

九年级数学周周练——初三（第二周）二次函数与坐标变换和平移变

换

知识点

一、二次函数图像上的点

二次函数图像上的点满足图像对应的函数解析式，即：若 $A(x_1, y_1)$ 在函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像上，那么 A 点的坐标满足 $ax_1^2 + bx_1 + c = y_1$

二、二次函数与 x 轴的交点

二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像与 x 轴的交点的横坐标，即为方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根。

由于当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个不相等的实数根，即抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴有两个交点 $(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0)$ 、

$$(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0);$$

当 $b^2 - 4ac = 0$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个相等的实数根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ ，即抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴有唯一交点 $(-\frac{b}{2a}, 0)$ ；

当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 无实数根，即抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴没有交点；反之亦然。

 三、抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴的两交点之间的距离

若抛物线与 x 轴有两个交点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ，则 x_1 、 x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根。

$$\text{则 } |AB| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} (\Delta = b^2 - 4ac > 0).$$

四、二次函数与 y 轴的交点

二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像与 y 轴的交点的纵坐标，即为当 $x=0$ 时对应的函数值。也即：二次函数与 y 轴的交点坐标为 $(c, 0)$



练习

一. 二次函数与坐标变换

- 若对于任意非零实数 a , 抛物线 $y=ax^2+ax-2a$ 总不经过点 $P(x_0-3, x_0^2-16)$, 则符合条件的点 P ()
 A. 有且只有 1 个 B. 有且只有 2 个 C. 至少有 3 个 D. 有无穷多个
- 抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 与 y 轴的交点的坐标是 ()
 A. $(0, -2)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, -1)$ D. $(0, 0)$
- 二次函数 $y=2(x-1)(x-2)$ 的图象与 y 轴的交点坐标是 ()
 A. $(0, 1)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, 4)$ D. $(0, -4)$
- 若点 $A(a, m)$ 和点 $B(b, m)$ 是二次函数 $y=mx^2+4mx-3$ 上的两个点, 则 $a+b$ 的值为 ()
 A. 2 B. 4 C. -2 D. -4
- 已知二次函数 $y=ax^2-4ax+4$, 当 x 分别取 x_1, x_2 两个不同的值时, 函数值相等, 则当 x 取 x_1+x_2 时, y 的值为 ()
 A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- 已知二次函数 $y=(x+a)(x-a-1)$, 点 $P(x_0, m)$, 点 $Q(1, n)$ 都在该函数图象上, 若 $m < n$, 则 x_0 的取值范围是 ()
 A. $0 \leq x_0 \leq 1$ B. $0 < x_0 < 1$ 且 $x_0 \neq \frac{1}{2}$
 C. $x_0 < 0$ 或 $x_0 > 1$ D. $0 < x_0 < 1$
- 已知二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象经过点 $A(-1, 1)$, 则 ab 有 ()
 A. 最大值 1 B. 最大值 2 C. 最小值 0 D. 最小值 $\frac{1}{4}$

二. 二次函数与平移变换

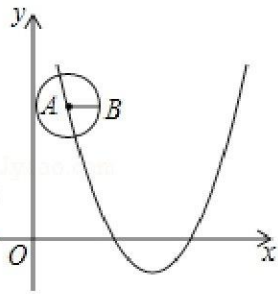
- 将抛物线 $y=(x+2)^2-3$ 向右平移 3 个单位, 得到的抛物线与 y 轴的交点坐标是 ()
 A. $(0, -2)$ B. $(0, -1)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, 3)$
- 二次函数 $y=-x^2+7x+c$ 的图象向左平移 1 个单位后, 图象与 y 轴交点纵坐标为 -6 , 则 c 的值为 ()
 A. -8 B. -12 C. -10 D. -1



3. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位后, 得到新抛物线的解析式为()

A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$ B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$ C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$ D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

4. 如图, 半径为 1 的 $\odot A$ 的圆心 A 在抛物线 $y = (x - 3)^2 - 1$ 上, $AB \parallel x$ 轴交 $\odot A$ 于点 B (点 B 在点 A 的右侧), 当点 A 在抛物线上运动时, 点 B 随之运动得到的图象的函数表达式为 ()



A. $y = (x - 4)^2 - 1$ B. $y = (x - 3)^2$ C. $y = (x - 2)^2 - 1$ D. $y = (x - 3)^2 - 2$

三. 二次函数与待定系数法

1. 经过 A (4, 0), B (-2, 0), C (0, 3) 三点的抛物线解析式是_____.

2. 已知某抛物线的顶点坐标为 (-2, 1), 且与 y 轴相交于点 (0, 4), 这个抛物线所表示的二次函数的表达式是_____.

3. 不论 m 取任何实数, 抛物线 $y = (x - m)^2 + m - 1$ (x 为自变量) 的顶点都在一条直线上, 则这条直线的函数解析式是_____.

4. 某二次函数的图象的顶点坐标 (4, -1), 且它的形状、开口方向与抛物线 $y = -x^2$ 相同, 则这个二次函数的解析式为_____.

5. 已知: 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 A (1, 0)、B (5, 0)、C (0, 5) 三点.

(1) 求抛物线的函数关系式;

(2) 求抛物线的顶点坐标、对称轴;

(3) 若过点 C 的直线与抛物线相交于点 E (4, m), 请连接 CB, BE 并求出 $\triangle CBE$ 的面积 S 的值.



