出 $\frac{2}{5}$ 到甲仓库，这时乙仓库的粮食是甲仓库的 $\frac{9}{10}$ 。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

例 2. 甲、乙二人轮流报数，必须报不大于 6 的自然数，把两人报出的数依次加起来，谁报数后加起来的数是 2000，谁就获胜。如果甲要取胜，是先报还是后报？报几？以后怎么报？

解析：在小学数学竞赛中，常有与智力游戏相结合而提出的一些简单的对策问题。

采用倒推法。由于每次报的数是 $1\sim 6$ 的自然数， $2000-1=1999$ ， $2000-6=1994$ ，甲要获胜，必须使乙最后一次报数加起来的和的范围是 $1994\sim 1999$ ，由于 $1994-1=1993$ （或 $1999-6=1993$ ），因此，甲倒数第二次报数后加起来的和必须是 1993 。同样，由于 $1993-1=1992$ ， $1993-6=1987$ ，所以要使乙倒数第二次报数后加起来的和的范围是 $1987\sim 1992$ ，甲倒数第三次报数后加起来的和必须是 1986 。同样，由于 $1986-1=1985$ ， $1986-6=1980$ ，所以要使乙倒数第三次报数后加起来的和的范围是 $1980\sim 1985$ ，甲倒数第四次报数后加起来的和必须是 1979 ，……

把甲报完数后加起来必须得到的和从后往前进行排列： 2000 、 1993 、 1986 、 1979 、……观察这一数列，发现这是一个等差数列，且公差 $d=7$ ，这些数被 7 除都余 5 。因此这一数列的最后三项为： 19 、 12 、 5 。所以甲要获胜，必须先报，报 5 。因为 $12-5=7$ ，所以以后乙报几，甲就报 7 减几，甲就接着报 4 （ $4=7-3$ ）。

解： $2000\div 7=285\cdots 5$

答：甲要获胜必须先报，要报 5 ；以后，乙报几甲就接着报 7 减几。

我要学：

1、桌上有 21 根火柴，小邱和小红两人轮流取，每人每次取 1 根或 2 根。谁取到最后一根谁就获胜。小红该怎样取才能保证获胜？

2、 54 张扑克牌，两人轮流拿牌，每人每次只能拿 1 张到 4 张，谁拿到最后一张谁输，问先拿牌的人怎样确保获胜？

3、有 1994 个球，甲乙两人用这些球进行取球比赛。比赛的规则是：甲乙轮流取球，每人每次取 1 个， 2 个或 3 个，取最后一个球的人为失败者。

①甲先取，甲为了获胜，他应该采取怎样的策略？

②乙先拿了 3 个球，甲为了必胜，应该采取怎样的策略？

例 3: 妈妈买了一些苹果。小宇第一天吃了 $\frac{1}{3}$ 又 $\frac{1}{3}$ 个，第二天吃去剩下的 $\frac{1}{4}$ 又 $\frac{1}{4}$ 个，第三天吃去再剩下的 $\frac{1}{3}$ 又 $\frac{1}{3}$ 个，这时还剩下 3 个苹果，问妈妈买了多少个苹果？

解析: 最后剩下 3 个苹果，再加上 $\frac{1}{3}$ 个苹果，根据“量率对应”关系，即

$$(3 + \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{3}) \text{ ----- 第二次吃完剩下的苹果数: 5 个;}$$

$$(5 + \frac{1}{4}) \div (1 - \frac{1}{4}) \text{ ----- 第一次吃完剩下的苹果数: 7 个;}$$

$$(7 + \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{3}) \text{ ----- 原来的苹果数: 11 个;}$$

$$\text{解: } \{[(3 + \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{3}) + \frac{1}{4}] \div (1 - \frac{1}{4}) + \frac{1}{3}\} \div (1 - \frac{1}{3}) = 11 \text{ (个)}$$

答: 妈妈一共买了 11 个苹果。

我要学:

1、盆中有鸡蛋不知其数，第一次吃了其中的一半又半个，第二次吃了剩下的一半又半个，第三次又吃了剩下的一半又半个。这时盆中还剩下 1 个鸡蛋。盆子中原有鸡蛋多少个？

2、李白去买酒，提壶街上走，遇店加一倍，见花喝一斗（即一杯），三遇店和花，喝光壶中酒。

试问: 壶中原有多少酒？

3、小明读一本书，第一天读了 $\frac{1}{10}$ ，以后 8 天，分别读了当天现有页数的 $\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ，读了 9 天，还剩 15 页没有读，这本书共有多少页？

大显身手：

- 1、某数乘以 2，加上 5，除以 5，减去 3 后结果为 0，求这个数？

- 2、小刚的书的本数的 4 倍，小强的书减去 3 本，小华的书加上 8 本，与小真的书的一半都是 80 本。小刚、小强、小华和小真原来各有书多少本？

- 3、生产一批零件共 560 个，师徒二人合作用 4 天做完。已知师傅每天生产零件的个数是徒弟的 3 倍。师徒二人每天各生产零件多少个？

- 4、甲、乙、丙三人的铅笔一样多，后来甲给了乙、丙几只铅笔后，乙比甲多 7 只，丙比乙少 2 只。问甲分别给乙、丙多少只铅笔？

- 5、书架上、中、下三层共放着 96 本书，先从上层取出与中层同样多的书放到中层，再从中层取出与下层同样多的书放到下层，最后从下层取出与上层剩下的本数同样多的书放到上层，这时三层所放书的本数相同。这个书架的上、中、下三层原来各放书多少本？

- 6、小芳的书架上有若干本书，每次拿出其中的一半再放回一本，这样一共拿了四次，书架上还有 4 本书，小芳书架上原来有多少本书？

7、阿凡提去赶集，他用钱的一半买肉，再用余下钱的一半买鱼，又用剩下钱买菜. 别人问他带多少钱，他说：“买菜的钱是 1、2、3；3、2、1；1、2、3、4、5、6、7 的和；加 7 加 8，加 8 加 7、加 9 加 10 加 11。”你知道阿凡提一共带了多少钱？买鱼用了多少钱？

8、甲、乙、丙三个仓库面粉袋数的比是 6：9：5，如果从乙仓库拿出 400 袋平均分给甲、丙两仓库，则甲、乙两个仓库的数量相等。这三个仓库共存面粉多少袋？

9、小炜在计算两位数加法时，把一个加数个位上的 6 错误的看成了 9，把另一个加数十位上的 7 错误地看成了 1，结果所得的和是 243，这道题的正确答案应该是多少？

10、桌上有 21 根火柴，小邱和小红两人轮流取，每人每次取 1 根或 2 根。谁取到最后一根谁就获胜。小红该怎样取才能保证获胜？

真题欣赏：

1、有一位老人说：“把我的年龄加上 14 后除以 3，再减去 26，最后用 25 乘，恰巧是 100 岁。”这位老人今年多少岁？

2、甲乙两个油桶各装了 15 千克油. 售货员卖了 14 千克. 后来，售货员从剩下较多油的甲桶倒一部分给乙桶使乙桶油增加一倍；然后从乙桶倒一部分给甲桶，使甲桶油也增加一倍，这时甲桶油恰好是乙桶油的 3 倍. 问：售货员从两个桶里各卖了多少千克油？（某教材例题）

3、建筑工地需要一批水泥，从仓库第一次运走全部的 $\frac{2}{5}$ ，第二次运走余下的 $\frac{1}{3}$ ，第三次运走（前两次运后）又余下的 $\frac{3}{4}$ ，这时还剩下 15 吨水泥没运走。这批水泥共是多少吨？（某教材例题）

4、有两袋米，甲袋比乙袋少 18 千克。如果再从甲袋倒入乙袋 6 千克，这时甲袋的米相当于乙袋的 $\frac{5}{8}$ 。两袋米原来各有多少千克？

5、3 只猴子吃篮里的桃子，第一只猴子吃了 $\frac{1}{3}$ ，第二只猴子吃了剩下的 $\frac{1}{3}$ ，第三只猴子吃了第二只猴子吃过后剩下的 $\frac{1}{4}$ ，最后篮子里还剩下 6 个桃子，问篮子里原来有桃子多少个？

6、小凯做一道整数减法题时，将被减数十位上的 3 当作 8，把减数个位上的 1 当作了 7，结果为 213，那么正确答案是多少？

7、幼儿园老师把一袋糖分给甲、乙、丙三个小朋友。先把总数的 $\frac{1}{5}$ 多 6 粒分给甲，再把剩下的 $\frac{1}{5}$ 多 9 粒分给乙，最后剩下的都给丙，结果三人得到糖一样多，这袋糖共有多少粒？

8、桌上有 22 张扑克牌，小红和爸爸轮流取，每人每次可取 1 张或 2 张，谁取到最后一张谁获胜。爸爸一定要先取，可由于他不懂获胜的方法，第一次就取了 2 张，请问小红接着取下去能获胜吗？怎样才能获胜？

9、有一个吹泡机，一次恰好吹出 100 个肥皂泡。肥皂泡吹出后，经过 1 分钟有 50%破了，经过 2 分钟还剩下 10%没破，经过了 3 分钟没破的只剩下 2%，这些肥皂泡不到 4 分钟全破了。如果吹泡机每分钟吹一次，到第十次吹出新肥皂泡时，没破的至多有多少？

10、有一个财迷总想使自己的钱成倍增长，一天他在一座桥上碰见一个老人，老人对他说：“你要走过这座桥再回来，你身上的钱就会增加一倍，但作为报酬，你每走一个来回要给我 32 个铜板。”财迷算了算挺合适，就同意了。他走过桥又走回来，身上的钱果然增加一倍，他很高兴地给了老人 32 个铜板，这样走完第五个来回，身上的最后 32 个铜板都给了老人，一个铜板也没剩下，财迷身上原有多少个铜板呢？