

2015-2016 学年浙江省杭州市启正中学九年级（上）月考数学试卷（10 月份）

一、仔细选一选（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

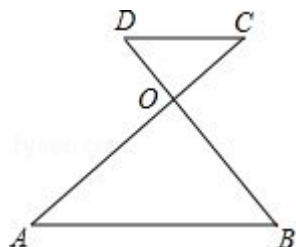
1. 函数 $y=x^2-4$ 的图象与 y 轴的交点坐标是（ ）

- A. (2, 0) B. (-2, 0) C. (0, 4) D. (0, -4)

2. 将抛物线 $y=-x^2$ 向左平移 2 个单位后，得到的抛物线的解析式是（ ）

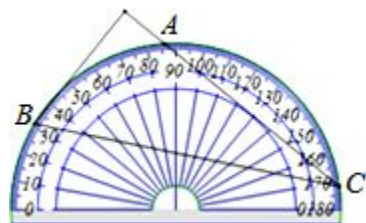
- A. $y=-(x+2)^2$ B. $y=-x^2+2$ C. $y=-(x-2)^2$ D. $y=-x^2-2$

3. 如图，AC、BD 相交于点 O，下列条件中能判定 $CD \parallel AB$ 的是（ ）



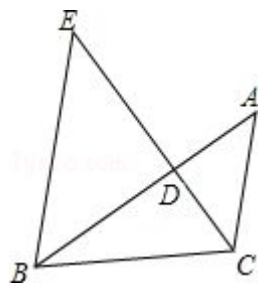
- A. $\frac{AO}{DO} = \frac{BO}{CO}$ B. $\frac{AO}{CD} = \frac{AB}{CD}$ C. $\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO}$ D. $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$

4. 将量角器按如图摆放在三角形纸板上，使点 C 在半圆上．点 A、B 的读数分别为 86° 、 30° ，则 $\angle ACB$ 的大小为（ ）



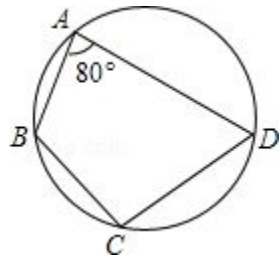
- A. 15° B. 28° C. 30° D. 56°

5. 如图， $\triangle ABC$ 中，CE 交 AB 于点 D， $\angle A = \angle E$ ， $AD:DB=2:3$ ， $AB=10$ ， $ED=5$ ，则 DC 的长等于（ ）[来源:学_科_网]



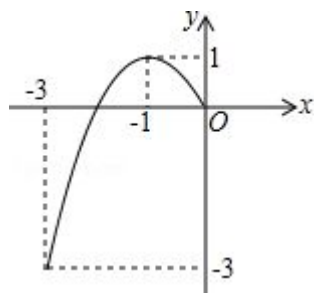
- A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{15}{2}$

6. 如图，圆上有 A、B、C、D 四点，其中 $\angle BAD=80^\circ$ ，若弧 ABC、弧 ADC 的长度分别为 7π 、 11π ，则弧 BAD 的长度是（ ） [来源:学&科&网]



- A. 4π B. 8π C. 10π D. 15π

7. 已知二次函数的图象 ($-3 \leq x \leq 0$) 如图所示. 关于该函数在所给自变量取值范围内, 下列说法正确的是 ()

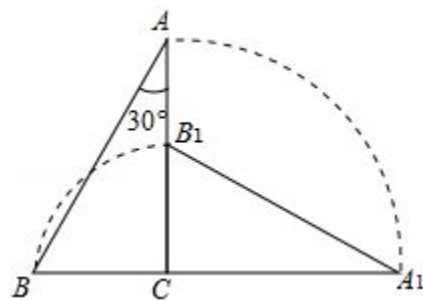


- A. 有最大值 1, 无最小值 B. 有最大值 1, 有最小值 0
C. 有最大值 1, 有最小值 -3 D. 有最大值 0, 有最小值 -3

8. 二次函数 $y=a(x-4)^2-4$ ($a \neq 0$) 的图象在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为 ()

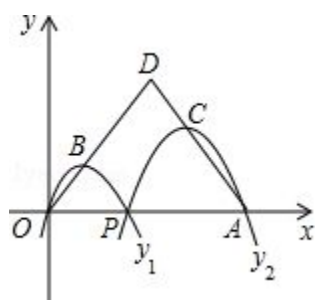
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

9. 如图, 把一个斜边长为 2 且含有 30° 角的直角三角板 ABC 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 到 $\triangle A_1B_1C$, 则在旋转过程中这个三角板扫过的图形的面积是 ()



- A. π B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{11\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

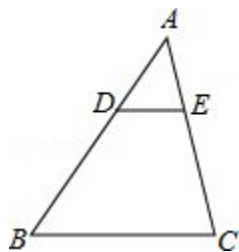
10. 如图, 已知点 A (4, 0), O 为坐标原点, P 是线段 OA 上任意一点 (不含端点 O, A), 过 P、O 两点的二次函数 y_1 和过 P、A 两点的二次函数 y_2 的图象开口均向下, 它们的顶点分别为 B、C, 射线 OB 与 AC 相交于点 D. 当 $OD=AD=3$ 时, 这两个二次函数的最大值之和等于 ()



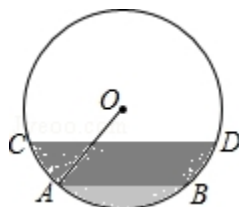
- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$ C. 3 D. 4

二、认真填一填（本题有 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

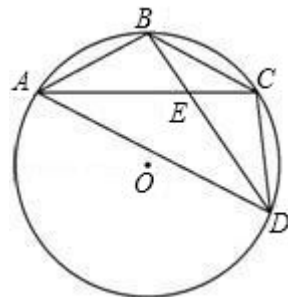
11. 已知线段 $a=1$, $b=2$, 则 a , b 的比例中项线段长等于_____.
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 若 $AD=3$, $DB=5$, $DE=3.3$, 那么 $BC=$ _____.



13. 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA=1\text{m}$, 水面宽 $AB=1.2\text{m}$, 某天下雨后, 水管水面上升了 0.2m , 则此时排水管水面宽 CD 等于_____m.



14. 如图, 已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点, $AB=BC$, BD 交 AC 于点 E , 连接 CD 、 AD . 若 $BE=3$, $ED=6$, 则 $AB=$ _____.

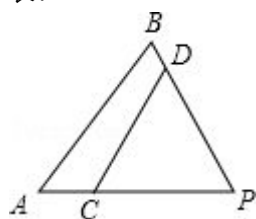


15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 点 P 在以 C 为圆心, 5 为半径的圆上, 连结 PA , PB . 若 $PB=4$, 则 PA 的长为_____.

16. $\triangle ABC$ 中, $BC=18$, $AC=12$, $AB=9$, 点 D, E 分别是直线 AB, AC 上的两个点, $AE=4$. 若由 A, D, E 构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则 DB 的长为_____.

三.解答题

17. 如图, 在 $\triangle PAB$ 中, C, D 分别为 AP, BP 上的点, 若 $\frac{CP}{PB} = \frac{DP}{PA} = \frac{3}{4}$, $AB=8\text{cm}$, 求 CD 的长.



18. 已知抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 经过点 $A(1, 0)$, $B(0, -6)$.

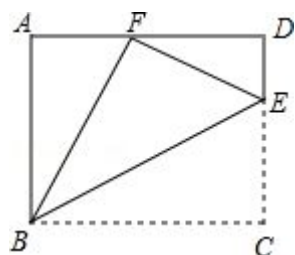
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求此抛物线与坐标轴的三个交点所构成的三角形的面积.

19. 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 中 CD 边上一点, $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠为 $\triangle BFE$, 点 F 落在 AD 上.

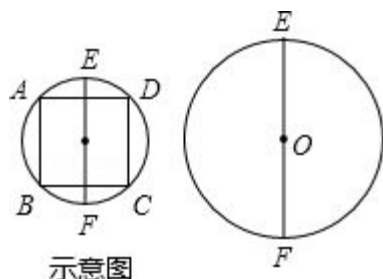
(1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle DFE$;

(2) 若 $\triangle BEF$ 也与 $\triangle ABF$ 相似, 请求出 $\frac{BC}{CD}$ 的值.



20. (1) 如图, EF 是 $\odot O$ 的直径, 请仅用尺规作出该圆的内接正方形 $ABCD$, 要求所作正方形的一组对边 AD, BC 垂直于 EF . (见示意图; 不写作法, 但须保留作图痕迹);

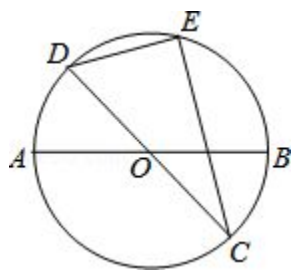
(2) 连接 EA, EB , 求出 $\angle EAD, \angle EBC$ 的度数.



21. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB, CD 是两条直径, M 为 OB 上一点, CM 的延长线交 $\odot O$ 于点 E , 连结 DE .

(1) 求证: $AM \cdot MB = EM \cdot MC$;

(2) 若 M 为 OB 的中点, $AB=8$, $DE=\sqrt{15}$ 时, 求 MC 的长.



22. 某市政府大力扶持大学生创业, 李明在政府的扶持下投资销售一种进价为每件 20 元的护眼台灯. 销售过程中发现, 每月销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间的关系可近似的看作一次函数: $y = -10x + 500$.

(1) 设李明每月获得利润为 w (元), 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润?

(2) 如果李明想要每月获得 2000 元的利润, 那么销售单价应定为多少元?

(3) 根据物价部门规定, 这种护眼台灯的销售单价不得高于 32 元, 如果李明想要每月获得的利润不低于 2000 元, 那么他每月的成本最少需要多少元?

(成本=进价 $\times$ 销售量)

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCO$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴正半轴上, 点 P 在 AB 上, $PA=1$, $AO=2$. 经过原点的抛物线 $y = mx^2 - x + n$ 的对称轴是直线 $x=2$.

(1) 求出该抛物线的解析式.

(2) 如图 1, 将一块两直角边足够长的三角板的直角顶点放在 P 点处, 两直角边恰好分别经过点 O 和 C . 现在利用图 2 进行如下探究:

①将三角板从图 1 中的位置开始, 绕点 P 顺时针旋转, 两直角边分别交 OA 、 OC 于点 E 、 F , 当点 E 和点 A 重合时停止旋转. 请你观察、猜想, 在这个过程中, $\frac{PE}{PF}$ 的值是否发生变化?

若发生变化, 说明理由; 若不发生变化, 求出 $\frac{PE}{PF}$ 的值.

②设 (1) 中的抛物线与 x 轴的另一个交点为 D , 顶点为 M , 在 ① 的旋转过程中, 是否存在点 F , 使 $\triangle DMF$ 为等腰三角形? 若不存在, 请说明理由.

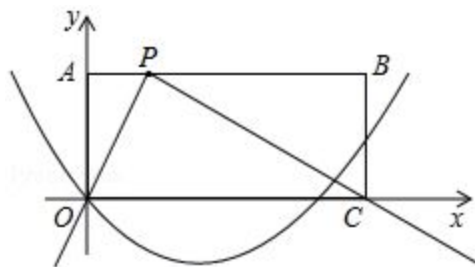


图1

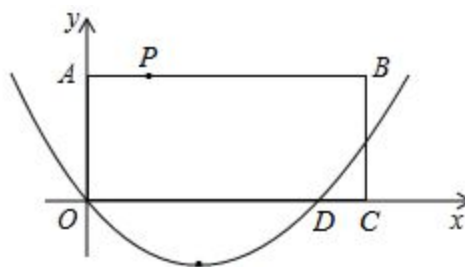


图2

2015-2016 学年浙江省杭州市启正中学九年级（上）月考

数学试卷（10 月份）

参考答案与试题解析

一、仔细选一选（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 函数 $y=x^2-4$ 的图象与 y 轴的交点坐标是（ ）

A. (2, 0) B. (-2, 0) C. (0, 4) D. (0, -4)

【考点】二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】抛物线 $y=x^2-4$ 与 y 轴的交点的横坐标为 0，故把 $x=0$ 代入上式得 $y=-4$ ，交点坐标是 (0, -4).

【解答】解：把 $x=0$ 代入 $y=x^2-4$ ，得 $y=-4$ ，则交点坐标是 (0, -4).

故选 D.

【点评】本题考查了函数图象上的点的坐标与函数解析式的关系，及与 y 轴交点的坐标特点.

[来源:学科网 ZXXK]

2. 将抛物线 $y=-x^2$ 向左平移 2 个单位后，得到的抛物线的解析式是（ ）

A. $y=-(x+2)^2$ B. $y=-x^2+2$ C. $y=-(x-2)^2$ D. $y=-x^2-2$

【考点】二次函数图象与几何变换.

【专题】动点型.

【分析】易得原抛物线的顶点和平移后新抛物线的顶点，根据平移不改变二次项的系数用顶点式可得所求抛物线.

【解答】解： $\because$ 原抛物线的顶点为 (0, 0)，

$\therefore$ 新抛物线的顶点为 (-2, 0)，

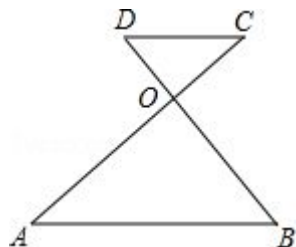
设新抛物线的解析式为 $y=-(x-h)^2+k$ ，

$\therefore$ 新抛物线解析式为 $y=-(x+2)^2$ ，

故选 A.

【点评】考查二次函数的几何变换；用到的知识点为：二次函数的平移不改变二次项的系数；左右平移只改变顶点的横坐标，左加右减.

3. 如图，AC、BD 相交于点 O，下列条件中能判定 $CD \parallel AB$ 的是（ ）



A. $\frac{AO}{DO} = \frac{BO}{CO}$ B. $\frac{AO}{CD} = \frac{AB}{CD}$ C. $\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO}$ D. $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$

【考点】平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、AO 与 DO，BO 与 CO 不是对应线段，不能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；
B、AO 与 CD，AB 与 CD 不是对应线段，不能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；

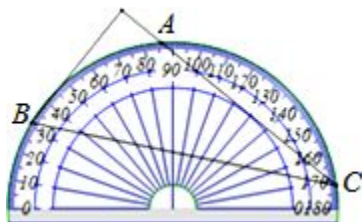
C、应为 $\frac{BO}{DO}=\frac{AO}{CO}$ ，能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项错误；

D、 $\frac{AO}{AC}=\frac{BO}{BD}$ 能判定 $CD \parallel AB$ ，故本选项正确。

故选 D.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，根据图形准确找出对应线段是解题的关键.

4. 将量角器按如图摆放在三角形纸板上，使点 C 在半圆上. 点 A、B 的读数分别为 86° 、 30° ，则 $\angle ACB$ 的大小为 ()



A. 15° B. 28° C. 30° D. 56°

【考点】圆周角定理.

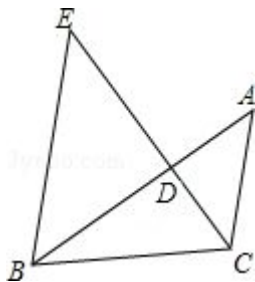
【分析】根据圆周角定理可知：圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半，从而可求得 $\angle ACB$ 的度数.

【解答】解：根据圆周角定理可知：圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半，根据量角器的读数方法可得： $(86^\circ - 30^\circ) \div 2 = 28^\circ$.

故选 B.

【点评】本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

5. 如图， $\triangle ABC$ 中，CE 交 AB 于点 D， $\angle A = \angle E$ ， $AD:DB=2:3$ ， $AB=10$ ， $ED=5$ ，则 DC 的长等于 ()



A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{15}{2}$

【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】先根据题意得出 $\triangle BDE \sim \triangle CDA$ ，再由相似三角形的对应边成比例求出 DC 的长即可.

【解答】解： $\because \angle A = \angle E$ ， $\angle ADC = \angle EDB$ ，

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CDA$.

$\because AD:DB=2:3$ ， $AB=10$ ， $ED=5$ ，

$\therefore AD = \frac{2}{5} \times 10 = 4$ ， $BD = 10 - 4 = 6$ ，

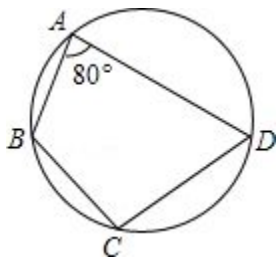
$$\therefore \frac{AD}{ED} = \frac{DC}{BD}, \text{ 即 } \frac{4}{5} = \frac{DC}{6},$$

$$\text{解得 } DC = \frac{24}{5}.$$

故选 A.

【点评】本题考查的是相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形的对应边成比例是解答此题的关键. [来源:学 § 科 § 网 Z § X § X § K]

6. 如图，圆上有 A、B、C、D 四点，其中 $\angle BAD = 80^\circ$ ，若弧 ABC、弧 ADC 的长度分别为 7π 、 11π ，则弧 BAD 的长度是 ()



A. 4π B. 8π C. 10π D. 15π

【考点】弧长的计算.

【专题】数形结合.

【分析】由于 $\widehat{ABC}$ 、 $\widehat{ADC}$ 的长度分别为 7π ， 11π ，则圆的周长为 18π ，由 $\angle A = 80^\circ$ ，根据圆内接四边形的对角互补知， $\angle C = 100^\circ$ ，故弦把圆分成 10π 和 8π 两部分， $\widehat{BAD}$ 是优弧，所以它的长度是 10π .

【解答】解： $\because \widehat{ABC}$ 、 $\widehat{ADC}$ 的长度分别为 7π ， 11π ，

$\therefore$ 圆的周长为 18π ，

$\because \angle A = 80^\circ$ ，

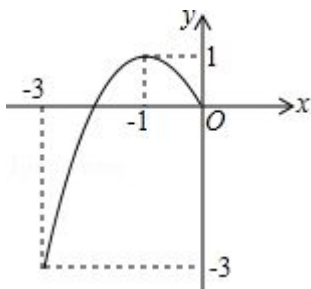
$\therefore \angle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

$$\text{故 } \widehat{BAD} = \frac{100^\circ}{180^\circ} \times 18\pi = 10\pi.$$

故选 C.

【点评】本题考查了弧长的计算，关键是利用圆内接四边形的对角互补和圆周角与弧的关系求解.

7. 已知二次函数的图象 ($-3 \leq x \leq 0$) 如图所示. 关于该函数在所给自变量取值范围内，下列说法正确的是 ()



- A. 有最大值 1, 无最小值 B. 有最大值 1, 有最小值 0
C. 有最大值 1, 有最小值 -3 D. 有最大值 0, 有最小值 -3

【考点】二次函数的最值.

【分析】直接根据函数图象即可得出结论.

【解答】解: 由函数图象可知, 当 $x = -1$ 时, $y_{\text{最大}} = 1$; 当 $x = -3$ 时, $y_{\text{最小}} = -3$.

故选 C.

【点评】本题考查的是二次函数的最值, 能根据 x 的取值范围利用数形结合求解是解答此题的关键.

8. 二次函数 $y = a(x - 4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 的图象在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【考点】抛物线与 x 轴的交点.

【分析】根据抛物线顶点式得到对称轴为直线 $x = 4$, 利用抛物线对称性得到抛物线在 $1 < x < 2$ 这一段位于 x 轴的上方, 而抛物线在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 于是可得抛物线过点 $(2, 0)$, 然后把 $(2, 0)$ 代入 $y = a(x - 4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 可求出 a 的值.

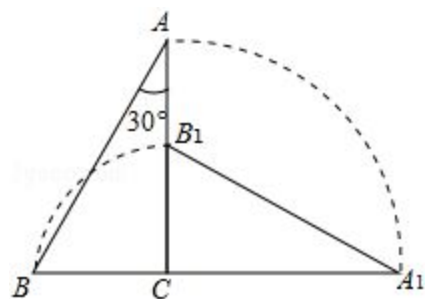
【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = a(x - 4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 4$,
而抛物线在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方,
 $\therefore$ 抛物线在 $1 < x < 2$ 这一段位于 x 轴的上方,
 $\therefore$ 抛物线在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方,
 $\therefore$ 抛物线过点 $(2, 0)$,

把 $(2, 0)$ 代入 $y = a(x - 4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 得 $4a - 4 = 0$, 解得 $a = 1$.

故选 A.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点: 求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标. $\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

9. 如图, 把一个斜边长为 2 且含有 30° 角的直角三角板 ABC 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° 到 $\triangle A_1B_1C$, 则在旋转过程中这个三角板扫过的图形的面积是 ()



- A. π B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{11\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

【考点】旋转的性质; 扇形面积的计算.

【专题】压轴题.

【分析】根据直角三角形的性质求出 BC 、 AC 的长度, 设点 B 扫过的路线与 AB 的交点为 D , 连接 CD , 可以证明 $\triangle BCD$ 是等边三角形, 然后求出点 D 是 AB 的中点, 所以 $\triangle ACD$

的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积的一半,然后根据 $\triangle ABC$ 扫过的面积= $S_{\text{扇形}ACA_1}+S_{\text{扇形}BCD}+S_{\triangle ACD}$,然后根据扇形的面积公式与三角形的面积公式列式计算即可得解.

【解答】解:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, $AB=2$,

$$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=1, \angle B=90^\circ - \angle BAC=60^\circ,$$

$$\therefore AC=\sqrt{AB^2 - BC^2}=\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times AC=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

设点B扫过的路线与AB的交点为D, 连接CD,

$$\because BC=DC,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形,

$$\therefore BD=CD=1,$$

$\therefore$ 点D是AB的中点,

$$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4},$$

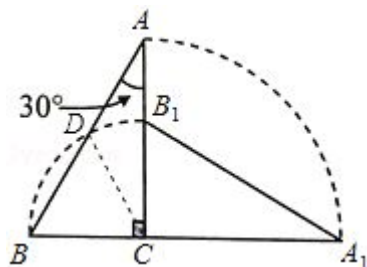
$$\therefore \triangle ABC \text{ 扫过的面积} = S_{\text{扇形}ACA_1} + S_{\text{扇形}BCD} + S_{\triangle ACD},$$

$$= \frac{90}{360} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 + \frac{60}{360} \times \pi \times 1^2 + \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$= \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{6}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4},$$

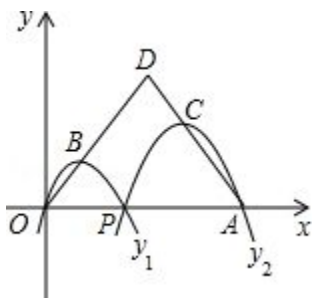
$$= \frac{11}{12}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

故选: D.



【点评】此题考查了旋转的性质、直角三角形的性质以及等边三角形的性质, 注意掌握旋转前后图形的对应关系, 利用数形结合思想把扫过的面积分成两个扇形的面积与一个三角形面积是解题的关键, 也是本题的难点.

10. 如图, 已知点A (4, 0), O为坐标原点, P是线段OA上任意一点(不含端点O, A), 过P、O两点的二次函数 y_1 和过P、A两点的二次函数 y_2 的图象开口均向下, 它们的顶点分别为B、C, 射线OB与AC相交于点D. 当 $OD=AD=3$ 时, 这两个二次函数的最大值之和等于 ()



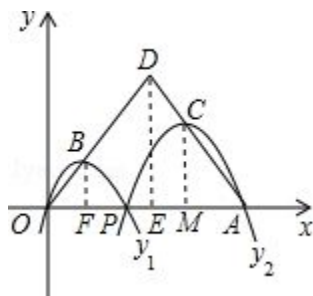
A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$ C. 3 D. 4

【考点】二次函数的最值；等腰三角形的性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质.

【专题】计算题；压轴题.

【分析】过 B 作 $BF \perp OA$ 于 F，过 D 作 $DE \perp OA$ 于 E，过 C 作 $CM \perp OA$ 于 M，则 $BF+CM$ 是这两个二次函数的最大值之和， $BF \parallel DE \parallel CM$ ，求出 $AE=OE=2$ ， $DE=\sqrt{5}$ ，设 $P(2x, 0)$ ，根据二次函数的对称性得出 $OF=PF=x$ ，推出 $\triangle OBF \sim \triangle ODE$ ， $\triangle ACM \sim \triangle ADE$ ，得出

$\frac{BF}{DE} = \frac{OF}{OE}$ ， $\frac{CM}{DE} = \frac{AM}{AE}$ ，代入求出 BF 和 CM，相加即可求出答案.



【解答】解：

过 B 作 $BF \perp OA$ 于 F，过 D 作 $DE \perp OA$ 于 E，过 C 作 $CM \perp OA$ 于 M，

$\because BF \perp OA$ ， $DE \perp OA$ ， $CM \perp OA$ ，

$\therefore BF \parallel DE \parallel CM$ ，

$\because OD=AD=3$ ， $DE \perp OA$ ，

$\therefore OE=EA=\frac{1}{2}OA=2$ ，

由勾股定理得： $DE=\sqrt{5}$ ，

设 $P(2x, 0)$ ，根据二次函数的对称性得出 $OF=PF=x$ ，

$\because BF \parallel DE \parallel CM$ ，

$\therefore \triangle OBF \sim \triangle ODE$ ， $\triangle ACM \sim \triangle ADE$ ，

$\therefore \frac{BF}{DE} = \frac{OF}{OE}$ ， $\frac{CM}{DE} = \frac{AM}{AE}$ ，

$\because AM=PM=\frac{1}{2}(OA-OP)=\frac{1}{2}(4-2x)=2-x$ ，

即 $\frac{BF}{\sqrt{5}} = \frac{x}{2}$ ， $\frac{CM}{\sqrt{5}} = \frac{2-x}{2}$ ，

解得： $BF=\frac{\sqrt{5}}{2}x$ ， $CM=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{2}x$ ，

$\therefore BF+CM=\sqrt{5}$ ．

故选 A．

【点评】本题考查了二次函数的最值，勾股定理，等腰三角形性质，相似三角形的性质和判定的应用，主要考查学生运用性质和定理进行推理和计算的能力，题目比较好，但是有一定的难度.

二、认真填一填（本题有 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. 已知线段 $a=1$, $b=2$, 则 a , b 的比例中项线段长等于 $\underline{\sqrt{2}}$.

【考点】比例线段.

【分析】设线段 a , b 的比例中项为 c , 根据比例中项的定义可知, $c^2=ab$, 代入数据可直接求得 c 的值, 注意两条线段的比例中项为正数.

【解答】解: 设线段 a , b 的比例中项为 c ,

$\because c$ 是长度分别为 1、2 的两条线段的比例中项,

$$\therefore c^2=ab=1 \times 2,$$

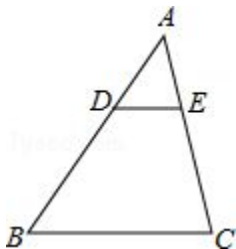
$$\text{即 } c^2=2,$$

$$\therefore c=\sqrt{2} \text{ (负数舍去).}$$

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查了比例线段. 根据比例的性质列方程求解即可. 解题的关键是掌握比例中项的定义, 如果 $a:b=b:c$, 即 $b^2=ac$, 那么 b 叫做 a 与 c 的比例中项.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 若 $AD=3$, $DB=5$, $DE=3.3$, 那么 $BC=\underline{8.8}$.



【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】根据线段的和差, 可得 AB , 根据相似三角形的判定与性质, 可得 DE 与 BC 的关系, 可得答案.

【解答】解: $\because AD=3$, $DB=5$,

$$\therefore AB=AD+DB=8.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

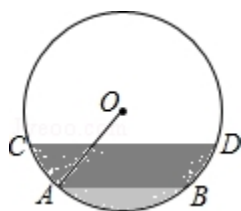
$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}, \quad \frac{3.3}{BC} = \frac{3}{8},$$

$$BC=8.8,$$

故答案为: 8.8.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质, 利用了相似三角形的判定与性质, 题目较为简单.

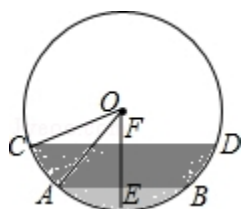
13. 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA=1\text{m}$, 水面宽 $AB=1.2\text{m}$, 某天下雨后, 水管水面上升了 0.2m , 则此时排水管水面宽 CD 等于 $\underline{1.6}$ m.



【考点】垂径定理的应用；勾股定理．

【分析】先根据勾股定理求出 OE 的长，再根据垂径定理求出 CF 的长，即可得出结论．

【解答】解：如图：



$\because AB=1.2\text{m}$, $OE \perp AB$, $OA=1\text{m}$,

$\therefore OE=0.8\text{m}$,

$\because$ 水管水面上升了 0.2m ,

$\therefore OF=0.8 - 0.2=0.6\text{m}$,

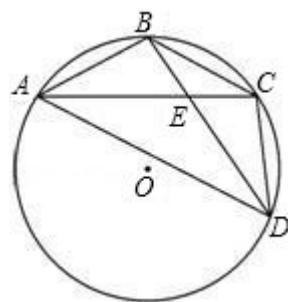
$\therefore CF=\sqrt{OC^2 - OF^2}=\sqrt{1^2 - 0.6^2}=0.8\text{m}$,

$\therefore CD=1.6\text{m}$.

故答案为：1.6.

【点评】本题考查的是垂径定理的应用，熟知平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧是解答此题的关键．

14. 如图，已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四个点， $AB=BC$, BD 交 AC 于点 E, 连接 CD、AD. 若 $BE=3$, $ED=6$, 则 $AB=3\sqrt{3}$.



【考点】相似三角形的判定与性质；圆周角定理；相交弦定理．

【分析】等弦对等角可证 DB 平分 $\angle ABC$, 证得 $\triangle ABE \sim \triangle DBA$, 根据相似三角形的性质可求 AB 的长．

【解答】解： $\because AB=BC$,

$\therefore \widehat{AB}=\widehat{BC}$,

$\therefore \angle BDC=\angle ADB$,

$\therefore$ 又 $\because \angle ABE=\angle ABD$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DBA$,

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BD}{AB},$$

$$\because BE=3, ED=6,$$

$$\therefore BD=9,$$

$$\therefore AB^2 = BE \cdot BD = 3 \times 9 = 27,$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{3}.$$

故答案为： $3\sqrt{3}$.

【点评】此题考查相似三角形的判定与性质，圆周角定理，利用圆周角定理得出角相等，证得三角形相似是解决问题的关键.

15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ，点 P 在以 C 为圆心，5 为半径的圆上，连结 PA ， PB ．若 $PB=4$ ，则 PA 的长为 3 或 $\sqrt{73}$ ．

【考点】点与圆的位置关系；勾股定理；垂径定理．

【专题】分类讨论．

【分析】连结 CP ， PB 的延长线交 $\odot C$ 于 P' ，如图，先计算出 $CB^2 + PB^2 = CP^2$ ，则根据勾股定理的逆定理得 $\angle CBP = 90^\circ$ ，再根据垂径定理得到 $PB = P'B = 4$ ，接着证明四边形 $ACBP$ 为矩形，则 $PA = BC = 3$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle APP'$ 中利用勾股定理计算出 $P'A = \sqrt{73}$ ，从而得到满足条件的 PA 的长为 3 或 $\sqrt{73}$ ．

【解答】解：连结 CP ， PB 的延长线交 $\odot C$ 于 P' ，如图，

$$\because CP=5, CB=3, PB=4,$$

$$\therefore CB^2 + PB^2 = CP^2, \text{ [来源:Z,xx,k.Com]}$$

$$\therefore \triangle CPB \text{ 为直角三角形, } \angle CBP = 90^\circ,$$

$$\therefore CB \perp PB,$$

$$\therefore PB = P'B = 4,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore PB \parallel AC,$$

$$\text{而 } PB = AC = 4,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACBP \text{ 为矩形,}$$

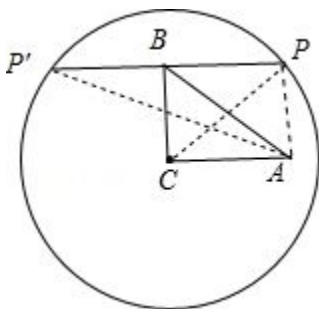
$$\therefore PA = BC = 3,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle APP' \text{ 中, } \because PA = 3, PP' = 8,$$

$$\therefore P'A = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73},$$

$$\therefore PA \text{ 的长为 } 3 \text{ 或 } \sqrt{73}.$$

故答案为 3 或 $\sqrt{73}$ ．



【点评】 本题考查了点与圆的位置关系：点的位置可以确定该点到圆心距离与半径的关系，反过来已知点到圆心距离与半径的关系可以确定该点与圆的位置关系. 也考查了垂径定理和勾股定理.

16. $\triangle ABC$ 中, $BC=18$, $AC=12$, $AB=9$, 点 D, E 分别是直线 AB, AC 上的两个点, $AE=4$. 若由 A, D, E 构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则 DB 的长为 6 或 $\frac{11}{3}$ 或 12 或 $\frac{43}{3}$.

【考点】 相似三角形的性质.

【分析】 由 A, D, E 构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 根据相似三角形的对应边成比例, 分四种情况讨论, 即可求得 DB 的长.

【解答】 解: $\because$ 由 A, D, E 构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 分四种情况:

① 当 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 时, 如图 1 所示

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3} \times 9 = 3,$$

$$\text{则 } BD = AB - AD = 6;$$

② $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 时, 如图 2 所示:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore AD = \frac{AE \cdot AC}{AB} = \frac{4 \times 12}{9} = \frac{16}{3},$$

$$\therefore BD = AB - AD = 9 - \frac{16}{3} = \frac{11}{3};$$

③ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 时, 如图 3 所示:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3} \times 9 = 3,$$

$$\text{则 } BD = AB + AD = 12;$$

④ $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 时, 如图 4 所示:

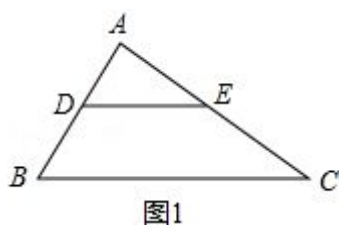
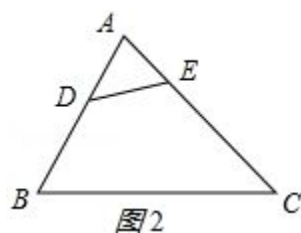
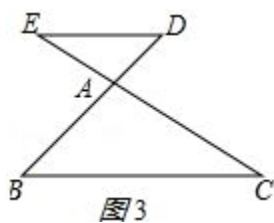
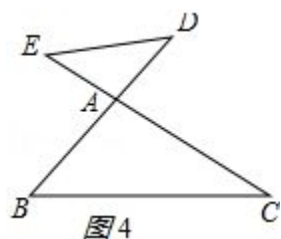
$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore AD = \frac{AE \cdot AC}{AB} = \frac{4 \times 12}{9} = \frac{16}{3},$$

$$\therefore BD = AB + AD = 9 + \frac{16}{3} = \frac{43}{3};$$

综上所述: DB 的长为: 6 或 $\frac{11}{3}$ 或 12 或 $\frac{43}{3}$;

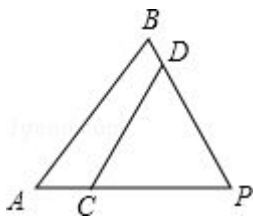
故答案为: 6 或 $\frac{11}{3}$ 或 12 或 $\frac{43}{3}$.



【点评】此题考查了相似三角形的性质．此题难度适中，注意掌握分类讨论思想与数形结合思想的应用．

三.解答题

17. 如图，在 $\triangle PAB$ 中，C，D分别为AP，BP上的点，若 $\frac{CP}{PB} = \frac{DP}{PA} = \frac{3}{4}$ ， $AB=8\text{cm}$ ，求CD的长．



【考点】相似三角形的判定与性质．

【分析】由相似三角形的判定方法易证 $\triangle CPD \sim \triangle BPA$ ，利用三角形相似的性质：对应边的比值相等即可求出CD的长．

【解答】解： $\because \frac{CP}{PB} = \frac{DP}{PA} = \frac{3}{4}$ ， $\angle P = \angle P$ ，

$\therefore \triangle CPD \sim \triangle BPA$ ，

$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{CP}{PB} = \frac{3}{4}$ ，

$\because AB=8\text{cm},$

$$\therefore CD=\frac{3}{4}\times 8=6\text{cm}.$$

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用.

18. 已知抛物线 $y=-x^2+mx+n$ 经过点 $A(1, 0)$, $B(0, -6)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求此抛物线与坐标轴的三个交点所构成的三角形的面积.

【考点】待定系数法求二次函数解析式; 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】(1) 把 A, B 的坐标利用待定系数法代入 $y=-x^2+mx+n$ 中, 求出 m, n 的值, 从而求出抛物线的解析式.

(2) 求出抛物线与 x 轴的交点, 再利用三角形的面积公式就可以求出抛物线与坐标轴的三个交点连接而成的三角形的面积.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=-x^2+mx+n$ 经过点 $A(1, 0)$, $B(0, -6)$,

$$\therefore \begin{cases} -1+m+n=0 \\ n=-6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=7 \\ n=-6 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=-x^2+7x-6$.

(2) 在 $y=-x^2+7x-6$ 中令 $y=0$,

解得 $x=6$ 或 1 ,

则抛物线与 x 轴的另一个交点 C 是 $(6, 0)$,

因而 $AC=5$,

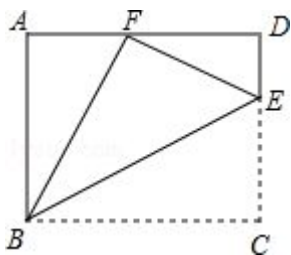
抛物线与坐标轴的三个交点连接而成的三角形的面积 $S=\frac{1}{2}\times 5\times 6=15$.

【点评】本题主要考查了待定系数法求函数解析式, 注意数与形的结合是解决本题的关键.

19. 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 中 CD 边上一点, $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠为 $\triangle BFE$, 点 F 落在 AD 上.

(1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle DFE$;

(2) 若 $\triangle BEF$ 也与 $\triangle ABF$ 相似, 请求出 $\frac{BC}{CD}$ 的值.



【考点】相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 矩形的性质; 翻折变换 (折叠问题).

【分析】(1) 在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DFE$ 中的对应角 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle 2 = \angle 1$, 易证 $\triangle ABF \sim \triangle DFE$;
[来源:Z § xx § k.Com]

(2) 需要分类讨论: ① $\triangle ABF \sim \triangle FBE$; ② $\triangle ABF \sim \triangle FEB$ 时求出 $\frac{BC}{CD}$ 的值.

【解答】(1) 证明: 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C = \angle D = 90^\circ$,
又由折叠的性质知 $\triangle BCE \cong \triangle BFE$,
 $\therefore \angle BFE = \angle C = 90^\circ$,
 $\because \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 1$,
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle DFE$;

(2) 解: ① 当 $\triangle ABF \sim \triangle FBE$ 时, $\angle 2 = \angle 4$.
 $\because \angle 4 = \angle 5$, $\angle 2 + \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 4 = \angle 5 = 30^\circ$,

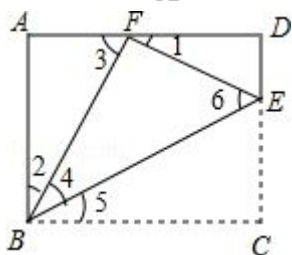
$\therefore$ 设 $CE = EF = x$, 则 $BC = \sqrt{3}x$, $DE = \frac{1}{2}x$,

$\therefore DC = \frac{3}{2}x$,

$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{3x}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$;

② 当 $\triangle ABF \sim \triangle FEB$ 时, $\angle 2 = \angle 6$,
 $\because \angle 4 + \angle 6 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$,
这与 $\angle 2 + \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$ 相矛盾,
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle FEB$ 不成立.

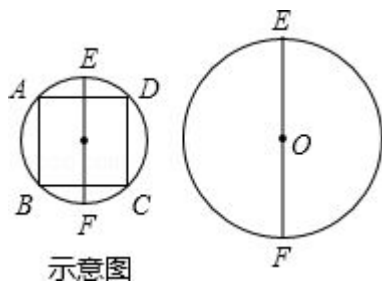
综上所述, $\frac{BC}{CD}$ 的值是 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. [来源:Zxxk.Com]



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质. 解答(2)题时, 要分类讨论, 以防漏解. 另外, 解答(2)题时, 充分利用了“相似三角形的对应角相等”的性质.

20. (1) 如图, EF 是 $\odot O$ 的直径, 请仅用尺规作出该圆的内接正方形 $ABCD$, 要求所作正方形的一组对边 AD 、 BC 垂直于 EF . (见示意图; 不写作法, 但须保留作图痕迹);

(2) 连接 EA 、 EB , 求出 $\angle EAD$ 、 $\angle EBC$ 的度数.



【考点】正多边形和圆.

【专题】作图题.

【分析】(1) 作出八等分点, 即可得到圆内接正方形;

(2) 求出相应圆心角的度数, 根据圆周角等于圆心角的一半, 即可解答.

【解答】解: (1) 作①EF 的中垂线 (1 分),

②直角的平分线 OD (1 分),

③8 等分弧, 完成正方形 (2 分).

(作图 (4 分), 其他方法只要痕迹清楚、正确, 同样给分)

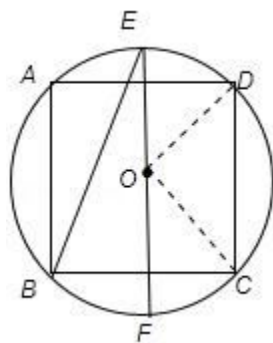
(2) 连接 OD, OC,

因为 $\widehat{ED} = \frac{1}{8}$ 圆周, 所以 $\angle EOD = 360^\circ \times \frac{1}{8} = 45^\circ$,

所以 $\angle EAD = 45^\circ \times \frac{1}{2} = 22.5^\circ$.

因为 $\widehat{EDC} = 3 \widehat{ED}$,

所以 $\angle EBC = 3 \angle EAD = 3 \times 22.5^\circ = 67.5^\circ$.

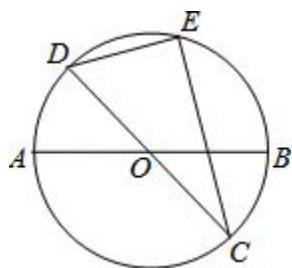


【点评】此题结合多边形和圆的关系, 考查了基本作图、圆周角与圆心角的关系, 是一道基础题.

21. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB, CD 是两条直径, M 为 OB 上一点, CM 的延长线交 $\odot O$ 于点 E, 连结 DE.

(1) 求证: $AM \cdot MB = EM \cdot MC$;

(2) 若 M 为 OB 的中点, $AB=8$, $DE=\sqrt{15}$ 时, 求 MC 的长.



【考点】相似三角形的判定与性质；圆周角定理.

【分析】(1) 首先连接 AC, EB, 易证得 $\triangle AMC \sim \triangle EMB$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 即可证得 $AM \cdot MB = EM \cdot MC$;

(2) 由 CD 是直径, 可得 $\angle DEC = 90^\circ$, 然后由勾股定理求得 EC 的长, 设 $CM = x$, 则 $EM = 7 - x$, 由 $AM \cdot MB = EM \cdot MC$; 可得方程 $6 \times 2 = x(7 - x)$, 解此方程即可求得答案.

【解答】(1) 证明: 连接 AC, EB,

则 $\angle CAM = \angle BEM$,

又 $\because \angle AMC = \angle EMB$,

$\therefore \triangle AMC \sim \triangle EMB$,

$$\therefore \frac{AM}{EM} = \frac{CM}{BM},$$

即 $AM \cdot MB = EM \cdot MC$;

(2) 解: $\because DC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$,

$$\therefore EC = \sqrt{DC^2 - DE^2} = \sqrt{8^2 - (\sqrt{15})^2} = 7,$$

$\because OA = OB = 4$, M 为 OB 的中点,

$\therefore AM = 6$, $BM = 2$,

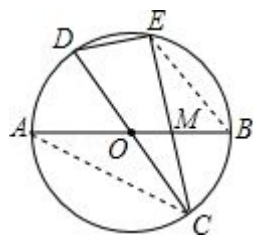
设 $CM = x$, 则 $EM = 7 - x$.

由 (1) $AM \cdot MB = EM \cdot MC$,

得 $6 \times 2 = x(7 - x)$

解得: $x_1 = 3$, $x_2 = 4$,

$\therefore CM = 3$ 或 4 .



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、圆周角定理以及勾股定理. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法.

22. 某市政府大力扶持大学生创业, 李明在政府的扶持下投资销售一种进价为每件 20 元的护眼台灯. 销售过程中发现, 每月销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 之间的关系可近似的看作一次函数: $y = -10x + 500$.

(1) 设李明每月获得利润为 w (元), 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润?

(2) 如果李明想要每月获得 2000 元的利润, 那么销售单价应定为多少元?

(3) 根据物价部门规定, 这种护眼台灯的销售单价不得高于 32 元, 如果李明想要每月获得的利润不低于 2000 元, 那么他每月的成本最少需要多少元?

(成本=进价×销售量)

【考点】二次函数的应用.

【专题】应用题.

【分析】(1) 由题意得, 每月销售量与销售单价之间的关系可近似看作一次函数, 利润=(定价-进价)×销售量, 从而列出关系式;(2) 令 $w=2000$, 然后解一元二次方程, 从而求出销售单价;(3) 根据抛物线的性质和图象, 求出每月的成本.

【解答】解:(1) 由题意, 得: $w=(x-20) \cdot y$,
 $= (x-20) \cdot (-10x+500) = -10x^2+700x-10000$,

$$x = -\frac{b}{2a} = 35,$$

答: 当销售单价定为 35 元时, 每月可获得最大利润.

(2) 由题意, 得: $-10x^2+700x-10000=2000$,

解这个方程得: $x_1=30$, $x_2=40$,

答: 李明想要每月获得 2000 元的利润, 销售单价应定为 30 元或 40 元.

(3) $\because a=-10<0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下,

$\therefore$ 当 $30 \leq x \leq 40$ 时, $w \geq 2000$,

$\because x \leq 32$,

$\therefore$ 当 $30 \leq x \leq 32$ 时, $w \geq 2000$,

设成本为 P (元), 由题意, 得: $P=20(-10x+500)=-200x+10000$,

$\because a=-200<0$,

$\therefore P$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x=32$ 时, $P_{\text{最小}}=3600$,

答: 想要每月获得的利润不低于 2000 元, 每月的成本最少为 3600 元.

【点评】此题考查二次函数的性质及其应用, 还考查抛物线的基本性质, 另外将实际问题转化为求函数最值问题, 从而来解决实际问题.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCO$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴正半轴上, 点 P 在 AB 上, $PA=1$, $AO=2$. 经过原点的抛物线 $y=mx^2-x+n$ 的对称轴是直线 $x=2$.

(1) 求出该抛物线的解析式.

(2) 如图 1, 将一块两直角边足够长的三角板的直角顶点放在 P 点处, 两直角边恰好分别经过点 O 和 C . 现在利用图 2 进行如下探究:

①将三角板从图 1 中的位置开始, 绕点 P 顺时针旋转, 两直角边分别交 OA 、 OC 于点 E 、 F , 当点 E 和点 A 重合时停止旋转. 请你观察、猜想, 在这个过程中, $\frac{PE}{PF}$ 的值是否发生变化?

若发生变化, 说明理由; 若不发生变化, 求出 $\frac{PE}{PF}$ 的值.

②设 (1) 中的抛物线与 x 轴的另一个交点为 D , 顶点为 M , 在 ① 的旋转过程中, 是否存在点 F , 使 $\triangle DMF$ 为等腰三角形? 若不存在, 请说明理由.

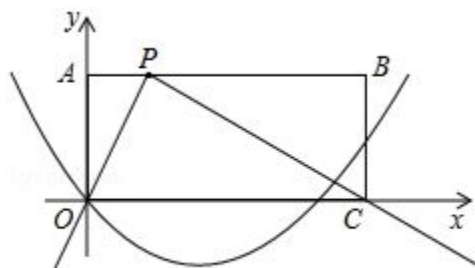


图1

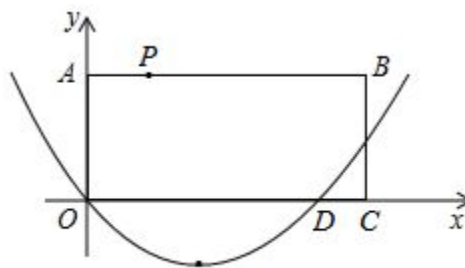


图2

【考点】二次函数综合题.

【专题】压轴题.

【分析】(1) 根据①过原点, ②对称轴为直线 $x=2$ 这两个条件确定抛物线的解析式;

(2) ①如答图 1 所述, 证明 $\text{Rt}\triangle PAE \sim \text{Rt}\triangle PGF$, 则有 $\frac{PE}{PF} = \frac{PA}{PG} = \frac{1}{2}$, $\frac{PE}{PF}$ 的值是定值, 不变

化;

②若 $\triangle DMF$ 为等腰三角形, 可能有三种情形, 需要分类讨论, 避免漏解.

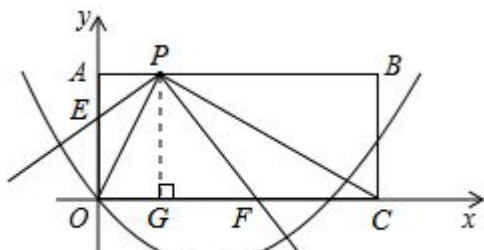
【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=mx^2-x+n$ 经过原点, $\therefore n=0$.

$\because$ 对称轴为直线 $x=2$, $\therefore -\frac{-1}{2m}=2$, 解得 $m=\frac{1}{4}$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=\frac{1}{4}x^2-x$.

(2) ① $\frac{PE}{PF}$ 的值不变. 理由如下:

如答图 1 所示, 过点 P 作 $PG \perp x$ 轴于点 G, 则 $PG=AO=2$.



答图1

$\because PE \perp PF$, $PA \perp PG$, $\therefore \angle APE = \angle GPF$.

在 $\text{Rt}\triangle PAE$ 与 $\text{Rt}\triangle PGF$ 中,

$\because \angle APE = \angle GPF$, $\angle PAE = \angle PGF = 90^\circ$,

$\therefore \text{Rt}\triangle PAE \sim \text{Rt}\triangle PGF$.

$\therefore \frac{PE}{PF} = \frac{PA}{PG} = \frac{1}{2}$.

② 存在.

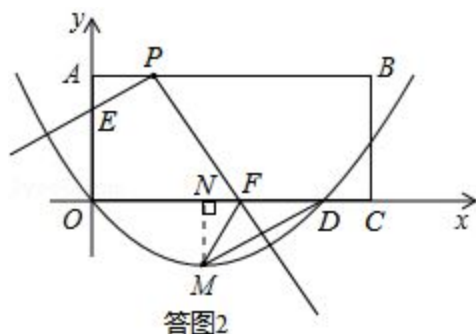
抛物线的解析式为: $y=\frac{1}{4}x^2-x$,

令 $y=0$, 即 $\frac{1}{4}x^2-x=0$, 解得: $x=0$ 或 $x=4$, $\therefore D(4, 0)$.

又 $y = \frac{1}{4}x^2 - x = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 1$, $\therefore$ 顶点 M 坐标为 (2, -1).

若 $\triangle DMF$ 为等腰三角形,可能有三种情形:

(I) $FM=FD$. 如答图 2 所示:



过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N, 则 $MN=1$, $ND=2$, $MD=\sqrt{MN^2+ND^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

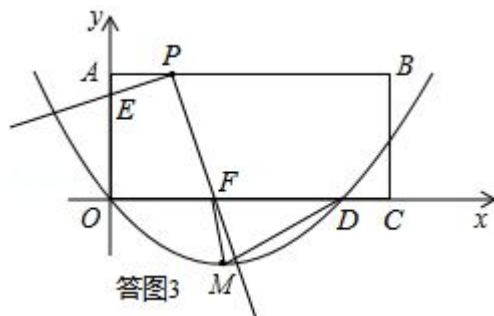
设 $FM=FD=x$, 则 $NF=ND-FD=2-x$.

在 $\text{Rt}\triangle MNF$ 中, 由勾股定理得: $NF^2 + MN^2 = MF^2$,

$$\therefore FD = \frac{5}{4}, \quad OF = OD - FD = 4 - \frac{5}{4} = \frac{11}{4},$$

$$\therefore F \left(\frac{11}{4}, 0 \right);$$

(II) 若 $FD=DM$. 如答图 3 所示:



此时 $FD=DM=\sqrt{5}$, $\therefore OF=OD-FD=4-\sqrt{5}$.

$$\therefore F(4 - \sqrt{5}, 0);$$

(III) 若 $FM=MD$.

由抛物线对称性可知, 此时点 F 与原点 O 重合.

而由题意可知，点 E 与点 A 重合后即停止运动，故点 F 不可能运动到原点 O.

∴此种情形不存在.

综上所述，存在点 F ($\frac{11}{4}$, 0) 或 F ($4 - \sqrt{5}$, 0)，使△DMF 为等腰三角形. [来源:Zxxk.Com]

【点评】本题是二次函数综合题型，难度不大. 试题的背景是图形的旋转，需要对旋转的运动过程有清楚的理解；第（3）问主要考查了分类讨论的数学思想，需要考虑全面，避免漏解.