

第三讲 列方程解应用题

知识导航：

1、列方程解应用题的方法

(1) 综合法：先把应用题中已知数（量）和所设未知数（量）列成有关的代数式，再找出它们之间的等量关系，进而列出方程，这是从部分到整体的一种思维过程，其思考方向是从已知到未知。

(2) 分析法：先找出等量关系，再根据具体建立等量关系的需要，把应用题中已知数（量）和所设的未知数（量）列成有关的代数式，进而列出方程，这是从整体到部分的一种思维过程，其思考方向是从未知到已知。

2、列方程解应用题的步骤：

- (1) 分析题意，弄清已知条件和所求问题；
- (2) 根据分析设定未知数；
- (3) 利用等量关系列出方程；
- (4) 求解方程；
- (5) 将结果代回原题检验，答。

第一关：必须会

例 1. 体育组共买了 4 个篮球 3 个足球共用去 308 元，已知篮球比足球每个便宜 28 元，每个篮球和每个足球各多少元？

解析： 设每个足球 x 元，那么每个篮球 $(x-28)$ 元，根据条件“4 个篮球 3 个足球共用去 308 元”列出方程即可。

$$\text{解： } 4 \times (x - 28) + 3x = 308$$

$$x = 60$$

$$60 - 28 = 32 \text{ (元)}$$

答：每个篮球 32 元，每个足球 60 元。

我试试：

1、买 2.5 千克苹果和 2 千克橘子共用去 13.6 元，已知每千克苹果比每千克橘子贵 2.2 元，这两种水果的单价每千克各是多少元？

2、明明买 2 支圆珠笔和 3 支铅笔共花 5.8 元，每支铅笔 0.6 元，每支圆珠笔多少钱？

3、学校买了 18 个篮球和 20 个足球，共付了 490 元，每个篮球 14 元，每个足球多少元？

例 2. 甲乙两地相距 1800 千米，一列快车和一列慢车同时从两地出发相向而行，15 小时后相遇，已知快车每小时比慢车每小时多行 10 千米，两车每小时各行多少千米？

解析： 这是用方程来解决相遇问题，根据“速度和×相遇时间=总路程”列出方程，我们设慢车每小时行驶 x 千米，则快车的速度为 $(x+10)$ 千米。

$$\text{解：} \quad (x+x+10) \times 15 = 1800$$

$$x = 55$$

$$55+10 = 65 \text{ (千米)}$$

答：慢车每小时行驶 55 千米，快车每小时行驶 65 千米。

我试试：

1、一列客车和一列货车同时从甲地反向而行，客车每小时比货车快 16 千米，4 小时后两车相距 400 千米，求客车和货车的速度？

2、A、B 两个城市相距 640 千米，一辆汽车从 A 城出发去了 B 城，行了 3 小时后还剩 400 千米，这辆汽车每小时行多少千米？

3、甲乙两名运动员同时从某地出发同向而行，甲每分钟走 60 米，乙每分钟走 80 米，多少分钟后甲比乙少走 120 米？

例 3. 小明今年 9 岁，爷爷今年 73 岁，几年后爷爷的年龄是小明年龄的 5 倍？

解析：解决年龄问题，要紧紧抓住“两个不同年龄的人，几年前或几年后，他们年龄的差总是不变，而他们年龄之间的倍数却在变化”这个特点，在这道题里，爷爷 x 年后的年龄是 $73+x$ 岁，小明 x 年后是 $9+x$ 岁，由倍数关系可以列出相应的关系。

解：设 x 年后爷爷年龄是小明年龄的 5 倍，根据题意可以列出倍数方程：

$$5 \times (9 + x) = 73 + x$$

$$x = 7$$

答：7 年后爷爷的年龄是小明年龄的 5 倍。

我试试：

1、五年前，爸爸的年龄是小红的 5 倍，今年爸爸与小红年龄的和是 64 岁，爸爸今年多少岁？

2、小红和爸爸相差 30 岁，今年爸爸的年龄是小红的 4 倍，今年爸爸和小红各多少岁？

3、今年母女二人年龄之和是 53，已知 10 年前母亲的年龄是女儿年龄的 10 倍，现在母女各多少岁？

例 4. 三、四年级共植树 360 棵，其中四年级植的棵数比三年级的 2 倍还多 30 棵。三、四年级植树各多少棵？

解析:此题可以用“和倍问题”解决，我们用解方程的方法更容易理解，找等量关系是列方程的依据。此题的等量关系式是：

三年级植树的棵树+四年级植树的棵树=总棵树

解: 设三年级植树 x 棵，则四年级植树 $(2x+30)$ 棵，根据题意可列方程：

$$x+2x+30=360$$

$$3x=330$$

$$x=110$$

则四年级植树： $2x+30=250$ (棵) 或 $360-110=250$ (棵)

答：三年级植树 110 棵，四年级植树 250 棵。

我试试：

1、五一班和五二班共做 198 只纸飞机模型，其中五一班做的只数是五二班的 1.25 倍，两班各做模型多少只？

2、某个人去年和今年共收入 86000 元，今年比去年的 2 倍少 4000 元，去年和今年各收入多少元？

3、果园共种植苹果树与梨树 5000 棵，苹果树的棵树比梨树的棵树的 $\frac{3}{2}$ 还多 500 棵。果园里苹果树、梨树各多少棵？

第二关：我能会

例 1. 光明小学买回一批图书，如果每班发 15 本，则少 20 本，如果每班发 12 本，则剩下 16 本，这个学校一共有多少个班？买回图书多少本？

解析：分析题目光明小学的班级数目是不变的，买回图书的总数是不变的， x 个班每班发 15 本，则需图书 $15x$ 本，较总数少 20 本，那么总数为 $(15x-20)$ 本，同理，每班发 12 本，总数为 $(12x+16)$ 本，根据图书总数不变列等式方程。

解：设这个学校有 x 个班，根据图书数量不变就能够列出等式。

$$15x - 20 = 12x + 16$$

$$x = 12$$

$$15 \times 12 - 20 = 160 \text{ (本)}$$

答：这个学校一共有 12 个班，共买回图书 160 本。

我能行：

1、一批游客过一条河，如果每只船坐 10 个人，还剩 4 人，如果每船坐 12 个人，那么多出 1 只船，你知道这批游客有多少人？有多少只船？

2、小明每天同一时间从家出发去学校，如果每分钟行 60 米，则可提前 1 分钟到校，如果每分钟行 50 米，则迟到 2 分钟，小明家离学校多少米？

3、某班班主任给同学们分巧克力，如果每个人分 10 块，则剩下 8 块，如果每个人分 12 块，有 6 个同学分不到。这个班有多少个学生？

例 2. 一个两位数，十位上的数字比个位上的数字少 1，如果十位上的数字扩大 4 倍，个位上的数字减去 2，那么所得的两位数比原来大 58，求原来的两位数是多少？

解析：这道题用算术方法解答有一定的难度，换成方程来解答，思路就比较简洁。设个位上的数字为 x 人，则十位上的数字是 $(x-1)$ ，那么原来的两位数就表示为 $10(x-1)+x$ ，十位上的数字扩大 4 倍，个位上的数字减去 2，就变成了新的两位数： $4 \times 10 \times (x-1) + x - 2$ 。

$$\text{解：} \quad 4 \times 10 \times (x-1) + x - 2 - [10(x-1) + x] = 58$$

$$x = 3$$

$$10 \times (3-1) + 3 = 23$$

答：原来的两位数为 23。

我能行：

1、有一个两位数，它的十位数字和个位数字和是 14，如果把十位上的数字和个位上的数字位置交换后，所得的两位数比原来的两位数大 36，求原来的两位数？

2、甲数是乙数的 3 倍，甲数减去 85，乙数减去 5，则两数相等，甲乙两数各是多少？

3、一个三位数，十位数字是 0，其余两位数字之和是 12，如果个位数字减 2，百位数字加 1，那么所得的新数比原数的百位数字与个位数字互换位置后的数小 100，求原三位数。

例 3. 100 个和尚吃 100 个馒头，大和尚每人吃 3 个，小和尚每 3 人吃一个，那么一共有几个大和尚，几个小和尚？

解析：我们可以设有 x 个大和尚，有 $(100-x)$ 个小和尚，大和尚每人吃 3 个，大和尚共吃了 $3x$ 个馒头，小和尚 3 人吃 1 个，则每人吃 $\frac{1}{3}$ 个，共吃了 $\frac{1}{3} \times (100-x)$ 个馒头。

解：
$$\frac{1}{3} \times (100-x) + 3x = 100$$

$$x = 25$$

$$100 - 25 = 75 \text{ (人)}$$

答：有 25 个大和尚，有 75 个小和尚。

我能行：

1、鸡兔同笼，从上面数，有 15 个头。从下面数，共 48 条腿，鸡和兔子各有多少只？

2、桌子上有 5 分和 2 分的硬币共十枚，总共 4 角 4 分，有 5 分和 2 分的硬币各多少枚？

3、一份数学试卷有 20 道选择题，规定做对一题得 5 分，不做或做错倒扣 1 分，结果某学生得分为 76 分，问他做对了几道题？

例 4. 甲、乙两列火车从相距 470 千米的两城相向而行，甲车每小时行 38 千米，乙车每小时行 40 千米，乙车出发 2 小时后，甲车才出发，求甲车几小时后与乙车相遇？

解析：甲、乙两车相向而行，“甲车行驶的路程+乙车行驶的路程=总路程”，乙车行驶的路程包括两部分，一部分是先出发 2 小时所走的路程，另一部分是和甲车同时行驶的路程，结合题意以及“路程=速度×时间”的等量关系可列方程。

解：设甲车出发 x 小时后与乙车相遇。

$$(38+40)x+2\times 40=470$$

$$78x=390$$

$$x=5$$

答：甲车出发 5 小时后与乙车相遇。

我能行：

1、甲、乙两地相距 265 千米，一列客车与一列货车分别从甲、乙两地相向而行，客车先走 1 小时后，货车从乙地出发，经过 3 小时后两车相遇，已知客车每小时行 40 千米，求货车的速度是多少？

2、甲、乙两车从 A、B 两地同时出发，相向而行，相遇后，甲车又行驶 3 小时到达 B 地。已知甲车每小时比乙车快 20 千米，甲车每小时行 80 千米。求乙车出发后几小时与甲车相遇？

3、甲、乙两车同时从 A、B 两地出发相向而行，6 小时后，两车还相距 50 千米，又行了 2 小时，两车又相距 170 千米。求 A、B 两地相距多少千米？

第三关：我想会

例 1. 少年宫合唱团有学生 102 人，其中女生的 $\frac{1}{6}$ 比男生的 $\frac{1}{2}$ 多 1 人，合唱队男、女生各有多少人？

解析：设女生为 x 人，则男生就是 $(102-x)$ 人，女生的 $\frac{1}{6}$ 就可以表示为 $\frac{1}{6}x$ ，男生的 $\frac{1}{2}$ 则可以表示为 $(102-x) \times \frac{1}{2}$ ，根据“女生的 $\frac{1}{6}$ 比男生的 $\frac{1}{2}$ 多 1 人”可列相应的等式关系。

解：设该团有女生 x 人，男生人数就是 $102-x$ 人，

$$\frac{1}{6}x - 1 = (102 - x) \times \frac{1}{2}$$

$$x = 78$$

男生人数就是： $102 - 78 = 24$ (人)

答：合唱队有男生 24 人，女生 78 人。

我要学：

1、一堆煤，第一天用去全部的 $\frac{2}{5}$ ，第二天用去 40 吨，第三天又用去剩下的 $\frac{2}{5}$ ，此时还剩下 56 吨，原来有煤多少吨？

2、甲乙两户共养鸡 118 只，如果甲卖掉原有鸡的 $\frac{3}{5}$ ，乙户卖掉 6 只鸡，则甲乙两户余下的鸡的只数相等，甲乙原来各有多少只鸡？

3、某车间生产甲乙两种零件，生产的甲种零件比乙种多 12 个，乙种零件全部合格，甲种零件只有 $\frac{4}{5}$ 合格，两种零件合格的总共有 42 个，两种零件各生产了多少个？

例 2. 在含盐 20% 的水中，加入 10 千克的水就变成了含盐 16% 的盐水，原来的盐水重多少千克？

解析：此题根据加水前后盐的质量不变，根据“ $\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}} = \text{浓度}$ ”表示出前后的盐的质量列出等式。

解：设原来的盐水重 x 千克，加水后盐水的质量是 $(x+10)$ 千克，则

$$20\%x = (x+10) \times 16\%$$

$$0.2x = 0.16x + 1.6$$

$$x = 40$$

答：原来的盐水重 40 千克。

我要学：

1、在含盐为 30% 的盐水中，加入 20 千克的水，就变成了含盐为 15% 的盐水，原来的盐水有多少千克？

2、在含盐为 25% 的盐水中，加入 180 千克的水，就变成了含盐为 5% 的盐水，原来的盐水有多少千克？

3、在含盐为 5% 的盐水中，加入 2 千克的盐，就变成了含盐为 10% 的盐水，原来的盐水重多少千克？

例 3. 芳芳和圆圆各有一个盒子，里面都放着棋子，两个人的盒子里一共有 360 粒，芳芳从自己的盒子里拿出 $\frac{1}{4}$ 放入圆圆的盒子里，圆圆盒子里的棋子数正好比原来增加 $\frac{1}{5}$ ，原来芳芳有多少粒棋子？

解析： 假设芳芳的棋子原来有 x 粒，则圆圆的盒子里原有 $(360-x)$ 粒，“芳芳从自己的盒子里拿出 $\frac{1}{4}$ 放入圆圆的盒子里”，圆圆的盒子里就增加了 $\frac{1}{4}x$ 个，根据“圆圆盒子里的棋子数正好比原来增加 $\frac{1}{5}$ ”可以列出下面的方程：

解：

$$(360-x) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4}x$$
$$x = 160$$

答：原来芳芳有 160 粒棋子。

我要学：

1、甲、乙两班一共有 100 人，从甲班调 $\frac{1}{6}$ 到乙班，乙班正好比原来多了 $\frac{1}{4}$ ，原来甲班有多少人？

2、小明和小刚一共有 180 元，小明拿出自己的 $\frac{1}{5}$ 给小刚后，小刚正好比原来多了 $\frac{1}{4}$ ，原来小明有多少钱？

3、师傅和徒弟二人共同加工 480 个零件，师傅比原来多加工了 $\frac{1}{14}$ ，徒弟就比原来少加工 $\frac{1}{10}$ ，原来师傅和徒弟各加工多少个？

例 4. 在一条马路上，小明骑车与小光同向而行，小明骑车速度是小光速度的 3 倍，每隔 10 分有一辆公共汽车超过小光，每隔 20 分有一辆公共汽车超过小明。已知公共汽车从始发站每次间隔同样的时间发一辆车，问：相邻两车间隔几分？

解析：本题是行程问题中的追及问题，由追及问题“追及时间×速度差=追及距离”，可列方程。每隔 10 分钟车追小光的路程=每隔 20 分钟车追小明的路程。

解：设车速为 a ，小光的速度为 b ，则小明骑车的速度为 $3b$ 。根据题意可列方程

$$10(a-b) = 20(a-3b)$$

$$a=5b$$

即车速是小光速度的 5 倍。小光走 10 分相当于车行 2 分，由每隔 10 分有一辆车超过小光可知，每隔 8 分发一辆车。

答：每隔 8 分钟发一辆车。

我要学：

1、甲、乙、丙三辆车先后从 A 地开往 B 地。乙比丙晚出发 5 分钟，出发后 45 分追上丙；甲比乙晚出发 15 分，出发后 1 小时追上丙。问甲出发后几小时追上乙？

2、甲、乙、丙三人同时从 A 向 B 跑，当甲跑到 B 时，乙离 B 还有 20 米，丙离 B 还有 40 米；当乙跑到 B 时，丙离 B 还有 24 米。问：

(1) A, B 相距多少米？

(2) 如果丙从 A 跑到 B 用 24 秒，那么甲的速度是多少？

3、甲、乙两人在铁路旁边以同样的速度沿铁路方向相向而行，恰好有一列火车开来，整个火车经过甲身边用了 18 秒，2 分后又用 15 秒从乙身边开过。问：

(1) 火车速度是甲的速度的几倍？

(2) 火车经过乙身边后，甲、乙二人还需要多少时间才能相遇？

大显身手：

1、小明买了 4 本故事书和 5 本漫画书，共花了 48 元，漫画书每本 4 元，故事书每本多少元？

2、为改善生态环境，避免水土流失，某村积极植树造林，原计划每天植树 60 棵，实际每天植树 80 棵，结果比预计时间提前 4 天完成植树任务，则计划植树多少棵？

3、苹果每千克 3 元，梨每千克 4 元，王叔叔买了一些苹果和梨共 10 千克，一共花了 34 元，那么苹果和梨各买了多少千克？

4、父亲今年 47 岁，儿子今年 19 岁，几年前父亲年龄是儿子的 3 倍？

5、一个两位数的个位数字与十位数字之和是 11，如果在这两个数字中间加一个 0，那么所得的三位数比原数的 9 倍多 2，求这个两位数。

6、现在有一些糖分给小朋友，如果每人分 5 块，那么就会剩下 9 块糖，如果每人分 7 块，就少了 15 块，那么有多少个小朋友？有多少块糖？

7、有 2 分和 5 分的硬币共 20 枚，共价值 7 角 6 分，那么 2 分和 5 分硬币各有多少枚？

8、同学们去搬砖，如果每人搬 4 块，那么就剩下 7 块砖，如果每人搬 6 块，那么就少了 7 块砖，那么一共有几名同学搬砖？一共有多少块砖？

9、小明从家去学校上学，如果每分钟走 60 米，那么将迟到 5 分钟。如果每分钟走 80 米，那么将提前 3 分钟。小明家距学校多远？

10、公园门票价格规定如下表：

购票张数	1~50 张	51~100 张	100 张以上
每张票的价格	13 元	11 元	9 元

某校初一（1）、（2）两个班共 104 人去游公园，其中（1）班人数较少，不足 50 人。

经估算，如果两个班都以班为单位购票，则一共应付 1240 元，问：

- (1) 两班各有多少学生？
- (2) 如果两班联合起来，作为一个团体购票，可省多少钱？
- (3) 如果初一（1）班单独组织去游公园，作为组织者的你将如何购票才最省钱？

真题欣赏：

1、有一篮子鸡蛋分给若干人，第一人拿走 1 个鸡蛋和余下的 $\frac{1}{9}$ ，第二人拿走 2 个和余下的 $\frac{1}{9}$ ，第三人拿走 3 个和余下的 $\frac{1}{9}$ ，……，最后恰好分完，并且每人分到的鸡蛋数相同，问：共有多少鸡蛋？分给几个人？

2、某人每日下午 5 时下班后，有一辆汽车按时接他回家。有一天，他提前 1 小时下班，因汽车未到，遂步行返家，在途中遇到来接他的汽车，因而比平日早 16 分钟到家，问此人是步行几分钟后遇见汽车的？

3、河水是流动的，在 Q 点处流入静止的湖中，一游泳者在河中顺流从 P 到 Q，然后穿过湖到 R，共用 3 小时。若他由 R 到 Q 再到 P，共需 6 小时。如果湖水也是流动的，速度等于河水的速度，那么从 P 到 Q 再到 R 需 $\frac{5}{2}$ 小时。问在这样的条件下，从 R 到 Q 再到 P 需几小时？

4、甲乙两队合修一条 63.2 千米的路，两队共同修 7 天后，剩下的由乙按原来每天 3.4 千米的速度完成，又修了 5 天，甲队每天修多少千米？

5、一次数学竞赛中共有 A、B、C 三道题，25 名参赛者每人至少答对了一题。在所有没有答对 A 的学生中，答对 B 的人数是答对 C 的人数的两倍，只答对问题 A 的人数比既答对 A 又至少答对其他一题的人数多 1。又已知在所有恰好答对一题的参赛者中，有一半没有答对 A。请问有多少学生只答对 B？