

一. 选择题 (3×20=60)

B 1. 下列方程中, 是一元二次方程的有

① $8x^2+x=20$; ② $2x^2-3xy+4=0$; ③ $x^2-\frac{1}{x}=4$; ④ $x^2=0$; ⑤ $x^2-3x-4=0$

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

B 2. 方程 $x(x+\frac{1}{2})=0$ 的根是

A. $x=0, x=\frac{1}{2}$ B. $x=0, x=-\frac{1}{2}$ C. $x=0, x=2$ D. $x=0, x=-2$

D 3. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 有两个不相等实数根, 则 k 的取值范围是

- A. $k>1$ B. $k\geq-1$ C. $k\neq 0$ D. $k>-1$ 且 $k\neq 0$

C 4. 某超市一月份的营业额为 200 万元, 三月份的营业额为 288 万元, 如果每月比上月增长的百分数相同, 则平均每月的增长率为

- A. 10% B. 15% C. 20% D. 25%

B 5. 下列函数中, y 关于 x 的二次函数是

A. $y=ax^2+bx+c$ B. $y=x(x-1)$ C. $y=\frac{1}{x^2}$ D. $y=(x-1)^2-x^2$

A 6. 抛物线 $y=3(x-1)^2+1$ 的顶点坐标是

- A. (1, 1) B. (-1, 1) C. (-1, -1) D. (1, -1)

C 7. 二次函数 $y=3(x-2)^2-5$ 与 y 轴交点坐标为

- A. (0, 2) B. (0, -5) C. (0, 7) D. (0, 3)

B 8. 设二次函数 $y=(x-3)^2-4$ 图像的对称轴为直线 l , 若点 M 在直线 l 上, 则点 M 的坐标可能是

- A. (1, 0) B. (3, 0) C. (-3, 0) D. (0, -4)

C 9. 若二次函数 $y=(a-1)x^2+3x+a^2-1$ 的图像经过原点, 则 a 的值必为

- A. 1 或 -1 B. 1 C. -1 D. 0

A 10. 将抛物线 $y=-5x^2+1$ 向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为

A. $y=-5(x+1)^2-1$ B. $y=-5(x-1)^2-1$ C. $y=-5(x+1)^2+3$ D. $y=-5(x-1)^2+3$

B 11. 抛物线 $y=2x^2-2\sqrt{2}x+1$ 与坐标轴的交点个数是

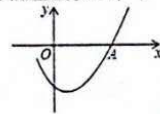
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

D 12. 已知抛物线 $y=x^2-2x+k$ 上有三个点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(\sqrt{5}, y_3)$ 则, y_1, y_2, y_3 的大小关系是

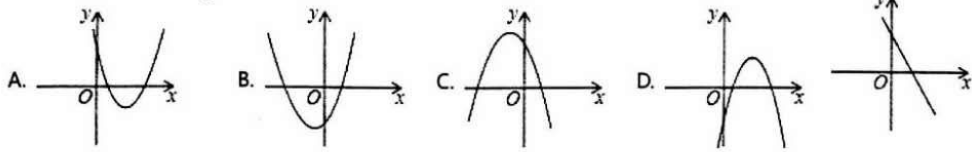
- A. $y_1>y_2>y_3$ B. $y_2>y_1>y_3$ C. $y_3>y_1>y_2$ D. $y_3>y_2>y_1$

i) 13. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像的一部分, 且过点 $A(3, 0)$, 二次函数图像的对称轴是直线 $x=1$, 下列结论正确的是

- A. $b^2<4ac$ B. $ac>0$ C. $2a-b=0$ D. $a-b+c=0$



A 14. 已知一次函数 $y = \frac{b}{a}x + c$ 的图像如图, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在平面直角坐标系中的图像可能是



C 15. 若二次函数 $y = (x-m)^2 - 1$, 当 $x \leq 3$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的取值范围是

- A. $m=3$ B. $m>3$ C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$

C 16. 下列说法错误的是

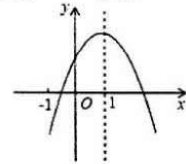
- A. 二次函数 $y = 3x^2$ 中, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
 B. 二次函数 $y = -6x^2$ 中, 当 $x = 0$ 时, y 有最大值 0
 C. 抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 中, a 越大图像开口越小, a 越小图像开口越大
 D. 不论 a 是正数还是负数, 抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的顶点一定是坐标原点

C 17. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根分别为 $x_1 = 1, x_2 = 2$, 那么抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x = \frac{3}{2}$ D. $x = -\frac{3}{2}$

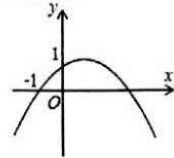
D 18. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图, 有下列 5 个结论: ① $abc > 0$; ② $b < a + c$; ③ $4a + 2b + c > 0$; ④ $2c < 3b$; ⑤ $a + b > m(am + b)$ ($m \neq 1$ 的实数)

- A. ①②③ B. ①③④ C. ③④⑤ D. ②③⑤



B 19. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像的顶点在第一象限, 且过点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$, 下列结论: ① $ab < 0$; ② $b^2 > 4$; ③ $0 < a + b + c < 2$; ④ $0 < b < 1$; ⑤ 当 $x > -1$ 时, $y > 0$, 其中正确结论的个数是

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个



D 20. 已知函数 $y = -(x-m)(x-n) + 3$, 并且 a, b 是方程 $(x-m)(x-n) = 3$ 的两个根, 则实数 m, n, a, b 的大小关系是

- A. $m < a < b < n$ B. $m < a < n < b$ C. $a < m < b < n$ D. $a < m < n < b$

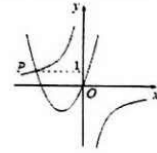
二. 填空题 (3×6=18)

21. 已知函数 $y = (m-1)x^{m+1} + 5x + 3$ 是关于 x 的二次函数, 则 m 的值为 -1

22. 若抛物线 $y = (x-m)^2 + (m+1)$ 的顶点在第一象限, 则 m 的取值范围为 $m > 0$

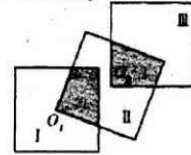
23. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ 和 $9a - 3b + c = 0$, 则该二次函数图像的对称轴是直线 $x = -1$

24. 如图, 已知函数 $y = -\frac{3}{x}$ 与 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0, b > 0$) 的图像交于点 P, 点 P 的纵坐标为 1, 则关于 x 的不等式 $bx + \frac{3}{x} > -ax^2$ 的解集为 $x < -3$ 或 $x > 0$



25. 函数 $y = (a+1)x^2 + 2x + a - 1$ 的图像与 x 轴只有一个交点, 则常数 $a =$ $\frac{1}{2}$

26. 如图, 有若干个边长为 2 的正方形, 若正方形 II 的一个顶点是正方形 I 的中心 O_1 , 如图所示, 类似的正方形 III 的一个顶点是正方形 II 的中心 O_2 , 并且正方形 I 与正方形 III 不重叠, 如果若干个正方形都按这种方法拼接, 主要 m 个正方形能使拼接处的图形的阴影部分的面积等于一个正方形的面积. 现有一抛物线 $y = mx^2 + nx + 3$, 其顶点在 x 轴上, 则该抛物线的对称轴为 $x = \frac{\sqrt{15}}{5}$



三. 解答题 (共 42 分)

27. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x - 6$

(1) 用配方法将 $y = 2x^2 - 4x - 6$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式, 并写出对称轴和顶点坐标

(2) 当 x 取何值时, y 随 x 的增大而减小

解: $\therefore y = 2(x^2 - 2x - 3) - 6$
 $= 2(x-1)^2 - 8$
 对称轴: $x = 1$
 顶点: $(1, -8)$

$\therefore x < 1$ 时, y 随 x 增大而减小

28. 如图抛物线 $y = x^2 + bx - c$ 经过直线 $y = x - 3$ 与坐标轴的两个交点 A, B, 此抛物线与 x 轴的另一个交点为 C, 抛物线的顶点为 D

(1) 求此抛物线的解析式

(2) 求 $S_{\triangle ABC}$ 的面积

解: $\therefore y = x - 3$
 当 $x = 0$ 时, $y = -3$
 当 $y = 0$ 时, 解得 $x = 3$
 $\therefore A(3, 0), B(0, -3)$

$\begin{cases} -c = -3 \\ 9 + 3b - c = 0 \end{cases}$

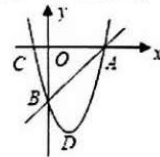
$\begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$

$\therefore y = x^2 + 2x - 3$

$\therefore y = x^2 + 2x - 3$

令 $y = 0$ 解得: $x_1 = -1, x_2 = 3$

$\therefore C(-1, 0), A(3, 0)$



$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times OB$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$
 $= 6$

29. 某种水果进价为每千克 20 元, 市场调查发现, 该水果每天的销售量 y (千克) 与售价 x (元/千克) 有如下关系: $y = -2x + 80$, 设这种水果每天的销售利润为 w 元

(I) 求 w 与 x 之间的函数关系式

(II) 该水果售价定为每千克多少元时, 每天销售利润最大? 最大利润是多少元?

(III) 如果商家为“薄利多销”, 规定这种水果售价每千克不高于 28 元, 则商家要想每天获利 150 元的销售利

润, 售价应定为每千克多少元?

$$\begin{aligned} \text{解: (1), } w &= (x-20)(-2x+80) \\ &= -2(x-20)(x-40) \\ &= -2(x^2-60x+800) \\ &= -2x^2+120x-1600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2), } w &= -2x^2+120x-1600 \\ &= -2(x^2-60x+800) \\ &= -2(x^2-60x+900-900+800) \\ &= -2(x-30)^2+200 \end{aligned}$$

∴ 当 $x=30$ 时, w 有最大值为 200

∴ 当售价为 30 元时, 有最大利润
最大利润为 200 元

$$w = -2x^2 + 120x - 1600 = 150$$

$$-2(x-30)^2 + 200 = 150$$

$$(x-30)^2 = 25$$

$$(x-30)^2 - 25 = 0$$

$$(x-30+5)(x-30-5) = 0$$

$$(x-25)(x-35) = 0$$

$$\therefore x_1 = 25, x_2 = 35$$

$$\therefore x \leq 28$$

$$\therefore x = 25$$

∴ 售价应定为 25 元

30. 如图, 经过点 A (0, -4) 的抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 B (-2, 0) 和 C, O 为坐标原点

(1) 求抛物线解析式

(2) 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 向上平移 $\frac{7}{2}$ 个单位长度, 再向左平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 得到新抛物线,

若新抛物线的顶点 P 在 $\triangle ABC$ 内, 求 m 的取值范围

解: 由 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 过 (-2, 0), (0, -4)

$$\begin{cases} c = -4 \\ 0 = 2 - 2b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -1 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

$$\text{(2) } y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

令 $y = 0$ 得:

$$x_1 = -2, x_2 = 4$$

$$\therefore B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$A(0, -4)$$

将 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ 向上平移 $\frac{7}{2}$ 个单位长度得:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 + \frac{7}{2} = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 1)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1 - 2)$$

$$= \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$$

∴ 此抛物线顶点为 (1, -1)

直线 AB: $y = -2x - 4$

令 $y = -1$ 得:

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$1 - (-\frac{3}{2}) = \frac{5}{2}$$

$$\therefore 0 < m < \frac{5}{2}$$

