

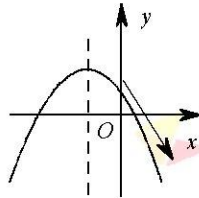
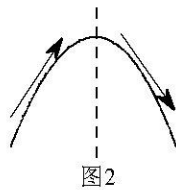
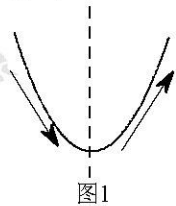
数学周周练初三（三）——二次函数的最值

知识点

1、二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 或 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的最值

(1) 顶点坐标: $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ (或 (h, k))

(2) 最值: $a > 0$ 时有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ (或 k) (如图 1); $a < 0$ 时有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ (或 k) (如图 2);



2、二次函数顶点坐标与最值问题

二次函数图像是抛物线，顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，当 $a > 0$ 时，抛物线的开口向

上，其顶点是抛物线的最低点，顶点纵坐标 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ 是二次函数的最小值，此时 $x = -\frac{b}{2a}$ ；

当 $a < 0$ 时，抛物线的开口向下，其顶点是抛物线的最高点，顶点纵坐标 $\frac{4ac-b^2}{4a}$ 是二次函数的最大值，此时 $x = -\frac{b}{2a}$ 。

对于以顶点式给出的二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 而言，其顶点坐标为 (h, k) 。

练习题

一、选择题（共 4 小题）

1. 用配方法将二次函数 $y = x^2 - 8x - 9$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为 ()

A. $y = (x-4)^2 + 7$ B. $y = (x-4)^2 - 25$

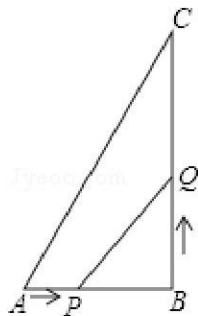
C. $y = (x+4)^2 + 7$ D. $y = (x+4)^2 - 25$



2. 抛物线 $y = -2(x - 3)^2 + 5$ 的顶点坐标是 ()
- A. (3, -5) B. (-3, 5) C. (3, 5) D. (-3, -5)
3. 将二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$ 化为 $y = a(x + h)^2 + k$ 的形式是 ()
- A. $y = \frac{1}{4}(x + 2)^2 + 2$ B. $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 2$
- C. $y = \frac{1}{4}(x + 2)^2 - 2$ D. $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 2$
4. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 在 $t \leq x \leq t + 1$ 时有最小值是 t , 则 t 的值是 ()
- A. 1 B. 2 C. 1 或 2 D. ± 1 或 2

二. 填空题 (共 8 小题)

5. 抛物线与 x 轴交于点 (1, 0), (-3, 0), 则该抛物线可设为: _____.
6. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 5$ 的最小值是_____.
7. 已知二次函数 $y = x^2 - 2ax$ (a 为常数). 当 $-1 \leq x \leq 4$ 时, y 的最小值是 -12, 则 a 的值为
8. 关于 x 的二次函数 $y = x^2 + (2 - a)x + 5$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, y 在 $x = 1$ 时取得最大值, 则实数 a 的取值范围是_____.
9. 二次函数 $y = (x - 1)^2 - 3$ 的最小值是_____.
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动, 与此同时, 点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动. 经过_____s, $S_{\triangle BPQ} = 8$; $\triangle BPQ$ 的面积的变化趋势是_____, $\triangle BPQ$ 的面积的最大值为_____.



11. 二次函数 $y = (x + 1)^2 - 5$, 当 $m \leq x \leq n$, 且 $mn < 0$, y 的最小值是 $2m$, 最大值是 $2n$, 则 $m + n =$ _____.



12. 已知二次函数 $y=x^2-2mx+1$ (m 为常数), 当自变量 x 的值满足 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 与其对应的函数值 y 的最小值为 -2 , 则 m 的值为_____.

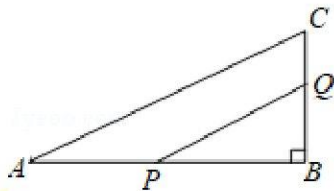
三. 解答题 (共 3 小题)

13. 已知关于 x 的函数 $y=kx^2+(2k-1)x-2$ (k 为常数).

- (1) 试说明: 不论 k 取什么值, 此函数图象一定经过 $(-2, 0)$;
- (2) 在 $x > 0$ 时, 若要使 y 随 x 的增大而减小, 求 k 的取值范围;
- (3) 试问该函数是否存在最小值 -3 ? 若存在, 请求出此时 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

14. 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=6\text{cm}$, $BC=3\text{cm}$, 点 P 从 A 点开始沿着 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动, 如果 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发, 如果运动时间为 t 秒.

- (1) t 为何值时, P 、 Q 间的距离等于 $4\sqrt{2}\text{cm}$?
- (2) t 为何值时, $S_{\triangle PQB}$ 有最大值? 最大值是多少?



15. 已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2-2kx+k+2=0$ 有实数根.

- (1) 求 k 的取值范围;
- (2) 若此方程有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 且满足 $(k-1)x_1^2+2kx_2+k+2=4x_1x_2$
 - ① 求 k 的值;
 - ② 当 $k \leq x \leq k+2$ 时, 试求函数 $y=(k-1)x^2-2kx+k+2$ 的最大值与最小值.

