

第一讲 运算定律与简便计算

知识导航：

整数、小数、分数、的四则混合运算规律一样，都是按先乘除，后加减的顺序进行计算，如果有括号，要先算括号里面的。整数运算中的定律和性质，在小数、分数运算中同样适用。我们学过的运算定律主要有加法的交换律、结合律；乘法的交换律、结合律、分配律；还可以应用减法的性质、除法的性质进行简便计算。另外，我们还可以用凑整法、裂项法、代数法、等差数列求和公式等方法进行简便计算。简便计算公式如下：

加法定律	{	加法交换律： $a + b = b + a$ 加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$	
乘法定律	{	乘法交换律： $a \times b = b \times a = ab = ba$ 乘法结合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = (ab)c = a(bc)$ 乘法分配律： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c = ac + bc$	
运算性质	{	商不变的性质： $a \div b = (a \times c) \div (b \times c)$ $a \div b = (a \div c) \div (b \div c) \quad (c \neq 0)$	
		积不变的性质： $a \times b = (a \times c) \times (b \div c)$ $a \times b = (a \div c) \times (b \times c) \quad (c \neq 0)$	
		减法的性质： $a - b - c = a - (b + c)$ $a - b + c = a - (b - c)$	} 填括号
		$a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$	} 去括号
		除法的性质： $a \div b \div c \div d = a \div (b \times c \times d)$ $a \div (b \times c \times d) = a \div b \div c \div d$ $a \div (b \div c) = a \div b \times c$ $a \div (b \times c \div d) = a \div b \div c \times d$	} ($a、b、c、d$ 都不为零)

等差数列求和公式：（1）等差数列的和=（首项+末项）×项数÷2

用字母表示： $S_n = (a_1 + a_n) \times n \div 2$

（2）求第 n 项=首项+（项数-1）×公差

用字母表示： $a_n = a_1 + (n-1) \times d$

（3）项数=（末项-首项）÷公差+1

用字母表示： $n = (a_n - a_1) \div d + 1$

第一关：必须会

例 1. $367+536+633+64$

解析：此题如果按照计算的顺序去做，就比较麻烦，如果利用加法的交换律和结合律就比较简单了。就是用凑整的方法解决。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 367+536+633+64 \\ & = (367+633) + (536+64) \\ & = 1000+600 \\ & = 1600\end{aligned}$$

我试试：

1、 $99+264+101$

$124+241+159+276$

$567+558+562+555+563$

2、 $15.61+1.87+2.39$

$1.63+5.7+8.37+5.3$

$(3.86+2.27)+(3.14+3.73)$

3、 $\frac{7}{15} + (\frac{5}{8} + \frac{8}{15})$

$2\frac{3}{4} + 3\frac{2}{5} + 4\frac{1}{4}$

$\frac{37}{52} + [\frac{15}{16} + (\frac{2}{13} + 1\frac{7}{52})]$

例 2. $125 \times 25 \times 64 \times 5$

解析：我们做连乘法计算时，要考虑乘法的交换律和结合律。一定要知道 125 的好朋友是 8，它们的乘积是 1000，25 的好朋友是 4，它们的乘积是 100。所以，在计算时，要找朋友，如果算式中没有怎么办呢？小朋友，你要想办法啊！你还知道哪两个数是好朋友呢？计算时，千万不要变号啊！

$$\begin{aligned}\text{解：} & 125 \times 25 \times 64 \times 5 \\ & = 125 \times 25 \times 8 \times 4 \times 2 \times 5 \\ & = (125 \times 8) \times (25 \times 4) \times (5 \times 2) \\ & = 1000 \times 100 \times 10 \\ & = 1000000\end{aligned}$$

我试试：

1、 $125 \times 25 \times 32$

$125 \times 49 \times 8$

125×88

2、 3.2×0.125

$0.25 \times 12.5 \times (4 \times 0.8)$

$1.25 \times 64 \times 2.5 \times 5$

3、 $\frac{4}{9} \times \frac{13}{28} \times 9 \times 28$

$\frac{5}{13} \times (\frac{2}{7} \times \frac{13}{5}) \times \frac{7}{2}$

$2\frac{1}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$

例 3. $125 \times 79 + 125$

解析：我们必须熟练掌握乘法的分配律，以及它们的逆运算，提取公因数法，是常见的简便方法。乘法的分配律只能在乘加、乘减的算式中运用，如果是连乘法不能用分配律。必须要变成乘加、乘减的形式。

解： $125 \times 79 + 125$

$$= 125 \times 79 + 125 \times 1$$

$$= 125 \times (79 + 1)$$

$$= 125 \times 80$$

$$= 10000$$

我试试：

1、 $79 \times 101 - 79$

$276 \times 24 + 24 \times 24$

$125 \times (8 + 80)$

2、 $(8+0.8) \times 0.125$

$2.34 \times 7.9 + 2.34 \times 2.1$

$1.01 \times 10.1 - 1.01 \times 0.1$

3、 $(\frac{4}{7} + \frac{5}{8}) \times 7 \times 8$

$(\frac{5}{6} - \frac{3}{8} - \frac{1}{12}) \times 24$

$\frac{18}{47} \times 48 - \frac{18}{47}$

例 4. $2000-438-562$

解析：根据减法的性质，可以很快算出它们的差。减法的性质：一个数连续减去几个数，等于一个数减去几个数的和。一定要注意括号前是减号时，加括号或去掉括号一定要变号。

解： $2000-438-562$

$$=2000-(438+562)$$

$$=1000$$

我试试：

1、 $2890-(1890+700)$

$3478-(478-645)$

$7150-2356-644$

2、 $27.46-16.43-3.57$

$19.6-(7.6+8.02)$

$10.28-(5.28-1.35)$

3、 $14\frac{5}{12} - 6\frac{7}{8} + 4\frac{7}{8}$

$2\frac{7}{8} - (\frac{7}{8} + \frac{3}{4})$

$5\frac{3}{4} - (4\frac{1}{7} - 3\frac{1}{4})$

例 5. $4800 \div 25 \div 4$

解析: 如果按照运算顺序计算, 求出它们的商很难, 根据除法的性质计算此题就简单多了。掌握除法性质时, 要注意符号的改变。括号前面是除号, 加上括号或者去掉括号一定要变号, 变成同级运算的符号。

解: $4800 \div 25 \div 4$
 $= 4800 \div (25 \times 4)$
 $= 4800 \div 100$
 $= 48$

我试试:

1、 $67000 \div 125 \div 8$

$1800 \div (5 \times 3)$

$125 \div (50 \div 8)$

2、 $9.6 \div (3.2 \div 1.5)$

$13.2 \div 8.8 \times 0.8$

$0.8 \div 0.32 \times 0.4$

3、 $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2}$

$\frac{9}{10} \div \frac{7}{12} \div \frac{9}{10} \div \frac{7}{12}$

$\frac{19}{20} \div (\frac{7}{12} \div 1\frac{1}{19})$

例 6. $3000 \div 125$

解析: 此题如果用竖式计算就很麻烦, 用商不变的性质计算就简单多了。

解: $3000 \div 125$
 $= (3000 \times 8) \div (125 \times 8)$
 $= 24000 \div 1000$
 $= 24$

我试试：

1、 $5700 \div 25$

$43000 \div 125$

$270 \div 5$

2、 $4.5 \div 12.5$

$0.4 \div 2.5$

$9.6 \div 2.5$

3、 $11\frac{7}{9} \div \frac{7}{8} \div 1\frac{1}{7} \div 11\frac{7}{9}$

$(7\frac{3}{8} \div \frac{5}{43}) \div (7\frac{3}{8} \div \frac{5}{45})$

$2\frac{1}{8} \times 3\frac{4}{9} \div (2\frac{1}{8} \times 3\frac{4}{9})$

第二关：我能会

例 1. $248 \times 69 - 17 \times 248 + 248 \times 48$

解析：本题结合乘法分配律，及其逆运算，在熟练掌握运算规律的同时，巧妙地结合，使运算简明易算。注意：运用乘法分配律时不要改变运算符号，括号里的符号要和括号外面的符号一致！

解： $248 \times 69 - 17 \times 248 + 248 \times 48$

$= 248 \times (69 - 17 + 48)$

$= 248 \times 100$

$= 24800$

我能行：

1、 $80 \times 1995 - 3990 + 1995 \times 22$

$888 \times 333 + 444 \times 334$

2、 $5.32 \times 6.8 + 53.2 \times 0.32$

$272.4 \times 6.2 + 2724 \times 0.38$

3、 $6.49 \times 0.22 + 258 \times 0.0649 + 5.3 \times 6.49 + 64.9 \times 0.19$

例 2. $765 \times 213 \div 27 + 765 \times 327 \div 27$

解析：此题可以根据乘法的分配律简便计算，带着符号搬家，将其变成有公因数的形式。

解： $765 \times 213 \div 27 + 765 \times 327 \div 27$

$= 765 \div 27 \times 213 + 765 \div 27 \times 327$

$= 765 \div 27 \times (213 + 327)$

$= 765 \div 27 \times 540$

$= 765 \times (540 \div 27)$

$= 765 \times 20$

$= 15300$

我能行：

1、 $9 \times 1.7 + 9.1 \div 1.7 - 5 \times 1.7 + 4.5 \div 1.7$

$(4.8 \times 7.5 \times 8.1) \div (2.4 \times 2.5 \times 2.7)$

2、 $2005 \div 2005 \frac{2005}{2006}$

$\frac{275 + 326 \times 274}{275 \times 326 - 51}$

$$3、\frac{5}{47} \div 2\frac{1}{2} + \frac{10}{47} \div 2\frac{1}{2} + \frac{15}{47} \div 2\frac{1}{2} + \frac{17}{47} \div 2\frac{1}{2}$$

例 3. $456 \times 567567 - 567 \times 456456$

解析：此题如果不找简便计算的方法，计算起来就相当困难。我们不妨找一找规律，想一想 2121 可以写成哪两个数相乘，是否可以写成 21×101 的形式，那么 123123 可以写成 123×1001 的形式。

解：

$$\begin{aligned} & 456 \times 567567 - 567 \times 456456 \\ &= 456 \times 567 \times 1001 - 567 \times 456 \times 1001 \\ &= 0 \end{aligned}$$

我能行：

1、 $2004 \times 20052005 - 2005 \times 20042004$

2、 $19981999 \times 19991998 - 19981998 \times 19991999$

3、 $888 \times 889.889 - 889 \times 888.888$

第三关：我想会

例 1 . $2005 + 2004 + 2003 - 2002 - 2001 - 2000 + 1999 + 1998 + 1997 - 1996 - 1995 - 1994 + \dots + 1$

解析：这道题不考虑符号，是一组等差数列，共有 2005 个数求和，它们的排列顺序是三个数相加再减去三个数。根据规律可以分组计算，就简单多了。

解： $2005+2004+2003-2002-2001-2000+1999+1998+1997-1996-1995-1994+\cdots+1$

$$= (2005+2004+2003-2002-2001-2000) + \cdots + (7+6+5-4-3-2) + 1$$
$$= \underbrace{9+9+\cdots+9}_{334\text{个}} + 1$$
$$= 3007$$

我要学：

1、 $100+99-98-97+96+95-94-93+\cdots+4+3-2$

2、 $1+2-3+4+5-6+7+8-9+\cdots+2005$

3、 $50+49-48-47+46+45-44-43+42+41-40-39+38+37-36-35$

例 2. $1+2+3+4+5+\cdots+98+99+100$

解析：此题可以有几种算法：凑整法，凑成 100，共有 50 个 100 和 1 个 50；凑成 101，共有 50 个。还可以用等差数列求和公式。

解： $1+2+3+4+5+\cdots+98+99+100$

$$= (1+100) \times 100 \div 2$$
$$= 5050$$

我要学：

1、 $1999+1998+1997+\cdots+1949$

2、 $(9999+9997+\cdots+9001)-(1+3+\cdots+999)$

3、 $(1+4) + (2+4\times 2) + (3+4\times 3) +\cdots+ (2005+4\times 2005)$

例 3. $(1+0.23+0.34)\times(0.23+0.34+0.78)-(1+0.23+0.34+0.78)\times(0.23+0.34)$

解析：这道题，如果按照四则混合运算的方法计算就很麻烦，现在我向你们推荐一种新的解题方

法：设数法

解： 设 $1+0.23+0.34=A$ $0.23+0.34=B$

$$\text{原式}=A\times(B+0.78)-(A+0.78)\times B$$

$$=AB+0.78A-AB-0.78B$$

$$=0.78\times(A-B)$$

$$=0.78$$

我要学：

1、 $(2+0.48+0.82)\times(0.48+0.82+0.56)-(2+0.48+0.56+0.82)\times(0.48+0.82)$

2、 $(3.7+4.8+5.9) \times (4.8+5.9+7) - (3.7+4.8+5.9+7) \times (4.8+5.9)$

3、 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) \times (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}) - (\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}) \times (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11})$

大显身手:

1、 $264+136+451+149-216-184$

$24000 \div 125 \div 8$

2、 $6.25 \times 0.16 + 264 \times 0.0625 + 5.2 \times 6.25$

$125 \times 49 \times 8$

3、 $19.98 \times 37 - 199.8 \times 1.9 + 1998 \times 0.82$

$31 \times 21 + 31 \times 78 + 31$

4、 $0.999 \times 0.7 + 0.111 \times 3.7$

$5700 \div 25$

5、 $7186 + 8671 + 6718 + 1867 + 3282 + 1329 + 8133 + 2814$

6、 $2000 \times 1999 - 1999 \times 1998 + 1998 \times 1997 - 1997 \times 1996 + \dots + 2 \times 1$

7、 $(4.6 + 4.8 + 7.1) \times (4.8 + 7.1 + 6) - (4.6 + 4.8 + 7.1 + 6) \times (4.8 + 7.1)$

8、
$$\frac{1999 \times 2002 - 1958}{41 + 1999 \times 2001}$$

$$\left(9\frac{2}{7} + 7\frac{2}{9}\right) \div \left(\frac{5}{7} + \frac{5}{9}\right)$$

9、
$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{20}{30}$$

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{12} + 4\frac{1}{20} + 5\frac{1}{30} + 6\frac{1}{42}$$

10、 $2005 \times 594 + 5002 \times 694 + 5002 \times 494$

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots + 97 - 98 + 99 - 100$

真题欣赏

1、 $23 + 223 + 2233 + 22233 + 222333 + 2222333$

(奥林匹克真题)

2、 $2005 \times 2004 - 2004 \times 2003 + 2003 \times 2002 - 2002 \times 2001 + \dots + 3 \times 2 - 2 \times 1$ (走美杯复赛)

3、 $1.1 + 1.91 + 1.991 + 1.9991 + \dots + \underbrace{1.99999\dots9991}_{1002 \text{ 个 } 9}$ (奥林匹克竞赛)

4、 $20.07^2 + 19.87^2 - 20.07 \times 19.87 - 20.07 \times 19.87$ (迎春杯竞赛)

5、 $379 \times 0.00038 + 159 \times 0.00621 + 3.79 \times 0.121$ (走美杯决赛)